

Matematik Felsefesi ve Eğitimine Dair⁴

Zekeriya GÜNEY

Muğla Sıtkı Koçman Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Ortaöğretim Fen\Matematik Alanlar Eğitimi Bölümü,
Matematik Eğitimi ABD, 48000, Muğla

E-mail: zguney@mu.edu.tr

Murad ÖZKOÇ

Muğla Sıtkı Koçman Üniversitesi, Fen Fakültesi, Matematik Bölümü, 48000, Muğla

E-mail: murad.ozkoc@mu.edu.tr

Nebiye KORKMAZ

Muğla Sıtkı Koçman Üniversitesi, Eğitim Fakültesi,
İlköğretim Bölümü, Matematik Eğitimi ABD, 48000, Muğla

E-mail: nkorkmaz@mu.edu.tr

Özet

Bu çalışmada, matematiğin doğası, müfredat programlarında daima yer almasının başlıca nedenleri, bazı matematik eğitimcilerinin ve matematik felsefecilerinin matematiğe bakış açıları sorgulanmış ve bunlarla ilgili araştırmalarımıza, Metamatematik, Matematik ve Yaşam, Matematik ve Bilim, Matematiksel Kesinlik, Yapılandırmacı Öğrenme, Düşünme Sanatı, Özel Dershaneler ve Özel Okullara Dair, Öğretmen ve Yüksek Öğretmenliler, Matematik ve Biçimsellik, Matematik ve Mantıkçılık ve son olarak Sonuç başlıkları altında yer verilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Matematik Felsefesi, Matematik Eğitimi, Mantık, Formalizm.

On The Philosophy and Education of Mathematics

Abstract

In this study, the nature of mathematics, the main reasons of its always being in curriculums, mathematics perspectives of some mathematics educators and mathematics philosophers are examined and our researches related to these are given under the titles, Metalogic, Mathematics and Life, Mathematics and Science, Mathematical Certainty, Constructivist Learning, The Art of Thinking, About Private Courses and Private Schools, Teacher and Teacher High School Graduates, Mathematics and Formalism, Mathematics and Logicsm and as the last one Conclusion.

Keywords: Philosophy of Mathematics, Mathematics Education, Logic, Formalism.

⁴ Bu araştırmada elde edilen bulgular 12-14 Kasım 2015 tarihleri arasında düzenlenen "Felsefe, Eğitim ve Bilim Tarihi" adlı sempozyumda sözlü bildiri olarak sunulmuştur

Giriş

Matematik bir kesinlikler bilimi olmasına karşın, metamatematik, yani matematik hakkında “fikir beyan etmek” bunun tam tersidir. Gerçekte “Matematik nedir?” sorusuna matematikçiler değil fakat matematik felsefecileri cevap ararlar ve bu nedenle de -felsefenin doğası gereği- sorun hala tartışılır durur. “Matematik öyle bir konudur ki, ne neyin üzerine konuştuğumuzu, ne de konuştuklarımızın doğru olup olmadığını bilebiliriz (Bertrand Arthur William Russell, 1872-1970).” Yine de matematik hakkında doğruya yakın birtakım betimlemeler yapmak mümkündür. Matematik, pekinlik (kuşku götürmezlik), sağınlık (yanlışsızlık) ve anlaşılabilirlik bakımlarından en üst düzeyde düşünsel ürünlerden oluşan bir bilgi alanı, bir soyutlama, bir disiplin ve bir düşünce biçimidir; mantıksal (logical), biçimsel (formal) ve simgesel (symbolic) bir sistemdir; akıl yürütmeye dayalı bir imgeler ve kurallar oyunudur; zengin ve dakik bir “sentaks”ı olan evrensel bir dildir. Matematik nesnelere kendilerini değil aralarındaki ilişkileri inceler; ölçülen şeyle değil ölçü fikriyle uğraşır. Matematikte esas unsur kuraldır. Fakat “Matematiksel kavram ve bilgilerin hemen tümünün gerçek dünyada hiçbir yeri yoktur” (King, 1999).

Öğretmenler, matematik konularının potansiyel kullanım alanları olabileceğini, fakat asıl matematiğin salt düşünsel ve estetik bir uğraşı olduğunu; gereği gibi çalışılırsa, doğru düşünme alışkanlığı kazandırdığına müdrik olmalıdırlar (Güney, Korkmaz ve Işık, 2010; Güney ve Özkoç, 2014).

Matematik ve Yaşam

Matematik günlük yaşamda pek işe yaramaz. Günlük yaşamda kullanılan matematik sadece ilkokulların ilk sınıflarında okutulan “Aritmetik”in küçük bir kısmından ibarettir ve diğer bilimlerin işine yarayan “Uygulamalı Matematik” ise matematiğin birçok konusundan sadece biridir. Matematiksel kavramlar matematikçilerin hayal ürünleri olup, bunların genellikle gerçek dünyada bir karşılıkları yoktur. Matematik öğretmenleri, matematik kavramlarını anlatırlarken, öğrencilerin “Hocam bu bizim hayatta ne işimize yarayacak?” gibi sorularına cevap vermek için günlük yaşamdan yakıştırmalar arama gayreti içine girmemelidirler. Çünkü “teşbihte” hata olmayacağı için, ne söyleseler bir benzerlik olabilecek, fakat asıl soyut kavram tutturulamayacaktır. Bu ise öğrencilerin kavramı yanlış algılamalarına ve matematiksel kesinliğin zedelenmesine yol açacaktır. Kesinlik bir kere zedelendi miydi, bu gittikçe katlanır ve ardışık ve yığılmalı bir aşamalar dizisi olan matematik, öğrenci için içinden çıkılmaz bir kabus haline gelir. Ayrıca soyut kavramlara somut karşılıklar yakıştırmak, öğrencileri düşünce tembelliğine iter. Matematik günlük yaşamda bir işe yaradığından değil, insanları doğru düşünmeye alıştırdığına inanıldığı için okullarda baş tacı edilir.

Tüm matematiksel bilgiler herhangi bir zamanda gerçek dünya olgularıyla ilişkilendirilebilir. “Her matematik araştırması gerçek dünyaya uygulanabilir olmanın potansiyel değerine sahiptir.” Fakat bugün için, matematiğin sadece “Uygulamalı Matematik” denilen küçük bir kısmı uygulama alanı bulabilmiştir ve kuşkusuz bu kadarı bile bugünkü muazzam teknolojinin oluşmasında büyük bir rol oynamıştır. Geriye kalan ve pür matematik denilen

olgunun değeri, kesin (doğru) oluşundan ve güzel ve dakik akıl yürütmelere örnek oluşturmasından gelir. Matematik eğitimcileri matematiğin kesin fakat birtakım uydurulmuş varsayımlara bağlı ve çoğu bugün için gerçek dünyada hiçbir işe yaramayan bilgiler içerdiğini kabul etmelidirler. Kuşkusuz bu durum matematiğin yararsızlığı anlamına gelmez; aksine insan karakteristiği olan düşünme melekesine yaptığı katkılar matematiği bütün çağlarda eğitimin ön sırada gelen vazgeçilmez bir unsuru kılar. Matematiğe büyük önem verilmesinin nedenleri arasında diğer bilimlerin problemlerine yardımcı olmak, onları daha bir güvenilir kılmak, vs. sayılabilir; fakat matematiği eğitimde önemli kılan asıl neden, onun bir zihin jimnastiği olarak işe yaramasıdır. Elbette ki, matematik okumamış fakat düşünceleriyle insanlığa ışık tutmuş nice bilgiler gelip geçmişken, doğru düşünebilmenin tek yolunun matematik tealimi yapmak olduğu savunulamaz. Fakat matematik insanları doğru, tutarlı ve dakik düşünmeye alıştıran en organize disiplindir.

“Matematik öğrenmeyi öğretir.” Herhangi bir soyut problemin çözüm aşamalarında yürütülen mantık zincirini kavramakla, somut problemleri çözebilmekte daha yetkin olunabileceğine inanılmaktadır. Nasıl ki futbolcular, futbol oyunu ile doğrudan ilgisi olmayan, topsuz antrenmanları yapmadan futbol oyunu için gereken fizik kondisyonuna sahip olamaz ve bu nedenle de iyi futbol oynayamazlarsa, bir mimar ya da başka bir meslek sahibi de işini daha iyi yapabilmek için gerekli olan beyin kondisyonuna sahip olmalıdır. Bir futbolcunun antrenörüne, “Futbol oynarken hiç halter kaldırmıyoruz, bize halter çalıştırıyorsunuz, maçta bu bizim ne işimize yarayacak?” diye sorması ile, bir öğrencinin ya da mimarın, hocasına, “Bu ispatladığımız zor teoremler hayatta bizim ne işimize yarayacak ki?” diye sorması arasında pek fark yoktur (Güney, 2012).

İnsanlığın doğal amacı, daha mutlu bir yaşamdır. Teknoloji, savaş, barış, bilim, vs. gibi her türlü insan aktivitesi bu amaca yöneliktir. Mutlu bir yaşamın koşulları çevreye, zamana, kişiye, vs. göre değişir. Tüm etkinliklerinde insanlar -iyi veya kötü- akıllarını kullanırlar. Belki de akıl, sürekli olarak insanı daha iyisini aramaya itmekle, ona hiçbir zaman ulaşamayacağı bu hedefin peşinde, ulaşamamanın mutsuzluğunu yaşatmaktadır. Dünyadan “dört başı mamur” bir insanın gelip geçtiğine veya gelip geçeceğine inanmak çok zordur. Belki bir böcek kadar aklımız olsa idi daha mutlu yaşayabilirdik! Fakat gerçek şu ki, insanoğlu akıllı olduğuna şükreder ve mutluluğu yakalayabilmek için onu daha iyi kullanmak gerektiğine inanır. İnsanlığa ışık tutan bilgiler, sorunları daha iyi çözebilmek, yapılması gereken ile yapılmaması gerekeni daha iyi ayırt edebilmek ve kısacası doğruyu bulabilmek için akli geliştirmek gerekliliğini ve bunun en iyi “tealim”inin de matematik olduğunu savunmuşlardır. Matematiğin eğitimde ön sıradaki vazgeçilmez yerini binlerce yıldan beri koruması bu nedenledir. Diğer disiplinler matematiği kullanabildikleri oranda inandırıcı ve başarılı sayılırlar. Kendine özgü dili ve akıl yürütmedeki kusursuz güzellikleri ile matematik, diğer bilimlerin “cazibe” odağı olmuş ve onlara eğer becerebilirlerse kendisini diledikleri kadar kullanma izni vermiştir. Böylece Neptün kağıt üzerinde keşfedilmiş, televizyonlar, bilgisayarlar icat edilmiştir. Fakat aynı zamanda Hiroşima, Nagasaki’de olduğu gibi insanları yok eden silahlar da geliştirilmiştir. Ayrıca matematiğin sırtından bin bir türlü “üçkâğıtçılık” da öğrenilmiştir. Bu sonuncularda elbette ki matematiğin suçu yoktur; suç, önlerine hazır formüller verilen, fakat matematikten nasibini almamış, matematiği gerçek anlamıyla

anlayamamış kişilerdir; çünkü bunlar hatadır, hatalar yanlış hesaptan kaynaklanır ve matematikte yanlış hesap yoktur (Güney, 1993a).

Matematik ve Bilim

Bilim adamları ve mühendisler mesleklerini icra ederlerken zaman zaman temeli lise matematiği olan yüksek matematik kullanırlar. Çünkü “Bir bilimin gücü, onun matematiği kullanma derecesiyle ölçülür.” “Bilimler matematiğin çelik süzgecinden geçmedikçe güvenilir olamazlar (Stanley Smith Stevens, 1906-1973).” Fakat liselerde 30-40 kişilik bir sınıftan üç-beş kişi bilim adamı ya da mühendis olabildiği halde geriye kalan büyük çoğunluk kendilerine sıkıcı gelen şu hiçbir zaman kullanmayacakları diferansiyel, integral, logaritma, trigonometri, vs. gibi konuları neden okumak durumunda bırakılırlar? Bunun sebebi bir kere kimin ne olacağından önceden bilinmemesi ve potansiyel olarak tüm öğrencilerin ileride bunları bilmeyi gerektiren bir mesleğe yönelebileceklerinin düşünülmesidir. Büyük çoğunluğu bilim adamı olmasalar da öğrenciler eğer matematiğin şu ya da bu konusunu gerektiği gibi “tealim” ederlerse, hem matematikten zevk alacaklar hem de doğru akıl yürütme becerisi kazanacaklardır. Matematik bilmeyi gerektiren bir mesleğe yönelmeyecekleri önceden bilinseydi, öğrencilere matematik derslerinde birçok uygar ülkelerde olduğu gibi sadece satranç dama gibi zevkli zihin sporları yaptırılabilir ve böylece de zihinlerinin açılması sağlanabilirdi. İnsanlar birazcık kafaları çalışınca, yere izmarit atmanın, kopya çekmenin, başkalarını kandırmanın, haksızlık yapmanın filan ne aptalca şeyler olduğunu anlayabilirler. Sadece aptallar birisini kazıkladıkları için açığız olduklarını sanırlar ve hatta bununla da övünürler (Güney, 2013b).

Matematiğin kendisi bir deneysel bilim olmadığı halde, deney alanına girebilecek objeler arasındaki ilişkiler için bir model olarak işe yarar. Matematiksel modelin incelenmesiyle fiziksel olgular hakkında bilgi edinilir. Bilim tarihi, Thales’in milattan 600 yıl kadar önce güneş tutulmasını hesaplayarak önceden haber vermesinden, Einstein’ın rölativite teorisini deney falan yapmadan, sadece matematik yöntemle ortaya atmasına kadar, bunun sayısız örnekleriyle doludur. Bunlar arasında en çarpıcı olanı Neptün’ün keşfidir. Neptün kâğıt üzerinde matematikçiler tarafından keşfedilmiştir. Astronomlar, Uranüs’ün yörünge hareketlerindeki tedirginlikleri gözlemlemişler ve bunların yakındaki bir gök cisminin kaynaklanabileceğini düşünmüşlerdi; fakat çıplak gözle görünmeyen bu gök cisminin yerini bir türlü belirleyememişlerdi. Gözlem verilerini matematikçi Le Verrier’e verdiler; Verrier hemen olayın matematiksel modelini oluşturdu ve model üzerinde çalışarak yaptığı hesaplamalar sonucunda Uranüs’ü tedirgin eden gök cisminin yerini kâğıt üzerinde belirledi. Şu gün, şu saatte, şu koordinatlara gök dürbünüyle bakın, orada yeni bir gezegen göreceksiniz dediği astronomlar, 1846’da Berlin rasathanesinden dediği yere gök dürbünüyle baktılar ve Neptün’ü gördüler. Ufak tefek hesap hataları yapılmış olmasına rağmen, bu olay matematiğin bir zaferi olarak bilim tarihine geçti. Matematiksel modeller, bilimlerin en değerli yardımcısıdır, fakat bu durum matematik dünyası ile gerçek dünyanın ayrı ayrı dünyalar olduğu gerçeğini değiştirmez. Kaldı ki fiziksel ya da sosyal bir olayın matematiksel modeli yapılırken, olaya etken olan çok sayıda parametreden sadece baskın olan birkaç tanesiyle yetinilmek zorunluluğu vardır. Aksi halde hesabın içinden çıkılmaz!.. Bu nedenle de genellikle basite indirgenerek kurgulanmış olayların modelleri oluşturulur. Hatta genellikle olaylara göre model değil, üzerinde çalışılmış modellere göre olaylar kurgulanır. Daha

ilkokullarda başlayan, havuz problemleri, işçi problemleri, vs. modelleri sayısal denklemler olacak şekilde kurgulanmış bu türden olaylardır. Ancak, “Madde dünyasının ampirik değişkenleri ile matematik model arasında mükemmel bir karşılıklık bulunan bir alan yoktur (Stanley Smith Stevens, 1906-1973)”, “Matematiksel modeller gerçek dünyaya ilişkin oldukları kadar kesinlikten uzak, kesin oldukları kadar gerçek dünyaya ilişkin değildir (Albert Einstein, 1879-1955) .” “Matematikte objeler değil kurallar esastır, objeler için kurallar değil, kurallar için objeler uydurulmuştur (Henkel).” Matematiksel modeller daha çok, fonksiyonel denklem, diferansiyel denklem, integral denklem, fark denklemi ya da bunların karışımları olan denklemler; sayısal ve kümesel denklemler ve eşitsizlikler, vs. şeklinde ortaya çıkar. Mesela, bir toplulukta bir t zamanındaki çoğalma hızının o andaki nüfus ile orantılı olduğu, hatta başa baş gittikleri gözlemlenmişse, bu topluluktaki nüfus belirleme modeli, en basit diferansiyel denklem olan

$$y' = y$$

denklemdir. Çözümü $y(t) = ke^t$ olup, eğer başlangıçta iki obje olduğu kabul edilirse $y(t) = 2e^t$ önceden belirlenmiş bir birim cinsinden topluluğun t zamanındaki nüfusunu verir. İlkokul öğrencileri de bazı kurgulanmış olaylar için modeller yapabilirler. Havuz problemleri, işçi problemleri, vs. bu amaçla çalışılır.

Bugünkü muazzam teknolojinin oluşmasında en büyük rolü oynamasına rağmen bilimin bize söylediklerinin ne kadar güvenilir olduğu tartışmalıdır. Tarih boyunca bilim adamlarının aynı olgular için bilim adına söyledikleri çoğu zaman farklı olmuştur. Çağlarının en ünlü bilim adamları, evrenin “şekli şemali” ile ilgili farklı farklı teoriler ileri sürmüşlerdir. Işık, ısı, çekim, hareket, hız, kuvvet gibi fiziksel olgularla ilgili fizik kanunları ikide bir değişip durmuştur. Bilimsel bulgular gittikçe gerçeğe yaklaşıyor olabilirler; fakat bunların tam gerçeği yansıttıklarından hiçbir zaman emin olunamaz. “Matematik ise kesindir” (Stevens,1968). “Yarının gözlemleri ile değişmeyecek bir gerçek arıyorsanız onu bilimde değil matematikte arayın” (King, 1999). “Matematiksel bulgular binlerce yıl sonra bile zaman aşımına uğramaz (Ali Nesin, 1956-).” “Matematiğin bütün bilimlerin üstünde özel bir saygınlığının olmasının nedeni, yasalarının kesin doğru ve tartışılmaz olmasıdır; diğer bilimlerdeki yasalar ise bir ölçüde tartışmaya açıktır (Albert Einstein).”

Matematiksel Kesinlik

“Bu kesinlikle böyledir.”, “Bunu herkes bilir.” gibi kesinlik içeren ifadeler, “Bu böyle olabilir.”, “Bunu bazıları bilebilir.” gibi açık kapı bırakan ifadelere göre doğruluktan daha uzak olan önermelerdir (Fuzzy Mantığı). “Kesin doğru” bilgilerin ise, pratik değeri pek yoktur. Bunu bir örnekle biraz karikatürize ederek belki açıklayabiliriz. Mesela “Neredeyim? Lütfen doğruyu söyleyin!” diye soran birine, bir bilgin milimi milimine koordinatlarına kadar nerede bulunduğunu söyleyebilir. Başka birileri bulunduğu sokağı, mahalleyi, şehri, ülkeyi, kıtayı, gezegeni, yıldız sistemini, galaksiyi söyleyebilirler. Başka biri garantiye almak için evrende bulunduğunu söyleyebilir. Bunlar gittikçe pratik değerleri azalan, fakat gerçeğe yaklaşan cevaplar olmalarına karşın hiçbiri matematiksel kesinlik içermez. Hiçbiri doğru değildir ama bilginin söylediği hariç hiçbirine kesin yanlış da denemez? Bilginin söylediği çok hassas olmasına rağmen kesin yanlıştır. Çünkü hiç kimse böyle bir ölçmeyi tam olarak yapamaz. En usta bir

marangoz bile π m uzunlukta bir çıta kesemez; bırakın π 'yi dünyadaki tüm marangozlara 1 m uzunlukta bir çıta kestirin hepsi birbirinden farklı olacaktır. Çıplak gözle fark edilmese de büyütüldüğünde dağlar gibi farklar görülecektir. Kimse sıfırdan büyük en küçük sayıyı ya da sıfırdan küçük en büyük sayıyı boşuna aramasın!.. Hiç kimse dört ayağı da yere değen, yani sallanmayan bir sandalye yapamaz. “Ölçemediğimiz şeyleri bilemeyiz (Sir William Thomson (Lord Kelvin), 1824-1907).” Hiçbir şeyi doğru dürüst ölçemiyorsak, neyi biliyoruz ki? Sadece az sayıdaki sonlu durumlar için, objelerin kaç tane filan olduğunu söyleyebiliriz. Dünyadaki tüm kum tanecikleri, görünen evrendeki toz zerrelere, bir toz zerresindeki atomlar, tüm görünen evrendeki atomlar, vs. hep sonlu durumlardır. Gerçek dünyadan bir sonsuzluk örneği verilemez. Fakat kafa çalıştırıp nesnelere saymadan da bazı sonuçlar çıkarılabilir. Matematik genellikle bunu yapar. Mesela sandalye sayısı bilinen bir salonda, birkaç sandalye boş kaldıysa, salonda kaç kişinin oturduğunu anlamak için oturanları tek tek saymak gerekmez; yedi kişiden çok bir toplulukta aynı gün doğan iki kişi kesin vardır; büyük bir ormanda yaprak sayısı eşit olan iki ağaç kesin vardır (Gauss), vs. Örneğimize dönecek olursak, evrende bulunduğumuz artık kesin gibi görünüyorsa da, “Bu dünyanın “yalan dünya” olduğunu, aslında bir rüyada olduğumuzu ve uyandıığımızda kendimizi bambaşka bir alemde bulacağımızı...” savunan, -üstelik akli başında- inananların olduğunu hatırlayınız. Kesin bir cevap “Bulduğun yerdesin!” olabilir. Yüzde yüz doğru fakat pratik değeri sıfır! “Bulduğun yerdesin” sözünün pratik değeriyle, eğitimcilerin ikide bir tekrarladıkları, şu “dahiyane söz”ün pratik değeri arasında pek fark yoktur: “Dünyada herhangi bir kişinin öğrenebileceği her şeyi herkes öğrenebilir; yeter ki gerekli koşullar yerine getirilsin.”. Bu söz kesin doğrudur, fakat gerekli koşulların yerine getirilmesi çoğu zaman olacak şey değildir. “A, A’dır”, “Verdiysem ben verdim”, “Yaptıysam yapmışımdır”, vs. gibi örnekler bu türden kesin doğru fakat hiçbir pratik değeri olmayan örneklerdir (Stevens, 1968).

Matematiksel söylemler, pratik değeri düşük olmalarına karşın, kesinlik tutkunları için büyük değer taşırlar. Matematiksel kesinlik, mutlak bir kesinlik olmayıp görecelidir. Matematiği (ya da matematikçileri) diğer alanlardan (ya da diğerlerinden) ayıran üç temel prensip vardır: 1. Pür matematikçi “eğer p doğruysa o zaman q da doğrudur” savının geçerli olup olmadığıyla ilgilenir. 2. Matematikte, tanımlar varsayımlarla uyum içinde olmalı; yeni bir teoremin ispatında yalnız ve yalnız tanımlar varsayımlar ve daha önceden ispatlanmış teoremler kullanılmalıdır. Yani fazlalık ya da laf kalabalığı olmamalı ve en küçük bir şüphe de bulunmamalıdır. 3. Aksiyomlar, tanımlar, teoremler ve bunların ispatları ifade edilirken kesinlik zorunluluğu vardır. Matematik ardışık ve yığılmalı bir aşamalar dizisidir ve akıl yürütme yoluyla yeni soyut gerçekleri ortaya çıkarır. Ulaşılan yeni bilgiler daha önceden bilinenlerin ya da doğru olduğu varsayılan öncüllerin, zorunlu mantıksal sonuçlarıdır ve deney-gözlemden bağımsız bir kesinlik içerirler. “Gerçek, hatasız bir matematiksel argümanlar dizisinin sonunda bulduğumuz şeydir”, “Kesinlik matematikçilerin kalite damgasıdır”, “Matematik ya kesindir ya da bir hiçtir (King, 1999)”, “Matematiksel kesinliği sağlayan unsur, ispatların salt tümdengelsel niteliğidir (Cemal Yıldırım, 1925-2009).” “Tüm matematik küçük bir temel varsayımlar ve kurallar grubunun kaçınılmaz sonucudur ve bu, matematiğin bütününde var olan entelektüel güzelliği ölçsüz derecede artırır (Bertrand Arthur William Russell, 1872-1970)”, “Matematiğin sırrı bir ifadeyi sonsuz değişik biçimde

yazabilmektedir (Erdal İnönü, 1926-2007)”, “Kanıtlar matematiksel gerçeği betimlemenin tek yoludur (Yuri Ivanovitch Manin, 1937-).”

Gerçekten de, matematikte basit bir öncül önerme ile sanki onunla hiç ilgisi yokmuş gibi görünen karmaşık bir önerme aslında aynı şeyin farklı bir ifadesi olarak karşımıza çıkabilir. Matematikçilerin yaptıkları adeta “Ali Cengiz Oyunu”dur! Herkesin bildiği basit bir şeylerden hareketle çok “komplike”, bazen “akıl almaz” şeyler çıkarırlar. Matematiğin en zorlayıcı konularından biri herkese apaçık gelen “Seçme Aksiyomu”nun, “Zorn Lemması”, “Zermelo Aksiyomu”, “Hausdorf Büyüklük İlkesi” ve başka birçok karmaşık önerme ile aslında aynı şey olduğunun kanıtıdır. Basit bir örnek: “Her gerçel sayının karesi pozitif veya sıfırdır” önermesini herkes bilir. İşin aslına bakarsanız bunun ispatı pek kolay değildir (Güney,2012) ve Russell ve Whitehead’ın yazdıkları dünyanın en kalın matematik kitabı olan Principle Math’da yazılanları az çok bilmeyi gerektirir!.. Fakat bu önerme, “Aritmetik ortalama geometrik ortalamadan büyüktür.” ya da “Bir pozitif sayı ile tersinin toplamı 2’den küçük olamaz” gibi ilgisiz görünen sonsuza varan önermelerle aynı şeydir. Hep birbirlerini gerektirirler.

Yapılandırmacı Öğrenme?!

Son yıllarda, matematikçilikten gelmeyen, bu nedenle de matematiğin değerinin nerede olduğunu karıştıran, fakat matematik eğitimi konusunda söz sahibi görünen bazı eğitimcilerin, kuşkusuz iyi niyetle önerdikleri ve uygulattırdıkları, fakat matematiğin tüm dengelsel doğası ile uyuşmayan, lise matematik program ve yöntemleri ne yazık ki bu hiçliği temsil etmektedir. Önerilen açıkça şudur: Kavramlar kolaylaşsın; fizik ve sosyal bilimlerdeki gibi tümevarımsal yöntemlerle öğrenci kavramları kendi oluştursun; varsın kafalarına yerleştirdikleri kavram asıl pür matematikteki gerçek kavramın tam karşılığı olmasın, fakat yaşamsal olguları çağrıştırsın; biraz muğlak olsa da öğrenci kafasına göre bir şeyler algılasın; kafayı zorlayan akıl yürütmelerden uzak durulsun ki matematiği sevsinler; biraz daha pratiklik, gerçek yaşama uygulanabilirlik daha iyidir. Tamam yapın! Fakat buna matematik demeyin! Otomatik, paramatik, bankamatik, vs. deyin ama matematik demeyin... Böyle bir sözüm ona matematik terbiyesi almış öğrencilerden, gerçek matematik eğitimi almış öğrencilerden beklenen davranışları beklemeyin. Öğrencilerin doğru ile yanlış ayırt edebilmelerini, demagoji değil doğru akıl yürütme yapabilmelerini, körü körüne ya da kafasına göre ya da işine geldiği gibi değil fakat kurallara hakka hukuka saygılı davranışlar göstermelerini beklemeyin. Matematiğe gerçekten yatkın öğrencilerin de bu eğitim yüzünden körelmeyip, ileride büyük matematikçiler olmalarını beklemeyin. Matematiğin yöntemi tüm dengelidir. Matematik öğretmek için matematikten vazgeçilmez! Kavramların kesin tanımları verildikten sonra, anlamakta zorlanan öğrenciler için türlü türlü önlemler alınabilir, bol bol örnekler üzerinde çalışılabilir, özveri gerektiren çalışmalar yapılabilir; fakat onlar anlasın diye ayrı bir matematik uydurulamaz. “Krallar için (ya da geç anlayanlara özgü) ayrı matematik yoktur (Euclid – Eukleides, M.Ö. 330-M.Ö. 275)” (Güney, Paşalı, Özsoy ve Koçak, 2013). Tüm dengelsel aksiyomatik bir disiplin olan matematiğin doğasına ters bir anlayışla, matematiğin konularını günlük yaşam olgularıyla ilişkilendirerek, doğa bilimlerinin ve sosyal bilimlerin tümevarımsal yöntemleriyle işlemeye kalkışmak ve buna da “Yapılandırmacı Öğrenme Yaklaşımı” diyerek, öğrencinin matematiksel kavramları daha kolay anlayacağı ve

kalıcı olacağı savını savunmak büyük bir hatadır. Yapılan şudur: Öğrenci ne yaptığını neye ulaşmaya çalıştığını bilmeden birtakım çalışmalara itiliyor; diyelim “birim (etkisiz) eleman” kavramını kavratmak için, bu kavrama dair öğrenciye -hadi tanımdan vazgeçtik- hiçbir ipucu verilmeden, ne amaçla uğraştıkları bildirilmeden “illallah” dedirtecek birtakım çalışmalar yaptırılarak, öğrenci sanki “kahin”miş gibi, “şimdi etkisiz eleman ne demekmiş anladınız değil mi?” diye soruluyor. Sonra da, bunu şöyle ifade ederiz diye yarım yamalak sözüm ona bir tanım veriliyor: “Bir A kümesinde tanımlı “ Δ ” işleminin etkisiz elemanı e olduğuna göre $\forall x \in A$ için $x \Delta e = e \Delta x = x$ olduğunu fark ettiniz mi?” Hemen tüm kavramları anlatmak için baştan sona böyle devam ediliyor ve matematik “katlediliyor”!. Başka bir örnek olarak, ters eleman kavramı, bir komisyon tarafından hazırlanan 9. sınıf matematik ders kitabında, -“ters eleman” sözcükleri hiç anılmadan öğrenciye birkaç işlem yaptırıldıktan sonra- aynen şöyle anlatılmıştır:

“Bir kümede tanımlı bir işleme göre herhangi bir eleman, tersi ile işleme girdiğinde sonucun işlemin etkisiz elemanını verdiğini fark ettiniz mi? Bu durum, bir A kümesinde tanımlı “ $*$ ” işleminin etkisiz elemanı “ e ” ve herhangi bir x elemanının “ $*$ ” işlemine göre tersi x^{-1} olmak üzere

$x * x^{-1} = x^{-1} * x = e$ şeklinde ifade edilir.”

Bu sözde tanımlar için kullanılan dil sintaktik kurallara uymamakta ve matematiksel dilin kesinlik, mantıksallık, dakiklik ve evrensellik özelliklerinden uzak bulunmaktadır. Kaldı ki, baştan sona tüm konular matematiğin tümdengelsel yöntemiyle değil, sanki fizik ya da sosyal bilimler çalışılıyormuş gibi tümevarımsal yöntemle işlenmektedir. Kavramların ne anlama geldikleri ve hatta isimleri (terimler) bile öğrenciye buldurulmaya çalışılmaktadır. Öğrenciler ne amaçla neye ulaşmak için çalıştıklarını bilmeden birtakım ödevler yapmakta ve sonra da kafaları karmakarışık haldeyken onlardan adlarını bile duymadıkları kavramların tanımlarına ulaşmaları beklenmektedir. Oysa çalışmaların sonunda kendi yaptıkları bu sözde tanımlardaki yanlışlık ve eksikliklerden açıkça belli oluyor ki, söz konusu kavramlar yazarların kafalarına bile tam olarak yerleşmemiştir. O halde öğrencilerin mantıklı akıl yürütme yapamamalarına şaşmamalıyız. Doğrusu çok nettir; bir $(A, *)$ grubunda birim eleman ve ters eleman özellikleri, tüm ulusal dillerden bağımsız olarak, matematiğin evrensel simgeleriyle aşağıdaki gibi yazılır:

$$\exists e \in A, \forall x \in A, x * e = e * x = x$$

$$\forall x \in A, \exists y \in A, x * y = y * x = e$$

(Güney, 2006; Güney, 2007a).

Bu sintaktik önermelerde geçen \exists ve \forall gibi simgelerin tanımları, kullanılışları, kullanım sırası değiştiğinde ifade edilen anlamın nasıl değiştiği, vb. her türlü matematik çalışması için lojistik oluşturan matematiksel mantık konusunda incelenir. Matematiksel sembolik mantık, lise 1 matematik ders konularının başında yer alır; ancak çoğu matematik öğretmenleri ve matematik kitabı yazarları bu konunun daha sonraki konular için temel oluşturduğunu göz

ardı ederek konuyu “üstünkörü” işlemekte ve adeta sanki sonraki konulardan bağımsız bir konuymuş gibi ele almaktadırlar; kavramların tanımlanmasında ve birbirleriyle ilişkilendirilmesinde, teoremlerin ifadelerinde ve ispatlarında, varsayım ve kanıtlanmış teoremlerden hareketle yeni bilgilere ulaşmak için yapılan akıl yürütmelerde sürekli matematiksel mantık kullanmaları gerektiği halde hemen her zaman bunu göz ardı etme gafletine düşerler. Böylece matematiği de matematik olmaktan çıkarıp, sıradan, muğlak, anlaşılmasız, sevimsiz ve itici bir hale getirirler. Matematiğin tümdengelimli aksiyomatik yapısını göz ardı edemezsiniz (Güney, Korkmaz ve Işık, 2010; Güney ve Özkoç, 2014a).

Düşünme Sanatı

Matematiğin bir de, pür matematikçilerin ileri sürdüğü, fakat bazılarının akıllarından bile geçmeyen sanatsal ve estetik yönü vardır. Felsefenin, doğruluk, gerçeklik, adalet, etik gibi temel konularından biri de “estetik”, yani “güzellik bilimi”dir. Güzellik, nesnelerdeki insanda hayranlık duygusu uyandıran hoş niteliklerle ilgilidir. Bu türden nitelikler daha çok resim, müzik, heykel, gibi güzel sanatlar alanlarında sanatçılar tarafından üretilen sanat eserleri için konu edilir. Sanat eserlerinin güzellik değerlendirmeleri, sanat felsefecileri, sanat tarihçileri, sanat eğitimcileri, sanat eleştirmenleri, sanat yorumcuları, vd. tarafından yapıla gelmektedir. Bu değerlendirmelerin hemen hepsindeki ortak yön, güzel sanat eserlerinin derin düşünce ürünleri olmasıdır. Büyük sanatçıların, ressamın, müzisyenlerin aynı zamanda birer düşünce adamı olmaları tesadüf değildir. “Her şey olabilirsiniz, ama sanatçı olamazsınız (Mustafa Kemal Atatürk, 1881-1938).” Sanatla ilgili şu bilge sözleri, matematiği de akla getirmektedir: “Gerçek sanat eseri görülen ya da duyulan bir şey değil, zihinde tasarlanan bir şeydir (Robin George Collingwood, 1889-1943)”, “Ancak düş ürünü nesnelere sanat eseri olabilir”, “Güzellik doğruluktur, doğruluk da güzellik.” Matematik de bir derin düşünce sanatıdır. Okullarda okutulmasının nedeni de bu sanatı öğrencilere kazandırmak ve onları doğru, mantıklı ve güzel düşünmeye alıştırmaktır. Matematikçiler 40 boyutlu uzaylarla, kendi uydurdukları bin bir türlü soyut tasarımlarla uğraşırken adeta bir sanatı icra ettiklerini düşünürler ve bundan resim gibi, müzik gibi bir estetik haz duyarlar. Matematikçiler için yaptıkları işlerin bir gün bir şekilde insanların işine yarayıp yaramayacağı mesleki bir kaygı değildir, genellikle işlerini sanat için yaparlar. Onlar için yaptıkları işlerin bir gün bir şekilde insanların işine yarayıp yaramayacağı mesleklerini ilgilendiren bir problem değildir. Genellikle bunu “sanat için” yaparlar. Bir ressamın satmak için yaptığı resmin, zevk için sanat adına yaptığı resim kadar başarılı olamayacağı söylenebilir. Eurovision, vs. için yapılan ısmarlama şarkılar nasıl da kulak tırmıyor! “Pür matematikçiler kendilerini nesnelere, bunların ilişkilerine ve matematik kavramlarına öyle kaptırmışlardır ki, tüm bunlar onlar için birer gerçek varlık gibidirler. Matematiğin soyutluklarına inanmak onlar için bir Platonizm formudur.” İster anlayın ister anlamayın, ister kullanın ister kullanmayın, ister beğenin ister beğenmeyin; asal sayıların sonsuzluğu sizi ilgilendirsin ilgilendirmesin, matematikçiler için bu “Euclid” tarafından yapılan kanıtı paha biçilmez bir sanat eseridir. Matematikçilerin ürettiği ve fakat büyük bir kısmını sadece birkaç kişinin anlayabildiği, yazılmış binlerce makale vardır; raflarda durmaktadırlar. Günün birinde belki bilimlerden birinin işine yarayacak, belki de kıyamete kadar orada kalacaklardır. Her halükarda bunlar insan beyninin ürettiği kıymetli sanat eserleri olarak insanlığın ortak hazinesinin elemanlarıdır.

“Tanrının kıymetli yardımıyla, cebirin bir bilimsel sanat olduğunu söylerim (Ebul Feth Ömer bin İbrahim (Ömer Hayyam), 1044-1131).” “Gerçek matematik eğer savunulacaksa ancak güzel bir sanat olarak savunulabilir.” “İnsanları matematik yapmaya iten kuvvet matematiğin salt estetik niteliğidir. Bir matematiksel çalışmanın vereceği ilk sınav güzellik üzerinedir. Çirkin matematik için asla daimi bir yer yoktur (Godfrey Harold Hardy, 1877-1947).” “Matematiğin bir tür estetik duygu geliştirmeye muktedir olan bir güzellik ve zarafet niteliği vardır. Matematiğe olan estetik duyarlılıkları matematikçilerin ruhunu belirler (Jules Henri Poincaré, 1854-1912).” “Tüm matematik küçük bir temel varsayımlar ve kurallar grubunun kaçınılmaz sonucudur ve bu, matematiğin bütününde var olan entelektüel güzelliği ölçsüz derecede artırır. Matematikte en yüksek sanatın gösterebileceği kesin kusursuzluğa muktedir yüce bir güzellik vardır. Matematikçileri matematik yapmaya yönelten güdü öncelikle gördükleri güzelliştir.” “İyi bakıldığı zaman matematik sadece doğruyu değil, yüce bir güzelliği de içerir (Bertrand Arthur William Russell, 1872-1970).” “Matematikçiler matematiğin şiir gibi, müzik gibi, resim gibi bir estetik değeri olduğunu hissederler fakat matematikçi olmayanların bunu duyumsamaları zordur. Matematiğin güzelliği algılanmadan insanın estetik yaşamı tam olamaz (King,J).” “Matematiksel idelerin değerlendirilmesinde, kesin doğru olmasından ya da yararlı olma olasılığından çok güzellik ve zarafet etken olur (Sten, L.).” “Matematikçiler konuları hakkında konuşurken ısrarla güzellik, zarafet, yalınlık gibi sanatla ilişkili terimler kullanırlar. Çoğu matematikçi çalışmalarının yararlı olmayı amaçlamadığını herhangi bir pratik uygulama olanağı ile güdülenmediğini ısrarla vurgular (Hammond, A.L.).” “Matematik zihinsel inşa, üretim ve yaratma anlamında bir tür şiirdir (Lachterman).” “Matematik katıksız şiirdir (Immanuel Kant, 22 Nisan 1724-12 Şubat 1804).” (Güney, 2007b).

Özel Dershaneler ve Özel Okullara Dair

i. Özel dershaneler kapatılmalıdır. Bu kurumlar zengin çocuklarının, anadolu lisesi, fen lisesi veya üniversite sınavlarında başarılı olmalarını sağlarken, maddi imkânı olmayan çocuklarımızın haklarının yenmesine yol açıyor. Bu kurumlar, matematik öğretimine en büyük zararı veriyor. Sınavlara yönelik kalıp bilgilerle yüklenerek oyun ve dinlenmeye fırsat bulamayan çocuklar daha sonra bu bilgilerin pek çoğunu unutuyorlar. Akıllarında kalanlar da onları şartlanmışlık ve sabit fikirliliğe iterek, üniversitede yeni bilgiler ve mantıklı düşünme sistemlerini kavrayabilmelerini engelliyor. Sözgelimi, bir formülün çıkarılışını anlatmaya çalışıyorsunuz, benzer mantığı ve gerekçeleri başka formüller bulmak için de kullanabileceksiniz diyelim... Dershane marifetiyle gelen öğrenciler salt formülü bilmekle ona ilişkin problemleri çözebileceğini sanıyor. Bir ürünün nasıl üretildiğini bilip bilmediğini öğrenmek istiyorsunuz, size o ürünü getirmekle bunu bildiğini kanıtladığını sanıyor! Üniversite sınavları öğrencilerin üniversite programlarını yürütebilecek bir donanıma sahip olup olmadıklarını ölçmek için yapılmalıdır. Özel dershanelerde bu sınavı kazanmak için robot gibi kurulmuş öğrenci, sınavı kazandıktan sonra, sanki artık nihai hedefine ulaşmış gibi adeta duruyor ve üniversite eğitimini sürdürmekte zorlanıyor. Böylece “işin mantığını” bilmeden, sadece formülleri ezberlemekle sınavda başarılı olması onun temel formasyonu aldığını göstermiyor, belki başkasının hakkı olan bir yere yerleştiğini gösteriyor. İşin bu teknik boyutunun yanında bir de sosyal boyutu var ki, bu daha önemlidir... Sosyal

adaletsizlik, toplumun ileriye gidemeyişi, devlete küskünlük, milli duyguların körelmesi, vs. gibi birçok olumsuzluğun sebebi budur. Sosyal adaletin olmadığı bir ülkede gençlere erdemli davranışlar kazandırılmaz. “Parası olan üniversiteye girsin, parası olmayan giremesin” mantığı yanlıştır. Paralı cami olamayacağı gibi paralı okul da olmamalıdır.

ii. Özel okullar ve üniversiteler devletleştirilmelidir. Bu okullar kâr amacı gütmektedirler. Onlardan idealist gençler yetiştirmeleri beklenemez. Memleketin ücra köşelerinde böyle okullardan mezun “cansiperane” görev yapan bir tek kişi bile zor bulunur. Zenginler daha iyi yesin içsin, daha iyi yerlerde gezsün otursun, hadi neyse de, eğitim konusunda hiç kimse sırf daha zengin diye ayrıcalıklı olmamalıdır. Özel üniversiteler devletleştirilmelidir. Ülkenin pırıl pırıl, en zeki ve en çalışkan çocuklarını, “Butros Gali” gibilerini ödüllendirmeye kalkan zihniyetlerin eline teslim etmeyiniz. Eğitim konusunda sermaye değil devlet egemen olmalıdır. Eroin ticareti, haraç, rüşvet, hayali ihracat, terör, fuhuş gibi işlerde iyi para varmış! Eğer para egemen olacaksa bu işleri yapanlar egemenliklerini sürdürsün, bilim ve erdem egemen olacaksa seferber olmak gerek... Özel okullar devletin organizesi ile özel kişilere yani geri veya ileri zekâlı ya da özel yeteneği olan çocuklarımızın eğitildiği kurumlara dönüştürülebilir.

iii. Öğretmenlerin öğrencilerine para karşılığında özel ders vermelerinin önüne geçilmelidir. Öğrenme güçlüğü çeken, özel ilgi gösterilmesi gereken öğrenciler olabilir. Bunlar için uygulanacak yöntemler belirlenmiştir. Öğrencilerimize sınıftaki dersler dışında da yardımcı olabiliriz. Fakat hiç kimseye parası karşılığında özel ders verilmemelidir. Parası olmayanın suçu nedir? Biri para ile öğrenecek diğeri parası olmadığı için öğrenemeyecekse ikisi de öğrenmesin daha iyi!..

iv. Üniversitelerin sayısından önce kaliteleri arttırılmalıdır. Beş para etmez 450 kişi ile beş para etmez 550 kişi arasında hiçbir fark yoktur.

v. Matematik öğretmenlerinin ücretleri tatmin edici olmalıdır. Matematik, resim gibi, müzik gibi özel yetenek ister. Matematiğin asıl laboratuvarı olan insan beyninin, çalışması bakımından bazı kişilerde doğuştan gelen bir üstünlük vardır. Bunlar sebep sonuç ilişkilerini daha iyi görebilirler, daha iyi akıl yürütme yapabilirler. Kısaca bunlara matematiğe daha yatkın kişiler denilebilir. İyi matematikçilerin böyleleri arasından çıkabileceği ve özellikle böylelerinin matematikçiliğe yöneltmek gerekliliği açıktır. Oysaki süper gençlerimizden, matematik olimpiyatlarında dünya çapında başarılar elde etmiş gençlerimizden matematikçi olmuş kaç kişi var? Onlar matematikçiliği değil, daha iyi kazançlar elde edebileceklerini umdukları mühendislik, doktorluk gibi meslekleri tercih ediyorlar. Matematik bölümlerine en yüksek puanlarla girilmelidir. Oysa mevcut durumda vasat ya da vasatın altında öğrenciler matematik bölümlerini kazanabiliyorlar. Bir dergide, bir fizikçinin fizik eğitiminin daha iyi yapılabilmesine dair görüşleri yayınlanmış; laboratuvarlar daha iyi, kitaplar daha iyi, öğrenciler daha iyi, öğretmenler daha iyi olmalıymış, vs. Bu müthiş buluşlara (!) şunları da eklemek gerekir: İnsanlar terbiye almalıdırlar; dürüstlük, erdem, özveri, idealizm ve daha nice olumlu meziyet varsa olabildiğince onlarla donatılmalıdırlar. Eski öğretmen okullarında öğrencileri bunlarla donatabilmek için adeta beyinler yıkanır.

vi. İngilizce bilmeyi bilim adamı olmanın ön koşulu olmaktan çıkarmak gerekir. Yabancı bilim adamlarının eserlerinden yararlanamamak büyük eksikliklerdir. “İlim Çin’de bile olsa

alınmalıdır". Fakat yurt dışına gitme imkanı bulamamış bilim adamı namzetlerini, eğer branşları İngiliz dili değilse, yüksek lisans, doktora, yardımcı doçent ve doçentlik aşamalarını içeren 10-15 yıllık bir süreç boyunca İngiliz gramerinin detaylarından sorumlu kılmak ne saçmalaktır!? Bu durum onları, kendi alanlarında en verimli olabilecekleri gençlik dönemlerinde, üstlerine vazife olmaması gereken bir sıkıcı ve zoraki uğraş içine itmekte ve asıl işlerinden uzaklaştırmaktadır. Bilim adamları zaten okuduklarını anlayacak kadar İngilizce bilmek gerekliliğinin bilincinde olmalıdırlar. Japonların yaptığı gibi bilimsel yayınları anında kendi diline çeviren bir "çeviri ordusu" kurmak şimdikinden çok daha ekonomik olur...

Öğretmen ve Yüksek Öğretmenliler

Öğretmen, bir öğretim programının başarı ile uygulanabilmesi için gerekli "olmazsa olmaz" öğelerden belki de en önemlisidir. Program, yöntem, araç-gereç, kitap, vs. gibi öğeler en üst düzeyde olsa bile, öğretmen yeterli olmazsa amaca ulaşamaz. Günümüzün eğitim anlayışında öğretmen, "öğrenciyi, öğrenme yollarına yöneltten, ona öğrenme ortamı hazırlayan, güdülendiren ve etkin kılan kişi" olarak kabul edilir. "Fikren, ilmen, fennen, bedenen kuvvetli ve seciyeli", "daha olgun ve daha yüksek uygarlık değerlerine sahip", "fikri, ahlaki ve ideolojik prensipler itibarıyla geleceği oluşturan", "insanlara daha değerli zevkler, daha sıhhatli düşünüş tarzları, daha kibar hareketler ve daha üstün bilgi yollarını gösteren, onlara öncü olan, hayatı zayıflatan engelleri ortadan kaldırmaya çalışan, her insanın daha iyi bir duruma gelebileceğine inanan, kalbi öğrencileri için çarpan, onlara öğrenme hevesi aşıl原因an", "insanlığın hadimi", "medeniyet namına ne varsa onlara borçlu olduğumuz" öğretmenler aşağıdaki erdemlere de olabildiğince sahip olmalıdırlar:

Adil, dürüst, güvenilir, yardımsever, sorumluluk sahibi, ileri görüşlü, kişilikli, özverili, ölçülü, hoşgörülü, açık sözlü, samimi, saygıdeğer, idealist, aydın, düşünür, örnek, lider, otoriter, güler yüzlü, nazik, müşfik, sempatik, etkileyici, temiz ahlaklı, uyumlu, sabırlı, neşeli, vakur, alçak gönüllü, şık, zeki, çalışkan, mantıklı, muhakemesi güçlü, belleği güçlü, ızanlı, dikkatli, becerikli, dayanıklı, metin, iradeli, kontrollü, girişken, geniş görüşlü, demokratik, laik, manevi değerlere bağlı veya saygılı, yaratıcı, cesur, arkadaşı... "Öğretmen kutsaldır." diye boşuna denmemiş... Pedagoji, psikoloji, sosyoloji, didaktik ve genel kültür bilgisi, meslek sevgisi ve pedagojik yetenek, planlı çalışma alışkanlığı, önerilere açık ve onlardan yararlanabilen, meslektaşları ile işbirliği ve uyum içinde, okuldaki eğitimsel ve sosyal etkinliklere katılan, öğrenci velileri ile işbirliği içinde, kendini sürekli geliştiren ve yenileyen, mesleki davranış ve görünüm normlarına uygun; deneyimli, vs., vs., vs. Tüm bu özelliklere sahip öğretmenler yetiştirebilmenin ne denli zor olduğu açıktır. Kaldı ki bu özelliklerin birçoğunu okullarda kazandırabilmek de mümkün değildir. Bir kısmı, aile, çevre, toplum, kültür, yaradılış faktörleri ile ilişkilidir. Buna karşın bu uğurda, okul imkânlarının olabildiğince zorlanması gereği açıktır. Atatürk'ün, konunun ulusumuz için yaşamsal önemini vurgulamasıyla, cumhuriyetin ilk yıllarından itibaren bir öğretmen yetiştirme seferberliğine girilmiş ve günümüze değin çeşitli modeller denenmiştir: Cumhuriyet öncesinden gelen darülmualimin, darülmualimat okulları geliştirilmiş, köy muallim mektepleri, eğitim kursları, köy enstitüleri, yüksek köy enstitüleri, iki yıllık öğretmen okulları, üç yıllık öğretmen okulları,

dört yıllık öğretmen okulları, altı yıllık öğretmen okulları, yedi yıllık öğretmen okulları, öğretmen liseleri, iki yıllık eğitim enstitüleri, üç yıllık eğitim enstitüleri, teknik yüksek öğretmen okulları, öğretmen okullarına dayalı yüksek öğretmen okulları, (adı) yüksek öğretmen okulları, eğitim fakülteleri. Bugün gelişmekte olan birçok ülkeyi geride bırakmış ve model olarak batı normlarına ulaşmış gibiyiz. Fakat gerçekte yalnızca öğretmen sayısı hemen hemen yeterli düzeye getirilmiş, kalite ise düşmüştür. Eski öğretmen okullarında, yukarıda sıraladığımız öğretmen özelliklerinin yerleşmesi için adeta beyinler yıkanır ve idealizmle donanmış genç öğretmenler görev aşkıyla yurdun her yanına dağılırdı. Önce Ankara ve İstanbul'da, daha sonra da İzmir'de açılan yüksek öğretmen okullarına, ilk öğretmen okullarının son sınıfına geçenler arasından en başarılı birkaç öğrenci seçilerek alınır; bir yıl hazırlık sınıfı okutulur lise diploması almaları ve üniversite sınavına girmeleri sağlanırdı. Bu seçilmiş zeki, çalışkan ve erdemli öğrenciler ülkenin en seçkin üniversitelerinin fen-edebiyat fakültelerine girerler ve bölümlerinin en başarılı öğrencileri olarak, zaten öğretmen okulundayken sağlam bir temelini aldıkları pedagojik formasyonla da donatıldıktan sonra lise veya öğretmen okullarına branş öğretmeni olarak atanırlardı. Bu kişiler bugün kendilerini kanıtlamışlar ve Türkiye'de yetişen en üstün vasıflı öğretmenler olarak tarihe geçmişlerdir. Bugün büyük bir kısmı üniversitelerde öğretim üyesi olarak görevlerini sürdürmekte, bir kısmı emekli olmuş, fakat bir kısmı da kadirbilmez yöneticiler ve çarpık düzenin ekonomik koşulları karşısında, ideallerinden taviz vererek özel dershanelerin cazip kazançlarına kapılmışlar ve (yine de alınlarının teri ile) zengin olmuşlardır. Yüksek öğretmenliler 1962-1972 yıllarında Türkiye'yi kurtarmaya kalktılar. Farklı ideolojileri benimsediler. Gruplara ayrıldılar; "Sen daha iyi kurtarırısın ben daha iyi kurtarıyorum!" diye birbirlerine girdiler. Ne hikmet ise(!) hemen hiçbir konuda anlayamayan zamanın yöneticileri, kavgalara son vermenin çarelerini aramak yerine, okulları kapatma konusunda hemen anlaştılar. Yüksek Öğretmen Okulları kapandı. Ama yüksek öğretmenler ülkelerini yüceltme gayretlerini ve ona olan sevdalarını sürdürüyorlar. Günümüzde matematik öğretmenleri, eğitim fakültelerinin matematik bölümlerinden ya da fen fakültelerini bitiren öğrenciler için üniversitelerin fen bilimleri enstitülerinin açtığı tezsiz yüksek lisans programlarından yetişmektedir. Bu fakülteler başka birçok bölümlere göre yüksek puanla öğrenci almalarına karşın, yüksek öğretmen okullarındaki düzeyi yakalayabilmiş değildir. Öğrenciler genel olarak matematik öğretmeni olabilmek için vasattır. Üniversite sınavlarında yüksek puan alan matematiğe gerçekten yatkın öğrenciler eğitim fakültelerini değil, temelden bir öğretmenlik ideali almadıkları için, daha yüksek kazançlar elde edebileceklerini umdukları başka fakülteleri tercih etmektedirler. Matematik bölümleri, başka yerleri kazanamadıkları için buraya gelen, isteksiz ve matematiğe yeterince yetenekli olmayan öğrencilerle doludur. Matematiğe yatkın kişilerin matematik öğretmeni olmalarını sağlamak için, onların başta ekonomik olmak üzere matematik bölümlerini tercih etmeme sebeplerini ortadan kaldırmak gerekmektedir.

Matematik ve Biçimsellik

Matematiği biçimselleştirme çabalarının (Formalist Akım) etkili öncüsü David Hilbert'tir (1862-1943); 1899'da yayınladığı "Geometrinin Temelleri" adlı eserinde "Aksiyomatik Sistemler" in önemini vurgulayarak, "nokta", "doğru", "düzlem" kavramlarını tanımsız soyut mantıksal kavramlar olarak ele alıp bunlar arasındaki ilişkileri beş grupta (ait olma, sıra,

eşitlik-denklik, paralellik, süreklilik) topladığı 21 aksiyomla ortaya koymuştur. 1927’de yayınladığı “Matematiğin Temelleri” adlı eserinde tam biçimsellik ve aksiyomatik sistem kavramlarını vurgulamıştır. Hilbert’in özellikle, klasik matematiğin ve sezgici akımın önde gelen isimlerinden olan L. E. J. Brouwer (1881-1966) ile tartışmaları matematik felsefesi açısından önem taşımaktadır ve bu tartışmalar matematiğin gerçek anlamını ortaya çıkarma çabalarını yoğunlaştırmıştır. Brouwer, matematik felsefesinde “sezgicilik-intuitionism” akımının başlıca öncülerinden biri olarak, David Hilbert ve Paul Bernays, Wilhelm Ackermann, John von Neumann gibi arkadaşlarının savunduğu “Sezgicilik” karşıtı “Biçimselcilik-Formalizm” akımına etkili bir biçimde karşı çıkmıştır. Hilbert öncülüğündeki formalist yaklaşım, Gödel Teoremleri ile de sarsılmış olmasına karşın, pür matematiğin en önemli karakteristiğini sergiler; akıl yürütmelere karışabilecek mantık dışı etkenleri ortadan kaldırarak paradokslara düşmeyi önler; sezginin yol açabileceği yanlış bilgilenmeleri ortadan kaldırır. David Hilbert, 1900 yılında, Paris Matematik Konferansında, tam ve tutarlı bir biçimsel (formel) sistemin, kendi içinde çözülemeyecek problemlerinin olamayacağını ileri sürmüş ve matematiğin o güne kadar çözülememiş 23 problemini ortaya koyarak, bunların da, gereken biçimselliğin sağlanmasıyla er geç çözüleceğini savunmuştur. Hilbert’in öncülük ettiği tam biçimsellik (formalizm) akımının temel prensipleri: **1.** Tamlık (sistemde bulunan her geçerli formülün, sonlu bir formel çıkarım dizisi ile aksiyomlardan elde edilebilmesi), **2.** Tutarlılık (bir teorem ve bunun zıddının aksiyomlardan çıkarılamaması) ve **3.** Obje dil (asıl konunun işlendiği dil)-meta dil (asıl konuya dışardan bakarak onun hakkında konuşulan dil) ayırımının kesin çizgilerle belirlenip, sistem içinde geçen mantık kuralları, tanımlar, varsayımlar ve ispatların, çapraşıklık (muğlaklık) ve sezgiye asla yer vermeden, matematiğin evrensel simgelerinin kullanıldığı, obje diliyle ifade edilmeleri zorunluluğu olarak özetlenebilir. Formalist okulun, matematiğe bir çekidüzen verme yolundaki tam biçimselleştirme çabalarının yerindeliği, büyük ölçüde kabul görmüştür. Formalistler, matematiği, içinde saklı (imalı, sezgisel, şüpheli, çapraşık...) hiçbir kayıt bulunmayan, birbirleriyle ilişkileri önceden kesin olarak saptanmış bir simgeler sistemi haline getirmeyi amaçlar. Tüm matematiksel deyim ve kavramlar tanımlandıktan sonra bunlara simgesel bir karşılık verilir. Bu sağlandıktan sonra artık salt matematiksel sistem, bir araya gelişleri ve nasıl kullanılacakları önceden saptanmış ve pür-matematik dil ile ifade edilmiş, simge bloklarından ibarettir. Akıl yürütmelerin geçerliliği ya da geçersizliği simgelerin karşılık geldiği terimlerin özel anlamlarından (ya da çağrıştırabileceği olası anlamlardan) bağımsızdır. Varsayımlardan hareketle yeni bilgilere ulaşmak, bir simgeler zincirini, başka bir simgeler zincirine dönüştürmekten ibarettir. Ortaya çıkan sembol zincirleri, yersiz ve yanlış bazı anlamalara yer vermeyecek şekilde, bir örgü gibi işlenerek dikkatle bir araya getirilmiş simgelerden oluşan “sanatsal” soyut tasarımlardır. Biçimsellik tam olarak gerçekleştiğinde, daha önce karşılaşılan ya da karşılaşılabilecek olası tutarsızlık ve çözümsüzlük nedenleri ortadan kalkar; üstelik hangi dili konuşursa konuşsun herkesçe aynı anlama gelen bir evrensel düşünsel sistem ortaya koyulmuş olur. Matematiğe özgü kesinlik, dakiklik ve evrenselliği, tam anlamıyla ancak biçimsellik gerçekleştirebilir. Biçimsellik, matematiğin “az sayıda varsayımdan hareketle, çok sayıda yeni ve güvenilir bilgilere ulaştıran en üstün bilimsel disiplin” olduğu düşüncesini pekiştirmiştir. Daha önce ele alınmış bulunan fakat birçok aşamada sezgiye yer veren ve geçişler arasında bazı muğlaklıklar bulunduran birçok matematiksel araştırma konusu, formalistler tarafından sağlam aksiyomatik temellere

oturtulmuştur. “Bilimler, daha güvenilir olmak için, daha çok matematik kullanmalıdır.” anlayışı artık iyice yerleşmiş ve okullarda da matematik eğitiminin, yüzyıllardır ilk sırada olan yeri adeta sabitlenmiştir. Ayrıca bunun yanında, matematiğin asıl konusunun varsayımların ya da bunlardan çıkan sonuçların birtakım gerçek olgularla uyumlu olup olmadığını araştırmak değil, fakat ulaşılan bilgilerin (günlük yaşamda kullanılabilme kaygısı olmaksızın) başlangıçta varsayılanların zorunlu mantıksal sonuçları olup olmadığını araştırmak olduğu daha iyi anlaşılır olmuştur. Böylece, matematiğin insanoğlunun işine en çok yaradığı tarafının fizik, mühendislik, vs. alanlarındaki (doğrudan) katkısı değil, fakat onun insanoğlunu doğru düşünebilmeye ve böylece doğru olanı yapabilmeye alıştırmak için en uygun antrenman olduğu da daha iyi anlaşılmuştur. Herhangi alışılmış bir somutluğun bulunmadığı böyle biçimselleştirilmiş bir ortamda çalışmak ilk bakışta zor ve sıkıcı görünse de, terimlerin alışılmış anlamlarının yol açtığı zihinsel sınırlamalar ortadan kalkmış olacağı için gerçekte bilgi üretimi daha kolaylaşmakta ve soyutluklar âleminde keşfetmenin mutluluğu daha yoğun olarak yaşanmaktadır (Güney, 2003c). Güney, matematik ve matematik eğitimi üzerine yaptığı birçok çalışmada (Güney, 1993b, Güney, 2003a; Güney, 2003b; Güney, 2013a; Güney, 2014) matematiğin biçimsel kullanımını dikkat ve önemle ele almıştır.

Matematik ve Mantıkçılık

Mantık, bir akıl yürütme disiplindir. Algılar göreceli olduğundan, insanın mutlak doğruyu yakalayabilmesi belki de olası değildir. Gerçek denilen olgu, birtakım tanımlar ve varsayımlardan hareketle “mantıksal süreç”ten geçerek ulaştığımız, aslında şüphe ile bakmamız gereken ve fakat bir çelişkiye düşülmediği sürece doğru kabul etmek durumunda olduğumuz yargılardır. Bilimselliğin başlıca iki temel prensibi vardır: mantıksallık ve deneysellik. Mantıksallık, ancak en uygun akıl yürütme tarzının ortaya konulabilmesiyle gerçekleşir. Mantık bunu amaçlar ve böylece tüm bilimlerin vazgeçilmez bir aracı olur. Matematiksel kesinlik ise matematiğin deneysel olmayıp daima “mantıklı prensiplerden hareketle, mantıklı prensiplere ulaşmasından” kaynaklanır. Matematik, sonuç çıkarma mantığının, kusursuz uygulanabildiği tek disiplindir. Mantıkçılık, matematik ile mantığın özdeş disiplinler olduğunu ve bu nedenle matematiğin tamamen mantığa indirgenebileceğini savunan bir düşünce akımıdır. Mantıkçılara göre, tüm matematiksel kavramlar, mantıksal kavramlardan hareketle tanımlanabilir ve matematiğin tüm aksiyonları mantığın terminolojisiyle ortaya koyulabilir. Örnek olarak, matematiğin en temel malzemelerinden olan doğal sayılar, tamsayılar, rasyonel sayılar, reel sayılar, vs. mantıksal bir kavram olan küme kavramı ve ona ilişkin (denklik bağıntısı, denklik sınıfı, bölüm kümesi, vs. gibi) kavramlardan hareketle tanımlanırlar. Eğer “hiçbir şeyi olmayan” şeyi \emptyset simgesiyle gösterirsek, $\{\emptyset\}$ simgesi, artık, “hiçbir şeyi olmayan” şeyi değil, fakat “hiçbir şeyi olmayana sahip olan” şeyi gösterir. Sahip oldukları şey hiçbir şeyi olmayan şey de olsa, bir ve yalnız bir şeye sahip olan her şey, “bir ve yalnız bir şeye sahip olmak” bakımından aynı şey olarak düşünülebilir! İşte, “bir” (ya da, yek, one, ön, vs.) diye bu (son) şeye deriz!.. Mantıkçılar, matematiksel problemlerin, tüm aşamalarda kuşkudan arınmış olarak çözülebilmesinin ancak baştan sona mantık kurallarından ödün vermeden gerçekleşebileceğine inanırlar. Tüm problemleri elemanlara ayırırlar ve bu elemanlar arasındaki ilişkileri tamamen soyut olarak ele alırlar; yani bunların, gerçek dünyaya ilişkin somut bir karşılıklarının olup olmadığını araştırmak asıl konuları değildir. Mantıkçılara göre, sezgisel bulgular (ispatları yapılmadığı sürece) asla kesin sayılamazlar; apaçık doğru gibi görünen fakat mantıkçılarca aksi kanıtlanmış olan birçok önerme vardır. Ancak, matematikteki bu yenileşme hareketi, (klasikçiler, statükocular, sezgiciler, bazı uygulamalı matematikçiler ve geometriciler, vs. gibi) bazı kesimler tarafından eleştirilmiştir. Bunlara göre “Matematikçilerin asırlardır kullana

geldikleri ve birbirlerinden iyi ayırt edebildikleri çeşitli sayı türlerini, birtakım mantıksal kavramlarla yeniden tanımlayıp, onlara hâkim olmayı, bir yığın mantıksal kavrama hâkim olmaya bağlı kılmak, gereksiz bir yokuşa sürmedir.”

Mantık, düşünce biçimleri ve yasalarını inceleyen bir bilim dalıdır. Aristo (Aristoteles, M.Ö. 384-322), doğru düşünme kurallarını, “analitik düşünme” başlığı altında incelemiştir. Daha sonra Stoacılar (Kıbrıs’lı Zenon’un (MÖ 334-263) Atina-Stoa Poikile’de kurduğu felsefe okulu üyeleri), “mantık (logos)” adını verdikleri bu incelemeleri, “Organon” adlı eserde toplamışlardır. İlk çağ mantıkçıları, insan zihninin, gerçeğe ulaşabilmek için uyması gereken yasaları belirlemek için “kavram”ları temel almışlardır. Bir kavramı başka kavramlardan ayıran niteliklere kavramın içlemi; aynı kavram altında toplanan objelere de kavramın kaplamı denmiştir. Önceleri, bu temellerden hareketle, gerçeklerin (yani objeler ve objeler arasındaki ilişkilerin) tündengimsel (dedüktif) akıl yürütmelerle ortaya çıkarılabileceği savunulmuşsa da, daha sonra, bu tür akıl yürütmelerin yeni bir gerçeği ortaya çıkaramayacağına ve gerçeğe ancak deneysel (empirik) yolla, tümevarımsal (endüktif) akıl yürütmelerle, neden-sonuç ilişkileri kurularak ulaşılabilmesine inanılmaya başlanmıştır. Ancak elde edilen sonuçların matematiğin emin süzgecinden geçmesi gerektiği inancı da giderek yerleşmiştir. Bu aşamada matematikçiler, ellerindeki bu güçlü aracı daha sistematik ve güvenilir hale getirmek ve kendi içindeki birtakım çözümsüzlük ve çelişkilere arındırmak için matematiğin mantık bilimi ile de desteklenmesi gereğine inanmışlardır. Ancak mantığa baktıklarında, onun 2000 yıllık süreç içinde, Aristoteles’in biçimsel mantığı olmaktan çıkıp, içine yüklenen ontolojik, epistemolojik, metodolojik, metafizik, vs. gibi konularla, bir karmaşaya ve adeta bir mantıksızlığa(!) dönüştüğünü görmüşlerdir. Francis Bacon (1561-1626) ve Rene Descartes (Dekart, 1596-1650), mantığın, mantık dışı konulardan arındırılarak, matematikte ve dolayısı ile bilimde işe yarar hale getirilebilme çalışmalarının öncülerinden sayılırlar. Modern mantık, sembolik mantık, matematiksel mantık, lojistik gibi adlarla anılan yeni mantık anlayışları, eski klasik mantığın düzene sokulmuş biçimleridir. Biçimselleştirme (formalizasyon) önce mantığa uygulanmıştır; nesnel dil (obje dil) ile meta dil ayırımına özen gösterilmiştir. “Lojistik” sözcüğü, sembolik mantık ya da matematiksel mantık için kullanılmıştır. Lojistiğin amacı, mantığı bir “kalkulus” haline getirmektir. Latince, “çakıl taşı” anlamına gelen “calculus” sözcüğü, matematikte, “belirli kurallara uyarak sembollerle hesap yapma ve yeni sonuçlara ulaşma tekniği” anlamında kullanılır. İlk sembol kullanımı Aristo’nun önermelerle ilgili çalışmalarında görülür. Euclid’in (Euclides; ~M.Ö. 330-M.Ö. 275) “Elemanlar” adlı geometri kitabı da bir çeşit kalkulustur. Sembollerle hesap yapmanın, günümüzdekine en yakın şekliyle ilk örneğini, “Hisab-ül-Cebr V’el Mukabele” adlı eseriyle, Türk matematikçi Harizmi (780-850) vermiştir. Dekart’ın, Euclid geometrisi ile Harizmi cebirini birleştirerek kurduğu analitik geometri başka bir tarihsel kalkulus örneğidir. Günümüzde, üniversitelerin fen bilimleri ve matematik bölümlerinin ilk sınıflarında okutulan diferensiyel ve integral hesap ağırlıklı yüksek matematik dersleri de bazen kalkulus diye anılır. Mantık kalkulusları, temel birim olan önermeler ve bunlar arasındaki ilişkilere dair semboller ve kurallardan oluşur. Önermeler, içeriklerinden arındırılarak, kendilerine karşılık getirilen sembollerle ele alınır ve aralarındaki ilişkiler de bu semboller arasındaki belli kurallara bağlı formüllerle ifade edilir. Formelleştirme sayesinde, konuları, cebirsel hesaplardaki gibi matematiksel bir dakiklikle ele almak ve bunları denetleyebilmek mümkün olur; belirsizlikler, sezgisellikler ve çok anlamlılıklar ortadan kalkar; sistemde geçen (işaret, sözcük, terim, vs. gibi) her obje önceden tanımlanmıştır. Varsayımlar ve sonuçlar, temel simgelerin bir araya gelmesi ile oluşmuş formül ya da formül zincirleridir. Aksiyomlardan ya da daha önce kanıtlanmış teoremlerden hareketle bir teoremi kanıtlamak, bir formül ya da formül zincirini, kurallara (yani önceden belirlenmiş akıl yürütme ilkelerine) uyarak, başka bir formül zincirine dönüştürmekten ibarettir.

Farabi, İbni Sina, Raymond Lulle, Bacon, Molla Fenari, Leibnitz, De Morgan, Pierce, Boole, Schröder, Venn, Frege, Peano, Hamilton, Spencer, İsmail Gelenbevi, Ahmet Cevdet Paşa, Ali

Sedat lojistiğe yol açan, lojistiği kuran ve geliştiren önemli isimlerdir. Hilbert, Beth, A. Tarski, A. Churc, Bernays, Neumann, Brouwer, Heyting, Gentzen, Lorenzen, Reichenbach, Quine, Menne, Zermelo, Buckensky, Weyt, Smulyan vd. diğer önemli mantık-matematikçilerdir. Whitehead ve Russell, “Principia Mathematica” adlı eserlerinde, daha önceki çalışmaları toparlamışlar ve matematiği bu yeni mantıkla donatmışlardır. Kurt Gödel (1906-1978) tekli ve çoklu yüklem mantığında geçerlilik kanıtlanmasının sonlu adımda yapılabileceğini kanıtlamış ve fakat aritmetiği içerecek kadar genişlikte hiçbir matematiksel sistemde, ortaya çıkabilecek tüm doğru önermeleri sistem içinde kalarak kanıtlayabilecek tamlıkta bir aksiyom sisteminin hiçbir zaman oluşturulamayacağını da kanıtlamıştır (Taşkesen, 2001).

Sonuç

Okullarda okutulan matematik derslerinin genel amaçları bellidir (Sezer, Nizamoğlu, Güney ve Beymen, 1995). Bu amaçların özü, insanı “daha iyi düşünebilir” hale getirmektir. Öğretmenler, ders kitaplarındaki bir yığın karmaşık matematik formüllerini, sanki günlük yaşamda ya da diğer bilimlerde doğrudan doğruya kullanılması kaçınılmazmış gibi, acımasızca öğrenciye yüklemeye çalışmamalıdır. Yaşam boyunca bunların hemen hiçbiri, sınavlar ve dersler dışında, herhangi bir güncel sorunun çözümünde doğrudan doğruya işe yaramaz. Sonuç olarak matematiğin insan yaşamında vazgeçilmez bir olgu olduğunu ve asıl amacının “aklı daha iyi çalışabilir hale getirmek”, ikinci amacının da diğer bilimlerin doğru ve güvenilir sonuçlar bulmalarına yardım etmek olduğu söylenebilir. Matematik konularının potansiyel kullanım alanları olabilir, fakat asıl matematik salt düşünsel ve estetik bir uğraşdır; gereği gibi işlenirse öğrencilere doğru düşünme alışkanlığı kazandırır. Matematik eğitimcileri ve öğretmenleri, matematiği yeterince bilmeliler, matematik öğretiminin önemini, matematiğin mantığını, yöntemini, dilini iyi bilmeliler, matematiğin muazzam gücünü ve güzelliğini öğrencilere hissettirmelidirler. Matematik program ve yöntemlerini, öğretmenlere, öğrencilere ve hatta velilere uygulanan çeşitli anketlerden alınan cevaplara göre değerlendirmek ve düzenlemek “trajikomik” bir çelişkidir; bu bir uzmanlık işidir ve ancak konu ile ilgili yetkin kişilerin “ineden inceye” yapacakları değerlendirmelerin geçerliliği olabilir.

Kaynakça

- Güney, Z. (1993a). Matematik ve Eğitimi Üzerine, Buca Eğ. Fak. Eğ. Bil. Der. D.E. Ü.
- Güney, Z. (1993b). *Soyut Matematiğe Giriş (Ders Kitabı)*. İzmir: Dokuz Eylül Üniversitesi Yayınları.
- Güney, Z. (2003a). *Metrik ve Topolojik Formüller (Ders Kitabı)*. Muğla: MSKÜ Yayınları.

- Güney, Z. (2003b). *Evrensel Sembolik Dil Metrik ve Topolojik Formüller*. Muğla: MSKÜ Yayınları.
- Güney, Z. (2003c). *Boşluk, Sonsuzluk ve Biçimcilik Üzerine*. I. Ulusal Mantık, Matematik ve Felsefe Sempozyumu, 26-28 Eylül 2003, Çanakkale: İstanbul Kültür Üniversitesi.
- Güney, Z. (2006). *Ortaöğretim Matematik Ders Kitaplarındaki Olumsuzluklar Üzerine*. VII. Ulusal Matematik Eğitimi Kongresi. Ankara: Gazi Üniversitesi.
- Güney, Z. (2007a). *Lise Matematik Ders Kitaplarındaki Kavram ve Yöntem Yanılgıları*. Ulusal Teknik Eğitim Mühendislik ve Eğitim Bilimleri Genç Araştırmacılar Sempozyumu. İzmit: Kocaeli Üniversitesi.
- Güney, Z. (2007b). *Matematiksel Güzelliği Değerlendirme Ölçütleri*. Mantık Matematik ve Felsefe V. Ulusal Sempozyumu. Foça: İstanbul. Kültür Üniversitesi
- Güney, Z., Korkmaz, N., Işık, O.R. (2010). *Matematik Öğretiminde Yapılandırmacı Yaklaşımın Sakıncaları*. IX. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi, 23-25 Eylül 2010, İzmir: Buca.
- Güney, Z. (2012). *Matematik ve Yaşam*. Konferans, 14.05.2012, Muğla: MSKÜ.
- Güney, Z. (2013a). *π Günü-Transandantlar*. Konferans, 14.05.2013, Muğla: MSKÜ.
- Güney, Z. (2013b). *Matematiksel zihin sporu, TÜRK DAMASI*. Muğla: Hamle Matbaacılık.
- Güney, Z., Paşalı, A.S., Özsoy, N., Koçak, Z.F. (2013). *Türk Daması ve Geleneksel Oyunlar*. Ankara: Hacettepe Üniversitesi.
- Güney, Z. (2014). *Sayılar Teorisi*. MSKÜ Yayınları.
- Güney, Z., Özkoç, M. (2014). *Matematikte Doğru Bilinen Bazı Yanlışlar Üzerine*. Matematik Sempozyumu. Karabük Üniversitesi.
- King, J.P. (1999). *Matematik Sanatı* (N. Arık, Çev.) TUBİTAK.
- Sezer M., Nizamoğlu Ş., Güney Z., Beymen E. (1995). *İlköğretimin ikinci kademesinde Matematik Eğitiminin Bugünkü durumu üzerine bir çalışma*. Ulusal Fen Bilimleri Eğitimi Sempozyumu Bildirileri, DEÜ Eğitim Bilimleri Enstitüsü Yayınları.
- Stevens S.S. (1968). *Matematik Ölçme ve Psikofizik*. Ankara.
- Taşkesen, T. (2001). *Gödel'in Aksiyomatik Sistemlerin Tam Olmamasına Dair Teoremi ve Paradokslar* (Yüksek Lisans Tezi). MSKÜ Fen Bilimleri Enstitüsü Matematik Anabilim Dalı, Muğla.



Zekeriya GÜNEY	Prof. Dr., Muğla Sıtkı Koçman Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Ortaöğretim Fen/Matematik Alanlar Eğitimi Bölümü, Matematik Eğitimi ABD, 48000-Muğla E-mail: zguney@mu.edu.tr
Murad ÖZKOÇ	Yrd. Doç. Dr., Muğla Sıtkı Koçman Üniversitesi, Fen Fakültesi, Matematik Bölümü, 48000-Muğla E-mail: murad.ozkoc@mu.edu.tr
Nebiye KORKMAZ	Yrd. Doç. Dr., Muğla Sıtkı Koçman Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, İlköğretim Bölümü, Matematik Eğitimi ABD, 48000-Muğla E-mail: nkorkmaz@mu.edu.tr