Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi (EFMED)
Cilt 10, Sayı 1, Haziran 2016, sayfa 374-392.

Necatibey Faculty of Education Electronic Journal of Science and Mathematics Education
Vol. 10, Issue 1, June 2016, pp.374-392.

Elementary Mathematics Prospective Teachers' Solution Approaches on Analytical Geometry Problems

Feyzullah AHMETOĞLU & Funda AYDIN-GÜÇ*

Giresun University, Giresun, TURKEY

Received: 06.07.2015 Accepted: 08.01.2016

Abstract - The aim of this study is to investigate of solution approaches of elementary mathematics prospective teachers in order to solve analytical problems on the lines and the circles which are presented visual and algebraic forms. 63 third-grade prospective teachers who were studying in the Department of Elementary Mathematics Teaching, Education Faculty participated in the study. Solution approaches of the prospective teachers were determined by analyzing the solutions of four problems which included visual and algebraic analytic problems on lines and circles. When the answers of prospective teachers were examined, it was found that most of the participants adopted geometric approaches in order to solve the analytic problems on both lines and circles and the problems in visual and algebraic forms. So, as geometric approach is not enough for solution of every problem, the study recommends that students should learn different solution approaches and raise awareness of necessity of various approaches.

Key words: representation forms, solution approaches, analytical geometry problems

Summary

Introduction

Analytic geometry is a branch of mathematics which enables to study on algebraic problems through geometry and geometric problems through algebra. In this branch of mathematics, it is expected that students have to solve the problems not depending on presentation and subject area of problems, they come across and by adopting both algebraic and geometric approaches. It is expected from the students in this mathematics branch; bring solutions to the problems with different representations by adopting both algebraic and

* Corresponding author: Assist. Prof. Dr. Funda AYDIN-GÜÇ, Giresun University, Faculty of Education, Department of Elementary Education, Mathematics Education, Giresun/TURKEY.

E-mail: fundaydin05@gmail.com

Note: This study was presented as an oral presentation at the International Conference on New Horizons in Education (2015, Barcelona, SPAİN)

geometric approach without being tied to representation forms and subject areas of problems. Because using different representations is necessary to analyze and solve the problems (Fennell and Rowan, 2001), also understand the mathematical knowledge and develop problem solving skills (Lubinski and Otto, 2002). In addition to this emphasis, studies showed that students try to solve problem first in problem own representation form (Özhan-Turan, 2011). On the other hand, in many studies it is emphasized that the students prefer the algebraic operations rather than before draw shapes while solving the problems (Kartallıoğlu, 2005; Knuth, 2000 etc. Edwards, 2008; Orhun, 2000). Therefore, in order to gain a different viewpoint to the students, using multiple representations in the mathematics courses is important (Keller ve Hirsch, 1998). It can be said that, there is a great responsibility for the mathematics teachers. In order to fulfill this mission, mathematics teachers must first have these skills. In this context, the aim of this study is to investigate of the solution approaches of the elementary mathematics prospective teachers in order to solve the analytical problems on lines and circles which are presented visual and algebraic forms. Problems of research are:

1. Which solution approaches do prospective teachers prefer on solving analytical problems on lines and circles which are presented visual and algebraic
2. Are prospective teachers' preferences on solution approaches depend on problems subject areas and representation forms?

Method

This study is a descriptive research. In the study, 63 third-grade prospective teachers who were studying in the Department of Elementary Mathematics Teaching, Education Faculty participated. Solution approaches of the prospective teachers were determined by analyzing the solutions of four problems which were presented in two visual and two algebraic forms. These four problems included one visual and one algebraic analytic problem on lines and one visual and one algebraic analytic problem on circles. The problems were asked to the prospective teachers. Prospective teachers had enough time while they were solving the problems. Written solutions of the problems of prospective teachers were examined. Solutions were not checked whether it was right or wrong, instead prospective teachers' solution approaches were analyzed. The study sought answers to question whether teachers' preferences on solution approaches were depend on problems subject areas and representations forms. In this context, the frequency of prospective teachers' solution approach by problems subject areas and representation forms was identified. The Chi-square test of independence was applied to the obtained data. It was analyzed whether prospective teachers' preferences on solution approaches were dependent on problems subject areas and representations forms.

Results

Findings obtained from prospective teachers' solution approaches are given in Table 1.

Table 1 Solution Approaches of Prospective Teachers

Subject Area	Representation Form	Solution Approach			
		Algebraic	*Geometric*	*Unanswered*	*Total*
Line	Visual	10	38	15	63
	Algebraic	21	36	6	63
Circle	Visual	5	52	6	63
	Algebraic	15	38	10	63

When Table 1 examined, it could be seen that most participants adopted geometric approaches in order to solve the analytic problems on both lines and circles. In other words, while prospective teachers were solving the analytic problems on both lines and circles, they preferred geometric solution approaches irrespective of subject area of the problem. When the problems were categorized as “presented in visual and algebraic forms”, it could be seen that most participants adopted geometric approaches in order to solve the problems in visual and algebraic forms. In other words, while prospective teachers were solving the analytic problems on both lines and circles, they preferred geometric solution approaches irrespective of presentation form of the problem. As geometric approach is not enough for solution of every problem, the study recommends that students should learn different solution approaches and raise awareness of necessity of various approaches.

In order to determine whether this distribution was significant or not, chi-square test of independence were made. After Chi-square tests of independence results were analyzed, it could be seen that prospective teachers' preferences on solution approaches were not associated with the problems subject areas. In other words, distribution of prospective teachers solution approaches preferences by problems subject areas were not statistically significant (χ^2= 3,819, p= ,051 > , 05). On the other hand, it could be seen that prospective teachers' preferences on solution approaches were associated with the problems representation forms. In other words, distribution of prospective teachers solution approaches preferences by problems representation forms were statistically significant (χ^2= 10,097, p= ,001 <,05).

Conclusions

When the answers of prospective teachers were examined, it was found that to solve the analytic problems on both lines and circles most participants adopted geometric approaches. When the problems were categorized as "presented in visual and algebraic forms", it was again found that most participants adopted geometric approaches in order to solve the problems in visual and algebraic forms. So geometric approach is not enough for solution of every problem, the study recommends the students should learn different solution approaches and raise awareness of necessity of various approaches. In addition, although distribution of prospective teachers' solution approaches preferences by problems subject areas were not statistically significant, distribution of prospective teachers solution approaches preferences by problems representation forms were statistically significant. These results showed that the prospective teachers solution approaches distributions were not associated with problems subject areas. So it could be said that random situations might influence prospective teachers' solution approaches.

İlköğretim Matematik Öğretmeni Adaylarının Analitik Geometri Problemlerine Yönelik Çözüm Yaklaşımları

Feyzullah AHMETOĞLU ve Funda AYDIN-GÜÇ[†]

Giresun Üniversitesi, Giresun, TURKİYE

Makale Gönderme Tarihi: 6.07.2015 Makale Kabul Tarihi: 08.01.2016

Özet - Bu çalışmanın amacı, ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının görsel ve cebirsel temsillerle verilen doğrunun ve çemberin analitiği ile ilgili problemleri çözerken benimsedikleri yaklaşımları incelemektir. Araştırmanın katılımcıları bir Devlet Üniversitesinin Eğitim Fakültesi İlköğretim Matematik Eğitimi Anabilim Dalının 3. sınıfında öğrenim gören öğretmen adaylarından oluşan 63 kişilik bir gruptur. Öğretmen adaylarının çözüm yaklaşımları görsel ve cebirsel temsillerle sunulan, doğrunun ve çemberin analitiği konularını içeren dört probleme ait çözümler analiz edilerek belirlenmiştir. Öğretmen adaylarının cevapları incelendiğinde hem doğrunun ve çemberin analitiği konularını içeren hem de görsel ve cebirsel formdaki problemleri çözerken katılımcıların büyük çoğunluğunun geometrik çözüm yaklaşımını benimsediği görülmüştür. Problemin konu alanının öğretmen adaylarının temsil tercihlerine göre dağılımı istatistiksel olarak anlamlı bulunmazken, temsil biçimlerinin öğretmen adaylarının temsil tercihlerine göre dağılımındaki farklılıklar istatistiksel olarak anlamlı bulunmuştur. Bu sonuçlar ışığında her problem için geometrik yaklaşımın çözüme ulaştırmada yeterli olmayacağı göz önüne alındığında, öğrencilere farklı çözüm yaklaşımları ile ilgili deneyimlerin yaşatılmasının önemi ortaya çıkmaktadır.

Anahtar Kelimeler: temsil biçimleri, çözüm yaklaşımları, analitik geometri problemleri

Giriş

Euclid ve Harizmi'nin çalışmalarında cebirin geometrikselleştirmesi varken, Descartes ile geometrik nesne, kavram ve ilişkiler cebirsel denklemlerle ifade edilerek geometrinin cebirselleştirilmesi yönünde ilk adımlar atılmıştır (Baki, 2006). Descartes'in 1600'lü yıllarda yürütmüş olduğu bu çalışmalar, yeni bir geometrinin, analitik geometrinin doğmasına imkan vermiştir (Baki, 2014). Analitik geometri, cebirsel problemlerin geometri yardımıyla, geometri problemlerinin de cebir yardımıyla incelenmesine olanak sağlayan bir matematik

[†] İletişim: Yrd. Doç. Dr. Funda AYDIN-GÜÇ, Giresun Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, İlköğretim Bölümü, Matematik Eğitimi, Giresun/TURKİYE.

E-mail: fundaydin05@gmail.com

Not: Bu çalışma "International Conference on New Horizons in Education" konferansında sözlü bildiri olarak sunulmuştur (2015, Barcelona, SPAİN).

dalıdır (Gözen, 2001). Bu şekilde, analitik geometri cebirsel ve geometrik temsillerle verilen problemlere, temsillerinden farklı formlar ve çoklu temsiller ile çözüm üretmeye imkan vermektedir.

Çoklu temsil yaklaşımı, bir kavramın veya durumun farklı biçimlerde ifade edilmesine dayanmakta (Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2013) ve çoklu temsiller matematiksel bir kavramın ve ilişkinin farklı biçimlerde ifade edilmesine imkan sağlayan gösterim biçimleri olarak tanımlanmaktadır (Sevimli, 2009). Bu bağlamda farklı temsillerin neler olabileceği tartışılmış ve çeşitli sınıflamalar yapılmıştır. Örneğin Adu-Gyamfi (1993) temsil türlerini sözel temsil (yazılı kelimeler), grafiksel temsil, cebirsel veya sembolik temsil (değişkenler arası ilişkileri gösteren denklemler), resim temsili (diyagramlar, çizimler) ve çizelge temsili (değer tabloları) olarak sınıflandırmıştır. Lesh ve Doerr (2003) ise grafik, diyagram, tablo, denklem, somut modeller, konuşulan dil, yazılı semboller ve tecrübe temelli metafor olmak üzere sekiz farklı temsil türünün olduğu ifade etmiştir. Bununla birlikte konu alanlarına özel temsil türlerine yönelik sınıflandırmalar da yapılmıştır. Örneğin Schultz ve Waters (2000), lineer denklem sistemlerinin çözümünde kullanılabilecek farklı temsil türlerini grafik, tablo, somut, cebir ve matris olarak tanımlamıştır. Arslan (2008), diferansiyel denklemlerin çözümünde nümerik (sayısal), cebirsel (analitik) ve grafiksel (nitel) olmak üzere üç yaklaşımın olduğunu belirtmiştir. Özhan-Turan (2011) ise doğruların birbirlerine göre durumlarını durum (sözel) temsili, formül (cebirsel) temsili ve şekil (görsel) temsili olmak üzere üç temsil türü ile ele almıştır. Bu çalışmada ise analitik geometrinin cebirsel temsillerden geometrik temsillere, geometrik temsillerden cebirsel temsillere geçişi vurgulayan tanımı dikkate alınarak, cebirsel ve geometrik temsiller üzerinde durulmuştur.

Birçok araştırmada çoklu temsillerin öğretimsel önemi vurgulanmış (Çelik, 2007; Edwards, 2008; Even, 1998; Fennell ve Rowan, 2001; Kaput, 1998; Keller ve Hirsch, 1998; Lubinski ve Otto, 2002; Porzio, 1994'den aktaran Bingölbali, 2008; Schultz ve Waters, 2000; Yerushalmy ve Schwartz, 1993) ve çalışma sonuçları farklı temsilleri kullanabilen ve temsiller arası geçiş yapabilen bireylerin ilgili alanda daha başarılı olduğunu göstermiştir (Delice ve Sevimli, 2010; Girard, 2002; Goerdt, 2007; Kardeş, 2010; Lesh ve Doerr 2003; McGowan ve Tall, 2001). Problem çözümü için seçilen temsil türünün başarıyı etkilediği (Kendal ve Stacey, 2003; Neria ve Amit, 2004), çoklu temsil kullanımının öğretilebilir olduğu (Keller ve Hirsch, 1998) dikkate alındığında, çoklu temsiller öğretim programlarında yerini almış ve öğretim programlarında matematiksel kavramları çoklu temsil biçimleri ile gösterebilme ve temsiller arası geçişlerde bulunabilme becerisine sahip bireylerin yetiştirilmesi gerektiği vurgulanmıştır (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000). Çoklu temsillerin kullanımı matematik öğretim programlarında kazandırılması gereken hedefler arasında yer almasına rağmen yapılan çalışmalar öğrencilerin farklı temsil türlerini kullanmada başarılı olmadıklarını (Cutz, 2005; alt. Oktaç, 2008; Stwart ve Thomas, 2004), tek temsil türüne yöneldiklerini (Akkuş ve Çakıroğlu, 2006; Delice ve Sevimli, 2010; Özgün-Koca, 1998), soru hangi temsilde verilmişse soruyu öncelikle o temsille çözmeye çalıştıklarını göstermiştir (Özhan-Turan, 2011). Ayrıca öğrencilerin sözel problemlerin çözümünde önce şekil çizmektense cebirsel işlem yapmayı tercih ettikleri birçok çalışmada vurgulanmıştır (Kartallıoğlu, 2005; Knuth, 2000'den aktaran Edwards, 2008; Orhun, 2000). Bununla birlikte öğrencilerin temsil türlerini tercih etme durumlarının problemin sunum biçiminden, soru türünden ve baskın olan cebirsel temsil öğretiminden etkilendiğini gösteren çalışmalar da vardır (Akkuş ve Çakıroğlu, 2006; Özgün-Koca, 1998). Matematik öğretiminde çözümlere farklı yollardan yaklaşan bireyler yetiştirilebilmesi için öğrenme ortamlarında çoklu temsillerin kullanılması önerilmiştir (Keller ve Hirsch, 1998). Öğrenme ortamlarında çoklu temsillerin kullanılması konusunda matematik öğretmenlerine büyük görev düşmektedir. Matematik öğretmenlerinin öğrenme ortamlarında çoklu temsilleri kullanmaları öğrencilerin farklı temsiller arasında ilişkiler kurabilen bireyler olarak yetiştirebilmesi için gereklidir. Bunun için ise öğretmenlerin kendilerinin bir problemin çözümüne farklı temsillerle yaklaşmaları gerekmektedir. Yani matematik öğretmenlerinin farklı temsiller ve çözüm yaklaşımlarını benimsemesi ve öğrencilere farklı çözüm yaklaşımlarına yönelik deneyimler yaşatması gerekmektedir (NCTM, 2007).

Analitik geometri bağlamında öğrencilerden beklenen karşılaştıkları problemin temsiline ve içerdiği konu alanına bağlı kalmayarak, hem cebirsel hem de geometrik temsil biçimlerini benimseyerek farklı çözüm yaklaşımları ile problemlere çözüm getirebilmeleridir. Çoklu temsil kullanımını ve temsiller arası geçişlerdeki öğrenci başarısını araştırmış çalışmalar incelendiğinde (Delice ve Sevimli, 2010; Girard, 2002; Goerdt, 2007; Kardeş, 2010; Keller ve Hirsch, 1998; Kendal ve Stacey, 2003; Lesh ve Doerr 2003; McGowan ve Tall, 2001; Neria ve Amit, 2004; Özhan-Turan, 2011), konu alanına ve problemin temsil türüne göre çözüm temsillerinin değişip değişmediğine yönelik ayrıntılı çalışmalara rastlanmamıştır ve bu konuda bir çalışma yapılma gereği duyulmuştur. Matematik eğitimi alanına katkı sağlayacağı düşünülen bu çalışmanın amacı ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının görsel ve cebirsel olarak verilen doğrunun ve çemberin analitiği ile ilgili problemleri çözerken benimsedikleri temsil yaklaşımlarını incelemektir. Çalışmada cevap aranan sorular şu şekildedir:

1. İlköğretim matematik öğretmeni adayları görsel ve cebirsel olarak verilen doğrunun ve çemberin analitiği ile ilgili problemleri çözerken hangi temsil biçimlerini tercih etmektedirler?

2. İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının temsil tercihleri, problemin konu alanına ve problemin temsil biçimine bağımlı mıdır?

Yöntem

Var olan bir durumun ortaya konulması amaçlandığından, çalışma betimsel araştırma yöntemlerinden özel durum çalışması niteliğindedir. Betimsel araştırmalarda doğal şartlar bozulmadan, inceleme yapılan ortamda herhangi bir değişiklik yapılmaz (Çepni, 2007) ve özel durum çalışmalarında sınırlı bir sistemin derinlemesine betimlenip incelenmesi söz konusudur (Merriam, 2009/2013). Bu yönteme uygun olarak matematik öğretmeni adaylarının görsel ve cebirsel olarak verilen doğrunun ve çemberin analitiği ile ilgili problemleri çözerken benimsedikleri yaklaşımlar ortaya konulmuş ve yaklaşımlar belirlenirken var olan durumlara hiçbir müdahalede bulunulmamıştır.

Katılımcılar

Çalışmanın katılımcıları, 2014-2015 eğitim öğretim yılının bahar yarıyılında bir Devlet Üniversitesinin Eğitim Fakültesi İlköğretim Matematik Eğitimi Anabilim Dalının 3. sınıfında öğrenim gören öğretmen adaylarından oluşan 63 kişiden oluşmaktadır. Katılımcıların belirlenmesinde amaçlı örnekleme yöntemlerinden tipik durum örnekleme yöntemi benimsenmiştir. Çalışmada amaç analitik geometri problemlerine yönelik öğretmen adaylarının çözüm yaklaşımlarını belirlemek olduğundan, katılımcıların analitik geometriye yönelik formal öğrenmeye sahip olması gerekmektedir. Yeterince bilgiye sahip olmayan öğretmen adayları problemlere yönelik çözüm geliştiremeyebilir. Buradan hareketle, çalışmanın uygulandığı yarıyılda analitik geometri dersini almış öğretmen adayları çalışmaya dahil edilmiştir.

Öğretmen adayları ortaöğretim öğretim programı gereği doğrunun ve çemberin analitiği ile ilgili geçmiş öğrenme yaşantılarına sahiptir. Ülkemizde 1991-1998 yılları arasında ders geçme ve kredili sistem uygulanmış, öğretim programında geometri (Geometri 1, 2, 3) ve analitik geometri (Analitik Geometri I, II) derslerine ayrı dersler olarak yer verilmiştir. 1998 yılında kredili sistem kaldırılmış ve 1998-2005 yılları arasında kredili sistemdeki geometri ve analitik geometri programları uygulanmaya devam edilmiştir. Liselerin dört yıla çıkarılması ile 2009-2010 eğitim öğretim yılına kadar, 1992 kredili sistem öğretim programında değişiklik yapılmadan 10. Sınıfta Geometri 1 dersi, 11. Sınıfta Geometri 2 dersi, 12. Sınıfta Geometri 3 ve Analitik Geometri (1-2) dersleri okutulmuştur. 2009-2010 yılı itibarı ile geometri dersinin öğretiminde analitik, sentetik ve vektörel yaklaşımlar benimsenmiş ve konular yıllara göre dağıtılmıştır. Çalışmanın katılımcıları 2009 yılındaki öğretim programı değişiminden etkilenmemiştir. Başka bir değişle, katılımcılar 1992 yılında kabul edilen, ortaöğretimleri sırasında 12.sınıfta okutulan "Analitik Geometri I" ve "Analitik Geometri II" derslerini görmüşlerdir. Bu doğrultuda katılımcıların okuduğu derslerin, çalışma odağı olan "doğrunun analitik incelenmesi" ve "çemberin analitik incelenmesi" kapsamındaki amaçlar şu şekildedir:

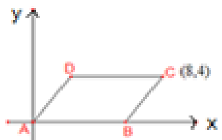
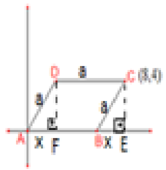
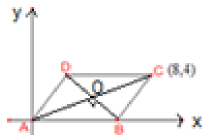
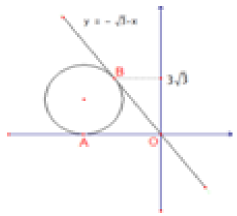
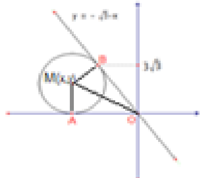
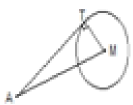
- Analitik düzlemde uzaklığı kavrayabilme
- Analitik düzlemde uzaklık ile ilgili uygulama yapabilme
- Analitik düzlemde doğru denklemim kavrayabilme
- Doğrunun analitik incelenmesi ile ilgili uygulama yapabilme
- Çemberi analitik olarak kavrayabilme
- Çember ile ilgili uygulama yapabilme (MEB, 1992)

Katılımcılar, üniversite öğrenimlerinde de "Analitik Geometri I ve Analitik Geometri II" olmak üzere iki yarıyıllık ders kapsamında doğrunun ve çemberin analitiğine yönelik benzer konularda deneyimler yaşamışlardır.

Verilerin Toplanması ve Analiz Süreci

Öğretmen adaylarının çözüm yaklaşımlarını belirlemek amacıyla araştırmacılar tarafından iki görsel, iki cebirsel temsille sunulan dört açık uçlu problem oluşturulmuştur. Görsel temsilde bir, cebirsel temsilde bir olmak üzere iki adet doğrunun analitiğine yönelik problem mevcutken; benzer şekilde görsel temsilde bir, cebirsel temsilde bir olmak üzere iki adet çemberin analitiğine yönelik problem mevcuttur. Sorular hazırlanırken temsil türü ve konu alanı ne olursa olsun farklı çözüm yaklaşımları ile çözülebilir olmasına dikkat edilmiştir. Öğretmen adaylarına sunulan problemler ve farklı çözüm yaklaşımlarına yönelik örnek çözümler Tablo 1'de verilmiştir. Tablo 1'de görüldüğü üzere problemler konu alanları ve farklı temsil biçimleri açısından dengeli dağılıma sahiptir. Ayrıca problemler konu alanı ve temsil biçiminden bağımsız olarak farklı çözüm yaklaşımları sergilemeye uygundur.

Tablo 1 Öğretmen Adaylarına Yöneltilen Problemler ve Farklı Çözüm Yaklaşımlarına Örnekler

Konu Alanı	Temsil Biçimi	Problem	Çözüm Yaklaşımları: Geometrik	Çözüm Yaklaşımları: Cebirsel
Doğrunun Analitiği	*Görsel*	 ABCD bir kenarı x ekseni üzerinde olan bir eşkenar dörtgendir. DB doğrusunun y eksenini kestiği noktanın ordinatı kaçtır?	 $a^2 - x^2 = 16 \} a - x = 2 \}$ $a + x = 8 \; \} a + x = 8 \}$ $2a = 10 \} a = 5, x = 3$ D(3,4), B(5,0) ise DB doğrusunun denklemi: $\frac{y-4}{-4} = \frac{x-3}{2} \} y - 4 = -2x + 6 \}$ $x = 0$ için $y = 10$ elde edilir.	 O(x,y) ise $x = \frac{0+8}{2} = 4$ ve $y = \frac{0+4}{2} = 2$ dir. AC doğrusunun denklemi: $y = mx \} 4 = 8m \} m = \frac{1}{2} \} y = \frac{1}{2}x$ BD ⊥AC olduğundan BD'nin eğimi m=-2 ve denklemi y-2=-2(x-4)'dür. x=0 için y=10 elde edilir.
	Cebirsel	$\vec{A} \parallel \vec{B} \parallel \vec{C}$, $\vec{A}=-2\vec{B}$, $\vec{B}=3\vec{C}$ ve $\lVert \vec{A}+\vec{C} \rVert = 20$ br olduğuna göre $\vec{B}\cdot\vec{C}$ skaler çarpımı kaçtır?	$\vec{A} = -2\vec{B}$ ve $\vec{B} = 3\vec{C}$ ise $\vec{A} = -6\vec{C}$ dir. $\lVert\vec{A} + \vec{C}\rVert = \lVert -5\vec{C}\rVert = 20$, $\lVert -\vec{C}\rVert = 4$ ise $\lVert\vec{B}\rVert = 12$'dir. $(\vec{B}, \vec{C}) = \lVert\vec{B}\rVert \cdot \lVert\vec{C}\rVert \cdot \cos 0^0 = 4\cdot 12 = 48$ elde edilir.	$\vec{C} = (x,y)$ ise $\vec{B} = (3x,3y)$ ve $\vec{A} = (-6x,-6y)$ dir. $\lVert\vec{A} + \vec{C}\rVert = \sqrt{(-5x)^2 + (-5y)^2} = 20$ $\sqrt{x^2+y^2} = 4$ ise $x^2 + y^2 = 16$ dır. $(\vec{B}, \vec{C}) = 3x^2 + 3y^2 = 3 \cdot 16 = 48$ elde edilir.
Çemberin Analitiği	*Görsel*	 Analitik düzlemde x eksenine A noktasında ve $y = -\sqrt{3}x$ doğrusuna B noktasında teğet olan çember çizilmiştir. B noktasının ordinatı $3\sqrt{3}$ ise, çemberin merkezinin ordinatı kaçtır?	 B(-3, $3\sqrt{3}$) yani $\lvert AB\rvert = 3$ dür. $m(\widehat{AOB}) = 30$, $m(\widehat{BOM}) = 30^{\circ}$, $m(\widehat{BMO}) = 60$, $m(\widehat{OMA}) = 60^{\circ}$ olduğundan $\lvert OB\rvert = 6$ ve $\lvert MB\rvert = 2\sqrt{3}$ dür. $y = \lvert MA\rvert = \lvert MB\rvert = 2\sqrt{3}$ elde edilir.	B(-3, $3\sqrt{3}$), M(x,y) ise, $\lvert MA\rvert = \lvert MB\rvert = y$ ise $\lvert MB\rvert$, (x,y) noktasından $y = -\sqrt{3}x$ doğrusuna olan uzaklıktır. $\lvert MB\rvert = y = \frac{\lvert y+\sqrt{3}x\rvert}{2}$ ise $y=\frac{y+\sqrt{3}x}{2}$ ve $y = \frac{-y-\sqrt{3}x}{2}$ dir. $y=\frac{y+\sqrt{3}x}{2}$ ise $y = \sqrt{3}x$ olamaz, çünkü II. bölgededir. O halde; $y = \frac{-y-\sqrt{3}x}{2}$ ise $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x$ dir. $-\frac{\sqrt{3}}{3}x = \sqrt{(x+3)^2 + \left(-\frac{\sqrt{3}}{3}x - 3\sqrt{3}\right)^2}$ olduğundan, $x = -6$ ve $y = 2\sqrt{3}$ elde edilir
	Cebirsel	Analitik düzlemde A(-2,-3) noktasından, $x^2 + y^2 - 3\cdot x + 5\cdot y + 5 = 0$ çemberine çizilen teğetin değme noktası T olduğuna göre, $\lvert AT\rvert$ kaç birimdir?	 $\left(x-\frac{3}{2}\right)^2 + \left(y+\frac{5}{2}\right)^2 = \frac{7}{2}$ olduğundan A(-2,3), M$\left(\frac{3}{2}, -\frac{5}{2}\right)$ ve $\lvert TM\rvert = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{2}}$ dir. $\lvert AT\rvert^2 = \lvert MA\rvert^2 - \lvert TM\rvert^2$ ise $\lvert AT\rvert^2 = 9, \lvert AT\rvert = 3$ elde edilir.	AT doğrusunun denklemi m'ye bağlı olarak bulunur. M noktasından AT doğrusuna olan uzaklık dikkate alınarak, noktanın doğruya uzaklığı formülünden m bulunur. Ardından AT doğrusu ile MT doğrusunun kesişme noktasını bulup, $\lvert AT\rvert$ bulunur.

Tablo 1'de tanıtılan problemler öğretmen adaylarına sunulmuş, yönlendirme yapılmaksızın yeterli süre zarfında çözmeleri istenmiştir. Öğretmen adaylarının problemlere ait yazılı çözümleri incelenerek, çözümün doğru veya yanlış olup olmadığına bakılmaksızın, benimsemiş oldukları çözüm yaklaşımları analiz edilmiştir.

Elde edilen verilerin daha önceden belirlenen temalara göre incelenmesi betimsel analiz olarak tanımlanmaktadır (Yıldırım ve Şimşek, 2008). Bu çalışmanın veri analizi sürecinde, öğretmen adaylarının cevapları çalışmaya başlamadan önce belirlenmiş olan "cebirsel yaklaşım ve geometrik yaklaşım" kategorilerine göre incelenmiştir. Veri analizinin güvenirliğini sağlamak amacıyla, bir grup öğretmen adayının tüm sorulara verdikleri cevaplar ikinci bir araştırmacı tarafından analiz edilmiştir.

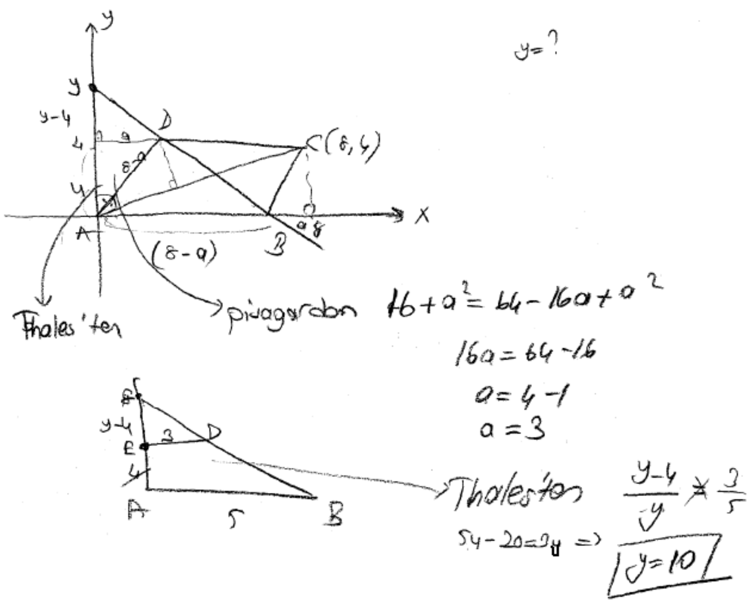
Bu bağlamda iki araştırmacının yapmış olduğu analizler dikkate alınarak Miles ve Huberman (1994) tarafından önerilen, değerlendiricilerin uyuştukları madde sayısının toplam değerlendirmeye oranı olarak tanımlanan uyum yüzdesi belirlenmiştir. Elde edilen uyum yüzdesi 0,84'tür. %70 üzerinde elde edilen uyum yüzdesinin, verilerin güvenilir şekilde analiz edildiğini gösterdiği kabul edilmektedir (Şencan, 2005). Bu çalışmada veri analizinin güvenilir olduğu söylenebilir. Nitel araştırmalarda geçerlik, inandırıcılık ve aktarılabilirlik ile sağlanmalıdır (Yıldırım ve Şimşek, 2008). Bu çalışmanın aktarılabilirliğinin sağlanması amacıyla katılımcılar ve katılımcıların ele alınan konu ile ilgili geçmiş deneyimleri ayrıntılı olarak açıklanmaya çalışılmış, inandırıcılığının sağlanması amacıyla da bir grup katılımcı ile kendi cevaplarına yönelik veri analizleri ile belirlenen çözüm yaklaşımları üzerine konuşularak katılımcı teyidi sağlanmıştır.

Çalışmada cevap aranan diğer problemler öğretmen adaylarının verilen problemleri çözerken tercih ettikleri temsil biçimlerinin, problemin konu alanına ve temsil biçimine bağlı olup olmadığıdır. Bu bağlamda verilen problemlerde konu alanı ve temsil biçimlerine göre öğretmen adaylarının temsil tercihlerinin frekansları belirlenmiştir. Frekanslar arası farkın istatistiksel olarak anlamlı olup olmadığının belirlenmesi amacı ile elde edilen verilere Ki-Kare bağımsızlık testi uygulanmıştır. Ki-Kare bağımsızlık testi iki sınıflamalı değişken arasında anlamlı bir ilişki olup olmadığını test Etmek için kullanılır (Büyüköztürk, 2006). Çalışmanın değişkenleri olan "problemleri çözüm yaklaşımı (cebirsel ve geometrik)", "problemin konu alanı (doğrunun analitiği ve çemberin analitiği)" ve "problemin temsil biçimi (cebirsel ve geometrik)" sınıflamalı değişkenlerdir. Bu değişkenlerin birbirinden bağımsız olup olmadığının belirlenmesi için Ki-Kare bağımsızlık testinin kullanılmasının uygun olduğuna karar verilmiştir.

Bulgular

Tablo 1'deki problemler öğretmen adaylarına sunulmuş, yönlendirme yapılmaksızın yeterli süre zarfında çözmeleri istenmiştir. Çözümler araştırmacılar tarafından doğru veya yanlış olup olmadığına bakılmaksızın incelenmiş ve öğretmen adaylarının benimsemiş oldukları çözüm yaklaşımları belirlenmiştir.

Öğretmen adaylarına yöneltilen her problem için çözüm yaklaşımlarına yönelik örnekler ve yaklaşımın hangi temsil tercihine uygun olduğu Tablo 1'de ayrıntılı olarak verilmiştir. Bu bölümde Tablo 1'de sunulanlardan farklı bir yolla problemi çözen bir öğretmen adayının çözümü ve tercih ettiği çözüm yaklaşımının nasıl tespit edildiğine yönelik bir örnek yeterli görülmüştür. Doğrunun analitiği kapsamında görsel temsil biçiminde sunulan problem için öğretmen adayının çözümü Şekil 1'de gösterilmiştir.



Şekil 1 Geometrik Çözüm Yaklaşımı Benimseyen Bir Öğretmen Adayının Çözümü

Şekil 1'de görüldüğü gibi öğretmen adayı problemi Tablo 1'de verilen örnek çözümlerden farklı bir yol ile çözmüştür. Öğretmen adayının çözümü incelendiğinde, benzer üçgenler oluşturarak probleme Pisagor ve Thales bağıntıları ile çözüm getirmeye çalıştığı görülebilir. Yani öğretmen adayı geometrik olarak sunulan bir probleme geometrik bir yaklaşımla çözüm getirmeye çalışmıştır. Dolayısıyla bu çözüm yaklaşımı geometrik yaklaşım olarak değerlendirilmiştir.

Öğretmen adaylarının çözüm yaklaşımlarına ait bulgular Tablo 2'de verilmiştir.

Tablo 2 Öğretmen Adaylarının Çözüm Yaklaşımları

Konu Alanı	Temsil Biçimi	Çözüm Yaklaşımı (f)			
		Cebirsel	*Geometrik*	*Boş*	*Toplam*
Doğrunun Analitiği	*Görsel*	10	38	15	63
	Cebirsel	21	36	6	63
Çemberin Analitiği	*Görsel*	5	52	6	63
	Cebirsel	15	38	10	63

Tablo 2 incelendiğinde hem doğrunun hem de çemberin analitiği ile ilgili problemlerin çözümünde, katılımcıların büyük çoğunluğunun geometrik çözüm yaklaşımını benimsediği görülebilir. Başka bir deyişle öğretmen adayları doğrunun ve çemberin analitiğine yönelik problemleri çözerken problemin konu alanı ne olursa olsun geometrik çözüm yaklaşımını tercih etmişlerdir. Problemler "görsel ve cebirsel temsil ile sunulan" olmak üzere sınıflandırıldığında ise hem görsel hem de cebirsel temsile sahip problemlerin çözümünde katılımcıların çoğunun yine geometrik çözüm yaklaşımını benimsediği görülebilir. Başka bir deyişle öğretmen adayları doğrunun ve çemberin analitiğine yönelik problemleri çözerken problemin temsil biçimi ne olursa olsun geometrik çözüm yaklaşımını tercih etmişlerdir.

Öğretmen adaylarının çözüm yaklaşımlarının problemlerin konu alanından bağımsız olup olmadığının belirlenmesi amacı ile öğretmen adaylarının temsil tercihlerinin frekansları problemlerin konu alanına göre belirlenmiştir. Buna göre elde edilen bulgular Tablo 3'de verilmiştir.

Tablo 3 Problemlerin Konu Alanına Göre Öğretmen Adaylarının Çözüm Yaklaşımları

Çözüm Yaklaşımı / Konu alanı	Cebirsel f (%)	Geometrik f (%)	Toplam f (%)
Doğrunun Analitiği	31 (%29,5)	74 (%70,5)	105 (%100)
Çemberin Analitiği	20 (%18,2)	90 (%81,8)	110 (%100)

Tablo 3 incelendiğinde öğretmen adaylarının doğrunun analitiği ve çemberin analitiği konu alanlarının her ikisine yönelik problemlerde çoğunlukla geometrik çözüm yaklaşımını tercih ettiği görülebilir. Ancak problemlerinin çözümünde cebirsel yaklaşımın tercih edilme oranı, doğrunun analitiği ile ilgili problemler için %29,5 iken, bu oranın çemberin analitiği ile ilgili problemler için %18,2'ye düştüğü görülmektedir. Analitik geometri problemlerinin çözümünde geometrik yaklaşımın tercih edilme oranı ise, doğrunun analitiği ile ilgili problemler için %70,5 iken, çemberin analitiği ile ilgili problemler için bu oran %81,8 'e yükselmektedir. Öğretmen adaylarının çözüm yaklaşımlarına ilişkin bu farkın anlamlı olmadığı bulunmuştur [χ^2= 3,819, p= ,051 > ,05]. Diğer bir değişle, öğretmen adaylarının analitik geometri problemlerine yönelik çözüm yaklaşımları, problemlerin konu alanı ile ilişkili değildir.

Öğretmen adaylarının çözüm yaklaşımlarının problemlerin temsil biçiminden bağımsız olup olmadığının belirlenmesi amacı ile öğretmen adaylarının temsil tercihlerinin frekansları problemlerin temsil biçimlerine göre belirlenmiştir. Buna göre elde edilen bulgular Tablo 4'de verilmiştir.

Tablo 4 Problemlerin Temsil Biçimine Göre Öğretmen Adaylarının Çözüm Yaklaşımları

Çözüm Yaklaşımı / **Temsil Biçimi**	**Cebirsel** f (%)	**Geometrik** f (%)	**Toplam** f (%)
Görsel	15 (%14,3)	90 (%85,7)	105 (%100)
Cebirsel	36 (%32,7)	74 (%67,3)	110 (%100)

Tablo 4 incelendiğinde öğretmen adaylarının görsel ve cebirsel temsil biçimlerinin her ikisine yönelik problemlerde çoğunlukla geometrik çözüm yaklaşımını tercih ettiği görülebilir. Ancak problemlerinin çözümünde cebirsel yaklaşımın tercih edilme oranı, görsel temsil biçimindeki problemler için %14,3 iken, bu oranın cebirsel temsil biçimindeki problemler için %32,7'ye yükseldiği görülmektedir. Analitik geometri problemlerinin çözümünde geometrik yaklaşımın tercih edilme oranı ise, görsel temsil biçimindeki problemler için %85,7 iken, cebirsel temsil biçimindeki problemler için bu oran %67,3'e düşmektedir. Öğretmen adaylarının çözüm yaklaşımlarına ilişkin bu farkın anlamlı olduğu bulunmuştur [χ^2= 10,097, p= ,001 <,05]. Yani, öğretmen adaylarının analitik geometri problemlerine yönelik çözüm yaklaşımları, problemlerin temsil biçimi ile ilişkilidir.

Sonuçlar ve Tartışma

Çalışma kapsamında öğretmen adaylarına doğrunun ve çemberin analitiği olmak üzere iki farklı konu alanından görsel ve cebirsel temsilde problemler yöneltilmiş, öğretmen adaylarının analitik geometri problemlerini çözerken benimsemiş oldukları yaklaşımlar belirlenmiştir. Çalışma sonunda hem doğrunun hem de çemberin analitiği ile ilgili problemler çözülürken, katılımcıların büyük çoğunluğunun geometrik çözüm yaklaşımını benimsediği görülmüştür. Başka bir deyişle öğretmen adayları doğrunun ve çemberin analitiğine yönelik problemleri çözerken, problemin konu alanı ister doğrunun analitiği isterse çemberin analitiği olsun, çoğunlukla geometrik çözüm yaklaşımını tercih etmişlerdir. Ancak öğretmen adaylarının çözüm yaklaşımlarının problemlerin konu alanına göre dağılımı istatistiksel olarak anlamlı bulunmamıştır. Bu sonuç öğretmen adaylarının çözüm yaklaşımlarının dağılımının konu alanı ile ilişkili olmadığı, çözüm yaklaşımı tercihlerinde rastlantısal durumların söz konusu olabileceği şeklinde yorumlanabilir. Özgün-Koca (1998), öğrencilerin temsil tercihlerinin kişisel tercihler, geçmiş deneyim ve bilgiler, inançlar, öğrenme prosedürleri, problemin sunuş temsili, baskın cebirsel öğrenme, grafik programları gibi faktörlerden etkilenebileceğini belirtmiştir. Bu çalışmada elde edilen sonuçlar da öğretmen adaylarının analitik problemlerini çözerken tercih ettikleri yaklaşımların konu alanına bağımlı olmadığını göstermiştir. İleriki çalışmalarda Özgün-Koca (1998) tarafından vurgulanan diğer faktörler ele alınarak analitik problemlerinin çözümünde tercih edilen temsil biçimlerinin bu faktörlerden etkilenip etkilenmediği araştırılabilir.

Problemler "görsel ve cebirsel temsil ile sunulan" olmak üzere sınıflandırıldığında hem görsel hem de cebirsel temsile sahip problemlerin çözümünde katılımcıların çoğunun yine geometrik çözüm yaklaşımını benimsediği görülmüştür. Başka bir deyişle öğretmen adayları doğrunun ve çemberin analitiğine yönelik problemleri çözerken problemin temsil biçimi ister cebirsel ister geometrik olsun, genellikle geometrik çözüm yaklaşımını tercih etmişlerdir. Öğrencilerin problem çözerken genellikle tek temsil türüne (bu çalışma için geometrik temsil) yöneldiklerini belirten çalışmaların (Akkuş ve Çakıroğlu, 2006; Delice ve Sevimli, 2010; Özgün-Koca, 1998) sonuçları ile bu çalışmanın sonucu benzerdir. Diğer taraftan bu sonuçtan farklı olarak öğrencilerin soru hangi temsilde verilmişse öncelikle soruyu o temsille çözmeye çalıştığını (Özhan-Turan, 2011), öğrencilerin sözel problemlerin çözümünde önce şekil çizmektense cebirsel işlem yapmayı tercih ettiğini (Kartallıoğlu, 2005; Knuth, 2000'den aktaran Edwards, 2008; Orhun, 2000), temsil türlerini tercih etme durumlarının problemin sunum biçiminden ve soru türünden etkilendiğini (Akkuş ve Çakıroğlu, 2006; Özgün-Koca, 1998) vurgulayan birçok çalışma da mevcuttur. Bu çalışmada ise analitik geometri problemlerinde konu alanı ve problemin temsili değişse de öğretmen adaylarının büyük çoğunluğunun geometrik çözüm yaklaşımını tercih ettiği görülmüştür. Bu farklı sonucun problemlerin analitik geometri alanından seçilmiş olması, öğretmen adaylarının analitik geometri ve geometri (sentetik geometri) derslerine yönelik eşit deneyime sahip olmamaları gibi sebeplerden kaynaklanabileceği düşünülebilir. Benzer şekilde Özgün-Koca (1998)'da cebirsel temsile dayalı baskın öğrenme deneyimlerinin öğrencilerin çözüm yaklaşımlarını etkileyebileceğini belirtmiştir. Dolayısıyla bu çalışmanın katılımcılarının geçmiş öğrenme deneyimlerinin analitik geometriden ziyade sentetik geometride baskın olmasının, geometrik çözüm yaklaşımının çoğunlukla tercih edilmesinde etken olabileceği düşünülebilir. Bu çalışmanın katılımcıları öğretim programı gereği analitik geometriden daha çok sentetik geometriye yönelik deneyime sahip olduklarından dolayı geometrik problemleri cebirselleştirmek yerine, geometrik çözüm yaklaşımı tercih ediyor olabilirler. Analitik geometri, cebirsel problemlerin geometri yardımıyla, geometri problemlerinin de cebir yardımıyla incelenmesine olanak sağlayan bir matematik dalı (Gözen, 2001) olarak tanımlanmaktadır. Öğretmen adaylarının tercih ettikleri temsil biçimlerine yönelik çalışma sonuçları dikkate alındığında, cebirsel problemlerin geometri yardımıyla çözüldüğü ancak geometri problemlerinin cebirsel temsillerle çözülmediği görülebilir. Bu sonuç analitik geometrinin imkan sağladığı çoklu temsiller arası geçişlerin, cebirden geometriye geçiş olmak üzere tek yönlü kullanımının tercih edildiğini göstermiştir. Ayrıca bu çalışmada öğretmen adaylarının çözüm yaklaşımlarının problemin temsil biçimlerine göre dağılımındaki farklılıklar istatistiksel olarak da anlamlı bulunmuştur. Bu sonuç öğretmen adaylarının temsil tercihlerinin rastlantısal olmadığını göstermiştir.

Her problem için geometrik yaklaşımın çözüme ulaştırmada yeterli olmayacağı düşünüldüğünde, öğrencilere farklı çözüm yaklaşımları ile ilgili deneyimlerin yaşatılması gerektiği önerisi yapılabilir. Çünkü yapılan çalışmalar farklı çözüm yaklaşımlarını kullanabilme becerilerinin öğretilebilir olduğunu göstermiştir (Keller and Hirsch, 1998). Ayrıca öğretmen adaylarının analitik geometri problemlerinin çözümünde ağırlıklı olarak geometrik çözüme yönelmelerinin sebepleri, çözümler üzerine yapılacak olan klinik mülakatlarla ayrıntılı olarak araştırılabilir. Diğer taraftan yapılan çalışmalar seçilen temsil türü (Kendal ve Stacey, 2003; Neria ve Amit, 2004) ve farklı temsilleri kullanabilme ile temsiller arası geçiş yapabilme becerilerinin (Delice ve Sevimli, 2010; Girard, 2002; Goerdt, 2007; Kardeş, 2010; Lesh, ve Doerr 2003; McGowan ve Tall, 2001) başarıyı etkilediğini göstermiştir. Bu çalışmada öğretmen adaylarının çözüm yaklaşımları farklı değişkenler açısından ortaya koyulmuş, ancak değişkenler dikkate alınarak çözüm yaklaşımının başarıyı etkileyip etkilemediği araştırılmamıştır. İleriki çalışmalarda problemlerin çözümü için tercih edilen çözüm yaklaşımının farklı temsil türlerine ve farklı konu alanlarına ait problemlerin çözümündeki başarı üzerinde etkili olup olmadığı araştırılabilir.

Kaynakça

Adu-Gyamfi, K. (1993). *External multiple representations in mathematics teaching.* Unpublished Master Thesis.. Graduate Faculty of North Carolina State University, USA.

Akkuş, O, & Çakıroğlu, E. (2006). Seventh grade students' use of multiple representations in pattern related algebra tasks. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *31*(31).

Arslan, S. (2008). Diferansiyel denklemlerin öğretiminde farklı yaklaşımlar ve nitel yaklaşımın gerekliliği. *Milli Eğitim Dergisi, 179*, 153-163.

Baki, A. (2006). *Kuramdan Uygulamaya Matematik Eğitimi*. Derya Kitapevi, Trabzon.

Baki, A. (2014). *Matematik Tarihi ve Felsefesi*. Pegem Akademi, Ankara.

Bingölbali, E. (2008). Türev kavramına ilişkin öğrenme zorlukları ve kavramsal anlama için öneriler. M.F. Özmantar, E. Bingölbali & H. Akkoç (Ed.), *Matematiksel Kavram Yanılgıları ve Çözüm Önerileri*. Pegem Yayıncılık, Ankara.

Büyüköztürk, Ş. (2010). *Sosyal Bilimler İçin Veri Analizi El Kitabı: İstatistik, Araştırma Deseni, SPSS Uygulamaları ve Yorum* (6. Baskı). Ankara: Pegem A Yayıncılık.

Çelik, D. (2007). *Öğretmen adaylarının cebirsel düşünme becerilerinin analitik incelenmesi.* Yayınlanmamış Doktora Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.

Çepni, S. (2007). *Araştırma ve Proje Çalışmalarına Giriş* (3. Baskı). Trabzon: Celepler Matbaacılık.

Delice, A. & Sevimli, E. (2010). Matematik öğretmeni adaylarının belirli integral konusunda kullanılan temsiller ile işlevsel ve kavramsal bilgi düzeyleri. *Gaziantep Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, *9*(3). 581-605.

Edwards, B. (2008). *Using Task-Based Interviews to Discover College Physics Majors' Mathematical Thinking and Problem-solving Skills.* Retrieved from https://mathed.asu.edu/crume2008/Proceedings/BEdwards%20LONG.pdf on 28/05/2015.

Even, R. (1998). Factors involved in linking representations of functions. *Journal of Mathematical Behavior*, *17*(1), 105-121.

Fennell, F. S. & Rowan, T. (2001). Represantation: An important process. *Teaching and Learning Mathematics*. *7*(5), 288-292.

Girard, N. R. (2002). *Students' representational approaches to solving calculus problems:Examining the role of graphing calculators*. Unpublished EdD, Pittsburg: University of Pittsburg.

Goerdt, L. S. (2007). *The Effect of Emphasizing Multiple Representations on Calculus Students' Understanding of the Derivative Concept*. Unpublished. EdD, The University of Minnesota.

Gözen, Ş. (2001*). Matematik ve Öğretimi*. (1.Baskı). Evrim Yayınevi, İstanbul.

Kaput, J. J. (1998). Represantations, inscipions, descriptions and learning: A kaleidoscope of Windows. *Journal of Mathemetical Behavior, 17* (2), 265-281.

Kardeş, D. (2010). *Matematik Öğretmen Adaylarının Lineer Denklem Sistemleri Çözüm Süreçlerinin Öz-Yeterlik Algısı ve Çoklu Temsil Bağlamında İncelenmesi*. Yüksek Lisans Tezi, Marmara Üniversitesi, İstanbul.

Kartallıoğlu, S. (2005). *İlköğretim 3. ve 4. Sınıf öğrencilerinin sözel matematik problemlerini modellemesi: çarpma ve bölme işlemi*. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Abant İzzet Baysal Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü.

Keller, B. A. & Hirsch, C. R. (1998). Student preference for representations of functions. *International Journal in Mathematics Education Science Technology, 29* (1), 1-17.

Lesh, R. & Doerr, H. (2003). Foundations of a models and modeling perspective on mathematics teaching, learning, and problem solving. In R. Lesh & H. Doerr (Eds.) *Beyond contructivism* (pp.3-34). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Lubinski, C. A. & Otto, A.D. (2002). Meaningful Mathematical Representations and Early Algebraic Reasoning. *Teaching Children Mathematics, 9* (2). 76-80.

McGowan, M. ve Tall, D. (2001). *Flexible Thinking, Consistency, and Stability of Responses:A Study of Divergence* http://homepages.warwick.ac.uk/staff/David.Tall/drafts/dot2001-mcgowen-tall-draft.pdf adresinden 03.06.2015 tarihinde ulaşılmıştır.

Merriam, S. B. (2013). *Nitel Araştırma Desen ve Uygulama İçin Bir Rehber* (Ed. S. Turan, Çev.). Ankara: Nobel Yayıncılık. (2013).

Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], (1992). *Analitik Geometri Dersi Öğretim Programı (10-11.Sınıf).* Ankara.

Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], (2013). *Ortaöğretim matematik dersi (9, 10, 11 ve 12.Sınıflar) öğretim programı.* Ankara.

National Council of Teachers of Mathematics [NCTM] (2000). Principles and standards for school mathematics. Reston, VA: NCTM Publications.

National Council of Teachers of Mathematics [NCTM] (2007). Mathematics Teaching Today. Reston, VA: NCTM Publications.

Neria, D. & Amit, M. (2004). Students preference of non-algebraic representations in mathematical communication'. In *Proceedings of the 28th Conference of the*

International Group for the Psychology of Mathematics Education (Vol. 3, pp. 409-416).

Oktaç, A.(2008). Ortaöğretim düzeyinde lineer cebir ile ilgili kavram yanılgıları. Akkoç, H., Bingölbali, E., Özmantar , M. F (Ed). *Matematiksel Kavram Yanılgıları ve Çözüm Önerileri*. Pegem Akademi, Ankara.

Orhun, N. (2000). 11.Sınıf öğrencilerinin fonksiyon limit süreklilik türev konularında bilişsel davranışlarının ölçülmesi. *Anadolu Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi. 10* (1), 99-105.

Özgün-Koca, S.A. (1998). Students" use of representations in mathematics education. *North American Chapter of the Internetional Group for the Psychology of Mathematics Education,* NC: Raleigh.

Özhan-Turan, A. (2011). *12.Sınıf Öğrencilerinin Analitik Geometrideki Temsil Geçişlerinin Krutetskii Düşünme Yapıları Bağlamında İncelenmesi; Doğruların Birbirine Göre Durumları*. Yüksek Lisans Tezi, Marmara Üniversitesi, İstanbul.

Schultz, J. E. ve Waters, M. S. (2000). *Why representations?*. Mathematics Teacher, 93(6), 448-453.

Sevimli, E. (2009). *Matematik Öğretmen Adaylarının Belirli İntegral Konusundaki Temsil Tercihlerinin Uzamsal Yetenek ve Akademik Başarı Bağlamında İncelenmesi.* Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Marmara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Stewart, S. & Thomas, M. O. J. (2004). The learning of Linear Algebra Concepts: Instrumentation of CAS calculators. Proceedings of the 9th Asian Technology Conference in Mathematics. Singapore, 377-386.

Yerushalmy, M. & Schwartz, J. L. (1993). Seizing the oppurtunity to make algebra mathematically and pedagogically interesting (s.41-68)., In T. A. Romberg, E. Fennema & T.P. Carpenter (Eds.) *Interrating research on the graphical representation of functions.* Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Yıldırım, A., ve Şimşek, H. (2008). *Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri* (7. Baskı). Ankara: Seçkin Yayıncılık.