

ANALİZ DERSİ ÖĞRENCİLERİNİN İNTEGRAL HACİM HESABI PROBLEMLERİNDEKİ ÇÖZÜM SÜREÇLERİNİN DÜŞÜNME YAPISI FARKLILIKLARI BAĞLAMINDA DEĞERLENDİRİLMESİ

Ali DELİCE*
Eyüp SEVİMLİ**

ÖZET

Cebir ve geometri disiplinlerini içerisinde bulunduran ve yüksek öğretim düzeyindeki birçok programda yer alan analiz derslerinde öğrencilerin sıkça yanlış ve zorluk yaşadıkları bilinmektedir. Özellikle, belirli integraller yoluyla hacim hesaplama problemlerinde analitik ve görsel bileşenleri birlikte yorumlayamayan öğrenciler, yanlış sonuçlara ulaşabilmektedir. Öğrencilerin matematiksel düşünme yapılarını anlamak, problem çözme sürecinde yaşanan yanlış, zorluk ve yanlışlıkları belirlemede önemli rol oynamaktadır. Bu çalışma kapsamında “Farklı matematiksel düşünme yapısına sahip analiz dersi öğrencilerinin integral yoluyla hacim hesabı problemlerini çözme yaklaşımları arasında bir farklılık var mıdır?” sorusuna cevap aranmış; böylece düşünme yapıları ile problem çözme yaklaşımları arasındaki ilişki süreç temelli yaklaşımlar üzerinden değerlendirilmiştir. Araştırmanın katılımcılarını oluşturan bir devlet üniversitesindeki ilköğretim matematik 2. sınıf programına kayıtlı 24 öğrenci, olasılıksız örnekleme yöntemlerinden amaçlı örnekleme tekniğine göre seçilmiştir. Karşılaştırmalı durum çalışması deseni kullanılarak tasarlanan metodolojik çatıda, veri toplama süreci test ve görüşmeler üzerinde gerçekleştirilmiştir. Matematiksel Süreç Envanteri yardımı ile düşünme yapılarına göre gruplara ayrılan katılımcıların integral hacim hesabı problemlerindeki çözüm yaklaşımı ve performansları görev tabanlı görüşmeler yardımı ile analiz edilmiştir. Betimsel istatistik yardımı ile analiz edilen görüşme bulguları ortak temalar üzerinden kodlanmış ve süreci destekleyici veriler olarak kullanılmıştır. Bulgular, düşünme yapısı farklılıklarının, problem çözme yaklaşım ve başarısını doğrudan etkilemediğini göstermiştir. Bununla birlikte, farklı düşünme yapısındaki katılımcıların, görsel süreçleri kullanma, yorumlama ve tercih etme algıları yönüyle farklılıklarının olduğu belirlenmiştir.

Anahtar sözcükler: Problem çözme yaklaşımları, problem karakteristiği, matematiksel düşünme yapısı

* Doç. Dr, Marmara Üniversitesi, Atatürk Eğitim Fakültesi, Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanları Eğitimi Bölümü, Matematik Eğitimi Anabilim Dalı

** Arş.Gör., Marmara Üniversitesi, Atatürk Eğitim Fakültesi, Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanları Eğitimi Bölümü, Matematik Eğitimi Anabilim Dalı

INVESTIGATING CALCULUS STUDENTS' SOLUTION PROCESSES OF INTEGRAL VOLUME PROBLEMS IN TERMS OF THINKING ABILITIES

SUMMARY

It is shown by the researches that students have been having misconceptions and difficulties in calculus containing geometry and algebra which is in almost in every university mathematics program. The students, who particularly are not able to use analytical and visual parts in integral volume problems by definite integrals, can reach the incorrect answers. This study is trying to answer the question "Is there any difference between the integral volume problem solving approaches of calculus students with different thinking styles?", so that the relation between the thinking styles and the problem solving approaches are investigated throughout the solution processes. 24 second year student teachers from the primary mathematics education department of a state university are the participants of this study and chosen by nonprobability purposive sampling. This study uses qualitative approach and has a comparative case study design. Research instruments used to collect the data were tests and interviews. The Mathematical Process Instrument was used to determine the type of participants' mathematical thinking and then their integral volume problem solving approaches and behavior were analyzed by task based interviews. Descriptive statistics were analyzed interview data and used as a supportive data as well. Findings showed that differences of thinking styles have no forthrightly influence on the problem solving approaches and performances. However, it is found that participants with different thinking styles had a dissimilar apprehension in terms of using, interpreting and preferring the visual processes in problem solution.

Keywords: Problem solving approach, characteristics of problem, mathematical thinking types

Öğrenme sürecinde karşılaşılan öğrenci temelli farklılıklar, araştırmacıları matematiksel düşünmenin yapısı ve bileşenleri üzerinde çalışmaya yöneltmiştir. Matematik eğitimi araştırmalarında, sınıf ortamındaki farklılıkların dikkate alınması gerektiğine vurgu yapılırken; problem çözme sürecindeki düşünme yapılarının, çözüm teknik ve stratejilerini etkileyebileceği düşünülmektedir (Krutetskii, 1976; Presmeg, 1985). Bir problemin çözümü sürecinde bireyin düşünme yollarını ve muhakeme sürecini ele alan bilişsel süreçler, yüksek matematik konularının öğretim ve öğrenilmesi içinde ayrıca bir önem taşımaktadır (Dreyfus, 1991). Çünkü bireyin düşünme yollarını anlamak, problem çözme sürecinde yaşanan zorluk, yanılma ve yanlışlıkları belirlemede önemli rol oynamaktadır. Bu bağlamda, öğretim sürecinin iki temel ögesi olan öğrenciler ve öğretmenler arasında da düşünme yolları yönüyle farklılıkların var olduğu bilinmektedir (Galindo-Morales, 1994). Öğrenme ortamında bu iki öğenin etkileşimi, öğrenmenin düzeyini belirlemede önemli rol oynar. Bir matematik probleminin, farklı öğrenciler tarafından, farklı stratejiler kullanılarak çözülmesi süreci sınıf içerisinde göz önünde bulundurulması gereken bir durumdur (Lowrie & Kay, 2001). Bu farklılıklarla ilgili ortaya çıkan en ilkel sınıflama, görselliğin kullanılması ve kullanılmaması ile ilgilidir. Poincare (1900/1907), matematiğin doğasında görselleme sürecinin varlığına işaret ederken; öğrencilerin ve matematikçilerin geometrik ve analitik olmak üzere iki farklı düşünme karakteristiklerine sahip olduklarını belirtmiştir (akt: Presmeg, 2006). Matematiğin doğasında da, bu iki yaklaşımın kullanılmasını gerektiren durumlarla sık karşılaşılmaktadır. Krutetskii (1976), bu bilişsel süreçleri üçe ayırırken; analitik ve geometrik tercihlerin yanında, bu iki tercihin birlikte kullanıldığı harmonik süreçlerin varlığına da dikkat çekmiştir. Analitik tipteki öğrencilerin soyut şemalarla daha kolay çalıştığı ve problem çözme sürecinde görsel-resimsel bileşenlerden çok, sözel-mantıksal bileşenleri kullandığı bilinmektedir (Presmeg, 1985). Görsel tipteki öğrenciler, problemleri görsel olarak anlayabilecekleri öğelerle sunma eğilimindedirler. Bu anlamda, görsel tipteki öğrenciler, analitiklerin aksine, görsel-resimsel bileşenleri sözel-mantıksal bileşenlerden daha çok kullanmaktadırlar (Aspinwall, Shaw & Unal, 2005). Harmonik tipteki öğrenciler ise analitik ve geometrik yaklaşımları dengeli olarak birlikte kullanma yeterliğine sahiptirler. Bazı çalışmalarda, düşünme sürecindeki farklılıkların problem çözme stratejilerini etkilediği belirtilmiş (Presmeg, 2006), bununla birlikte düşünme süreci farklılıkları ile başarı arasında açık bir genellemeye varmaktan kaçınılmıştır (Galindo-Morales, 1994). Çünkü problem çözme davranışlarını etkileyen farklı değişkenlerin de var olduğu bilinmektedir. Bunlar; problemin zorluk derecesi, öğrencinin önceki öğrenmeleri ve problemin dili ile ilgilidir. Lowrie ve Kay (2001), öğrencilerin daha önce karşılaşmadığı ve karmaşık olduğunu düşündükleri problemlerde, verileri anlayabilmek için görsel çözüm stratejilerine başvururken, daha kolay problem türlerinde analitik stratejileri kullanma eğiliminde olduğunu belirtmişlerdir. Benzer bir diğer bulguda Presmeg (2006), öğrencilerin görsel süreçleri yönetirken analitik süreçlerden daha çok çaba sarf ettiklerini ve zorlandıklarını belirtmiştir. Diğer yandan, yüksek öğretim matematiğindeki problemlerde öğrencilerin, analitik yöntemleri problem çözümü için çok önemli bir yaklaşım olarak

gördükleri bilinmektedir (Sevimli & Delice, 2011). Lean ve Clements (1981) çalışmalarında, analitik tipteki öğrencilerin problem çözme başarılarının görsel tipteki öğrencilere kıyasla daha yüksek olduğu bulgusuna yer vermiştir. Özetle, düşünme yapısının problem çözme süreç ve davranışlarına etkisini konu alan araştırmalarda, problemin zorluk derecesinin, bağlamının ve ifade edildiği temsil türlerinin çözüm stratejilerini etkileyebileceği, bu yüzden hesaba katılması gerektiği belirtilmiştir. Ayrıca, öğrenci ile ilişkili olan değişkenlerle birlikte bilginin yapısı ve sunumunun da süreci etkileyebileceği düşünülmektedir.

Farklı temsiller ile sunulan problemlerde, kavramlar, farklı bağlamlar ile ilişkilendirildiğinden, öğrencilerin bu tipteki problemlerin üstesinden gelebilmeleri için daha çok çaba sarf etmeleri gerekebilir (Goldin & Kaput, 1996). Bir diğer gerekçe ise öğrencilerin alışkanlıklarının dışında bir yol izlemeleri ile ilgili olup, bu yüzden farklı temsiller ile sunulan problemlerdeki performansların daha düşük olduğu söylenebilir. Geleneksel ortamdaki öğrencilerin analiz dersindeki problemleri genelde cebir temsili kullanarak çözmeye çalıştıkları ve bu temsil türü ile verilen problemlerde daha başarılı oldukları bilinmektedir (Sevimli, 2009). Oysa alan yazındaki araştırmalar, analiz dersi konularında, çoklu temsil merkezli öğrenme yaklaşımlarının, ilgili kavramsal yapının farklı şekillerde ifade edilmesine fırsat tanıyacağından ilişkisel anlamayı geliştirebileceğine dikkat çekmektedir (Keller & Hirsch, 1998; Kendal & Stacey, 2003). Bu bağlamda, öğrencilerin problem çözme süreçlerinin, temsil dönüşüm başarılarına göre değerlendirilmesinin önemli olduğu düşünülmektedir. NCTM de (2000) farklı temsil türlerinin farklı düşünme yollarına sevk ettiğini belirterek, sınıf içerisindeki farklılıkların dikkate alındığı öğretim içerik ve uygulamalarının geliştirilmesini desteklemektedir. Sevimli ve Delice (2011) problem çözme sürecinde, farklı temsilleri tercih eden öğrencilerin, problem çözümünde tek temsil kullanma eğiliminde olduklarını belirtmişlerdir. Öğrencilerin, belirli integral konusundaki temsil tercih eğilimlerini düşünme yapıları bağlamında değerlendirildiği araştırmalarda; analitik ve harmonik düşünme yapısına sahip öğrencilerin cebir temsillerini problem çözümü için daha sık tercih ettikleri belirtilmiş, bunun yanında görsel düşünme yapısına sahip öğrencilerin, grafik temsillerine dayalı tercihlerde buldukları ifade edilmiştir (Sevimli & Delice, 2012). Bu durumda, düşünme yapısı farklılıklarının, öğrencilerin problem çözme yaklaşım ve davranışlarını nasıl etkileyebileceği durumu merak edilmiştir. Bu çalışmayla, öğrencilerin integral hacim hesabı problemlerindeki çözüm süreçleri, düşünme yapısı farklılıkları bağlamında değerlendirilirken, problem yapısındaki çeşitlilikler de göz önünde bulundurulmuştur. Böylelikle, öğrencilerin problem çözme yaklaşım ve davranışlarının, problem karakteristiği ve düşünme yapısı farklılıklarından nasıl etkilendiğine ilişkin problem durumuna cevap aranması hedeflenmiştir.

YÖNTEM

Araştırma Deseni

Bu araştırmada, bir olgu, kendi sınırları içerisinde yorumlayıcı paradigmaya göre incelendiğinden, çalışma nitel yaklaşımlar üzerine kurulmuştur. Öğrencilerin düşünme yapısı farklılıklarının, problem çözüme sürecinde tercih edilen yaklaşımlara etkisi durumu, integral hacim hesabı konusu kapsamında ele alındığından, araştırma bir tür durum çalışmasıdır. Her bir düşünme yapısının birer durum olarak değerlendirildiği çalışmada, her bir durum kendi içerisinde ve birbirlerine göre değerlendirildiğinden, karşılaştırmalı durum çalışması deseni araştırma modeli olarak tercih edilmiştir.

Katılımcılar

Çalışma, olasılıksız örnekleme yöntemlerinden amaçlı örnekleme tekniğine göre seçilen, ilköğretim matematik öğretmenliği ikinci sınıftan 24 öğrenci ile yürütülmüştür (Patton, 1990). Araştırmada, karşılaştırmalı durum çalışması deseni kullanıldığından, katılımcıların yer aldıkları öğrenme ortamlarının betimlenmesinin, verilerin yorumlanabilirlik ve anlaşılabilirliğini arttıracığı düşünülmüştür (Yin, 1994). Bu bağlamda, bir önceki dönemde, Analiz I dersini alan katılımcıların tamamı, Analiz II dersine de kayıtlıdır. Analiz dersleri, geleneksel sınıf ortamında, sunuş yolu ve soru-cevap tekniği ile işlenirken, öğretim üyesi, tanım-teorem-ispate-örnek temelli öğretim içeriğini sınıfa sunmuştur. Analiz II derslerini düzenli olarak takip ettiklerini ifade eden katılımcılar, öğretim üyesinin ders notları dışında, farklı bir kaynaktan yararlanmadıklarını belirtmişlerdir.

Veri Toplama Araçları

Çalışma kapsamında kullanılan veri toplama teknikleri, test ve görüşmedir. Araştırmada, test tekniği üzerinden elde edilen verilere, Matematiksel Süreç Envanteri yardımı ile görüşme tekniğinden elde edilen verilere ise Görüşme Destekli Problem Seti yardımı ile ulaşılmış olup aşağıda sırasıyla bu test ve teknikler ile ilgili bilgilere yer verilmiştir.

Matematiksel Süreç Envanteri (MSE): Matematiksel Süreç Envanteri, Presmeg (1985) tarafından, Krutetskii'nin (1976) düşünme yapıları teorik çerçevesi dikkate alınarak geliştirilmiştir. Bu çalışmada, katılımcıların bir matematik probleminde kullandıkları çözüm yolu düşünme yapısı olarak tanımlanmış olup, bu bağlamda, yapılan sınıflamalarda, beceriler değil tercihler değerlendirilmiştir. MSE'nin kullanım amacı katılımcıların düşünme yapılarına göre sınıflamaktır. Bu noktada, katılımcılar, yer aldıkları düşünme yapısına göre analitik, harmonik ve görsel düşünenler olarak sınıflandırılmıştır. MSE; A, B, C isimleri ile adlandırılan üç alt bölüme oluşmakta olup, A ile B alt bölümleri, lise öğrencilerinin; B ile C alt bölümleri, yüksek öğrenim öğrencilerinin

düşünme yapılarını belirlemek üzere hazırlanmıştır. Bu çalışmanın katılımcıları, yüksek öğrenim düzeyindeki öğrenciler olduğundan, toplam 18 sorudan oluşan B ile C alt bölümleri, katılımcıların düşünme yapılarının belirlenmesinde kullanılmıştır. MSE, önceki birçok araştırmada kullanılmış (Aspinwall, Shaw & Unal, 2005) ve farklı çalışmalarda yüksek geçerlik ve güvenirlik ile Türkçeye adaptasyonu sağlanmıştır (Taşova, 2011). Bu çalışmada MSE'nin Türkçe formu kullanılmıştır.

Görüşme Destekli Problem Seti (GDPS): Problem çözme yaklaşımlarını etkileyen öğelerin belirlenmesi için, görüşme bulgularından faydalanılmış böylece veri çeşitliliğinin sağlanması ve sürecin daha derinden analiz edilebilmesi hedeflenmiştir. Katılımcıların tamamı ile görüşmeler yapılmış böylece düşünme yapısı farklılıklarının problem çözme yaklaşımlarına etkisi, katılımcıların teyidi alınarak değerlendirilmiştir. Her bir katılımcı ile gerçekleştirilen görüşmeler yaklaşık 40 dakika sürmüştür ve görüşmeler ses kayıt cihazı ile kaydedilmiştir. Görüşmelerde, görev tabanlı görüşme tekniği kullanılmıştır. Bu bağlamda, öncelikle, katılımcıların, problem setinde yer alan kapalı uçlu klasik yapıdaki problemleri cevaplamaları istenmiş; katılımcıların problem çözme yaklaşımlarındaki öncelikleri, yarı yapılandırılmış formatta gerçekleştirilen görüşmeler ile tespit edilmiştir.

Görüşmelerde kullanılan problem seti, araştırmacılar tarafından, çoklu temsil yaklaşımına göre düzenlenen analiz dersi kitapları içerinden seçilmiştir. GDPS, farklı integral hacim hesabı yöntemlerinin bir arada kullanılabileceği problem türlerini içermektedir. Altı farklı problemden oluşan GDPS, iki karakteristiğe göre düzenlenmiştir (Tablo 1). Bunlardan ilki, girdi temsili olup, bu karakteristik ile problemin sunumunda kullanılan nümerik, grafik veya cebir temsil türlerine göre hazırlanan problemlere atıf yapılmıştır. Nümerik girdi temsili, problem verileri tablolar yardımı ile sunulmakta ve silindirik hacimlerin toplamı yaklaşımı ile değişimler toplamının hesaplanması beklenmektedir. Grafik girdi temsili, grafik yardımı ile sunulan problemin bir eksen veya bir doğru etrafında döndürülmesi ile oluşan cismin hacminin hesaplanması istenmektedir. Bu durum, cebir girdi temsili, problem ifadesinin denklemler yardımı ile sunulduğu ve dönel cisim hacminin hesaplanmasının gerektiği problem türlerini kapsamaktadır. GDPS hazırlanırken, dikkate alınan ikinci karakteristik, problem bağlamı ile ilgilidir. Bağlam, problem sunulurken kullanılan içerik dili ile ilgilidir. Kendal ve Stacey (2003), analiz derslerindeki problemlerin, iki tür bağlam içerisinde sunulabileceğini belirtirken, bunları formüle dayalı ve yoruma dayalı problemler olarak sınıflamaktadır. Formüle dayalı problemlerde, içerik, formal matematiksel bir dil kullanılarak hazırlanabilirken; yoruma dayalı problemlerde, içerik, günlük hayat problemleri üzerinden sunulmaktadır. Görev tabanlı görüşmelerde kullanılan problem setinde yer alan integral hacim problemlerinde, formüle dayalı ve yoruma dayalı problemlere yer verilmiştir. GDPS'de, her bir girdi temsili (nümerik, grafik veya cebir) dikkate alınarak hazırlanan problemler, formüle dayalı veya yoruma dayalı olarak yapılandırılmıştır. Tablo 1'de

görüldüğü üzere, problem setinde, toplam 6 problem bulunmakta olup, problemlerin her biri, bağlamı veya girdi temsili türüne göre farklı karakteristiktir.

Tablo 1: GPDS’de yer alan problemlerin karakteristik özellikleri

<i>Bağlam</i>	Formüle Dayalı			Yoruma Dayalı		
	Nümerik	Grafik	Cebir	Nümerik	Grafik	Cebir
<i>Girdi Temsili</i>						
<i>Problem Sayısı</i>	1	1	1	1	1	1

GDPS’de, farklı hacim hesabı yöntemlerinin kullanılması ile çözülebilecek problem türlerinin seçimine özen gösterilmiştir. Bu bağlamda, katılımcıların, disk ve kabuk yöntemini nerede kullanabilecekleri bilgisine ne derece sahip olduklarını belirlemek üzere yapılandırılan test, aynı zamanda uygun çözüm stratejisini uygun temsiller eşliğinde kullanabilen katılımcıları da değerlendirmeyi amaçlamaktadır. GDPS’nin başarı ve süreci değerlendirebilmesi, probleme verilen cevapların neden tercih edildiği ile ilgili yarı yapılandırılmış görüşmelerin gerçekleştirilebilmesi ile sağlanmıştır.

Verilerin Toplanması

Araştırma problemi dikkate alındığında, öncelikle katılımcıların düşünme yapılarına göre gruplandırılması gerekmektedir. Bu bağlamda kullanılan MSE sorular ve her bir sorunun olası farklı çözümlerinin yer aldığı çözüm tercih anahtarından oluşmaktadır. Analiz II’nin ilk dersinde, MSE’nin sorular bölümü uygulanarak katılımcıların problemlere verdikleri cevaplar incelenmiştir. Daha sonra çözüm tercih anahtarı dağıtılmış ve katılımcılardan kendi çözüm yollarına benzeyen çözümü işaretlemeleri istenmiştir. Katılımcılardan kendi çözümlerine uygun çözümün ankette yer almadığı durumlarda orijinal çözümler için ayrılan seçeneği işaretlemeleri istenmiştir. Geleneksel öğrenme yaklaşımı dikkate alınarak sürdürülen 14 haftalık Analiz II dersi sonunda gerçekleştirilen görev tabanlı görüşmeler ile katılımcıların problem çözme strateji ve yaklaşımlarının belirlenmesi amaçlanmıştır. Görüşmeler gerçekleştirilirken kullanılan problem setinde katılımcıların süreç ve performanslarının gözlenmesi sağlanmış, ilgili grupları temsil yeterliğine sahip üç katılımcının (analitik, harmonik ve görsel) görüşme bulguları betimsel istatistikleri desteklemek amacı ile kullanılmıştır.

Verilerin Çözümlemesi

MSE’de yer alan her bir problem görsel veya görsel olmayan yöntemlerle çözülebilmektedir. Katılımcılardan kendi çözümlerine uygun olan yöntemi işaretlemesi istenmiştir. Çözüm tercih anahtarında her bir problem için 3 ile 6 farklı çözüm seçeneği sunulmuştur. MSE’de kendine uygun seçenek bulamayan, orijinal bir çözüm yöntemi kullanan katılımcılar için çözümlerini gösterebilecekleri bir bölüm yer almaktadır. Cevabın

doğru ya da yanlış olduğu dikkate alınmaksızın her görsel çözüm için 2 ve her görsel olmayan çözüm için 0 puan verilmiştir. Karma çözümler 1 puan ile değerlendirilmiştir. Böylece her bir katılımcının toplam puanı 0 ile 36 arasında değişmektedir. MSE yoluyla, düşünme yapılarına göre sınıflama yapılırken farklı araştırmacılar farklı yollar tercih etmişlerdir. Galindo-Moralez (1994), MSE'nin normal dağılım sergilediğini, bu bağlamda analitik veya görsel grupların, tüm popülasyonun 15%-25%'si kadar olabileceğini belirtmiştir. MSE puanlarının analizinde Krutetski'nin (1976) teorik, Galindo-Moralez'in (1994) metodolojik çatısı kullanılmış; böylece ortalama puana bir standart sapma puanının eklenmesi ve çıkartılması yolu ile katılımcılar üç grup (analitik, harmonik veya görsel) altında toplanmıştır.

GDPS, katılımcıların problem çözüme davranışları ve yaklaşımlarını analiz etmeyi amaçladığından klasik yapıdır. GDPS'nin analizinde başarı ve süreç dikkate alınmış; problem karakteristiğinin çözüm sürecine etkisi durumu, problem setine verilen cevapların içerik analizine tabii tutulmasıyla elde edilen kategoriler üzerinden değerlendirilmiştir. GDPS'de öncelikle problem karakteristiğinin çözüm davranışlarını nasıl etkilediği durumu düşünme yapıları bağlamında incelenmiştir. Bu anlamda yapılan analizlerde problem çözüme sürecindeki çözüm yaklaşımları ve bu yaklaşımları ortaya çıkaran çözüm davranışları GDPS'ye verilen yanıtlar üzerinden içerik analizi tekniği ile belirlenmiştir. Görüşme verileri, açık kodlama metoduna göre etiketlenmiştir. Farklı düşünme yapısına sahip katılımcıların aynı görüşme sorularına verdikleri yanıtlar, çözüm davranışlarında yer alan içeriklerin hedeflediği ortak eğilimlere göre düzenlenmiş ve bu anlamda elde edilen temalarda üç problem çözüme yaklaşımı türü ile karşılaşılmıştır. Bunlar; nümerik, grafik veya cebir temelli hesap yaklaşımları olup bu yaklaşımların düşünme yapısı farklılığı ve problem karakteristiğine göre nasıl değiştiğine ilişkin bulgulara aşağıda yer verilmiştir.

BULGULAR

Katılımcıların düşünme yapılarına göre dağılımı

Katılımcıların MSE'ye verdikleri cevaplar üzerinden elde edilen puanlar ile ilgili bazı betimsel istatistiklere Tablo 2'de yer verilmiştir. Katılımcıların MSE'den aldıkları en yüksek puan 26, en düşük puan ise 6'dır. Testin tüm sorularına doğru cevap verildiğinde alınabilecek en yüksek puanın 36 olduğu düşünülürse katılımcıların ortalama puanının (15.05) düşük olduğu söylenebilir. MSE ortalama puanlarının düşükluğu katılımcıların genel matematik problemlerinde görsel süreçlerden daha çok analitik süreçleri tercih ettiklerini göstermektedir.

Tablo 2: MSE puanlarının betimsel istatistiği

Katılımcı Sayısı	Maksimum	Minimum	Ortalama	Standart Sapma
24	26	6	15.02	4.83

Katılımcıların hangi düşünme yapısı grubuna ait olduklarını belirlemek üzere, önceki araştırmalarda önerilen bir sınıflama metodu ile ortalama puana bir standart puan eklenmiş ve çıkartılmıştır. Böylece 10.19 puandan düşük alan katılımcılar analitik, 19.85 puandan yüksek alan katılımcılar görsel bu iki değer arasında bir puan alan katılımcılar harmonik düşünme yapısına sahip katılımcılar olarak kodlanmıştır. Bu bağlamda katılımcılardan 7'sinin analitik, 6'sının görsel ve 11'inin harmonik düşünme yapısına sahip olduğu belirlenmiştir. Düşünme yapılarına göre sınıflandırılan katılımcıların problem çözme yaklaşımlarını ve başarılarını belirlemek üzere GDPS uygulanmış, bu anlamdaki bulgulara bir sonraki bölümde yer verilmiştir.

Problem çözme yaklaşımlarının düşünme yapılarına göre incelenmesi

Katılımcıların integral hacim hesabı problemlerindeki çözüm yaklaşımları belirlenirken, GDPS'ye verdikleri cevaplar dikkate alınmıştır. Problem çözümlerinde karşılaşılan içerikler üzerinden elde edilen çözüm yaklaşımları, düşünme yapısı farklılıkları bağlamında değerlendirilmiştir. Katılımcıların problem setine verdikleri yanıtlar düşünme yapılarına göre incelenirken problemin bağlamı da dikkate alınmıştır. Problem bağlamının formüle veya yoruma dayalı olmasına göre çözüm yaklaşımlarının nasıl değiştiğine ilişkin bulgulara aşağıda yer verilmiştir.

Yoruma dayalı problemlerdeki çözüm yaklaşımları

Bu alt başlık altında düşünme yapısı farklılıklarının yoruma dayalı problemlerdeki çözüm yaklaşımlarına etkisi durumu araştırılmıştır. Böylece problem setindeki yoruma dayalı içerik ile sunulan üç türdeki problem için tercih edilen çözüm yaklaşımlarının, düşünme yapıların göre nasıl değiştiği incelenmiştir. GDPS'de nümerik, grafik veya cebir girdi temsili ile yapılandırılmış yoruma dayalı problemler bulunmaktadır. Böylece farklı girdi temsilleri ile verilen problemlerde, katılımcıların çözüm tercihlerini hangi yaklaşımları kullanarak nasıl yapılandırdıklarının da anlaşılması hedeflenmiştir. Günlük hayat örnekleri ile ilişkili olarak verilen yoruma dayalı problemlerde, analitik ve harmonik düşünme yapısına sahip katılımcıların cebirsel yaklaşımları % 40'ın üzerindeki oranlarla diğer yaklaşımlardan daha fazla tercih ettikleri görülmektedir (Tablo 3). Görsel düşünme yapısına sahip katılımcılar, çözüm tercihlerinde grafiksel yaklaşımları (%42.7) diğer yaklaşımlara kıyasla daha sık kullanmışlardır. Üç düşünme yapısına sahip katılımcıların ortak olarak nümerik yaklaşımlardan daha düşük oranlarla yararlandıkları belirlenmiştir. Katılımcıların yoruma dayalı problemlerdeki genel tercihleri göz önünde bulundurulduğunda en çok tercih edilen çözüm yaklaşımının cebirsel yaklaşım olduğu söylenebilir.

Yoruma dayalı problemlerdeki çözüm başarısına yönelik yapılan analizlerde analitik katılımcıların doğru çözüme ulaşma yüzdesinin oldukça düşük olduğu görülmüştür. Analitik düşünme yapısına sahip katılımcılardan bu içerikteki problemlere yanıt verenlerin sadece %38.1'i uygun çözüm adımlarını takip ederek doğru sonuçlara ulaşabilmiştir. Harmonik ve görsel düşünme yapısına sahip katılımcıların da yarısından daha azının bu tipteki problemlerde doğru çözüm adımlarını uygulayabildikleri belirlenmiştir. Bu bağlamda aralarında belirgin bir farklılık bulunmamakla birlikte harmonik düşünme yapısına sahip katılımcıların yoruma dayalı problemlerde daha başarılı oldukları söylenebilir.

Tablo 3: Yoruma dayalı problemlerdeki çözüm yaklaşımlarının düşünme yapılarına göre dağılımı

		ÇÖZÜM YAKLAŞIMI			
		Cebir	Grafik	Nümerik	Başarı
DÜŞÜNME YAPILARI	Analitik	% 47.4	% 38.1	% 14.5	% 38.1
	Harmonik	% 43.9	% 33.6	% 22.5	% 46.9
	Görsel	% 29.6	% 42.7	% 27.7	% 44.4

Formüle dayalı problemlerdeki çözüm yaklaşımları

GDPS'de formal-matematiksel bağlamı içeren (Goldin & Kaput, 1996), formüle dayalı üç farklı karakteristikteki probleme yer verilmiştir. Bu problemler nümerik, grafik ve cebir girdi temsilleri ile sunulmuştur. Katılımcıların, problem çözümlerinde tercih ettikleri yaklaşımların düşünme yapıları bağlamında nasıl değiştiğini betimleyen tabloya aşağıda yer verilmiştir (Tablo 4). Düşünme yapısı farklılıkları bağlamında analitik katılımcıların, harmonik ve görsel katılımcılara oranla cebirsel yaklaşımdan daha sık yararlandıkları belirlenmiştir. Salt matematiksel ilişkiler dikkate alınarak yapılandırılan formüle dayalı problemlerde, en yüksek yüzde ile tercih edilen çözüm yaklaşımı, cebirsel yaklaşım olmuştur (Tablo 4). Cebirsel yaklaşımı sırasıyla grafik ve nümerik problem çözme yaklaşımları takip etmiştir. Yalnız cebirsel ve görsel yaklaşımların yüksek yüzdeler ile kullanıldığı çözüm içeriklerinde nümerik yaklaşımların aynı oranlarla tercih edilmediği görülmektedir. Düşünme yapıları bazında ise analitik, görsel ve harmonik düşünme yapısına sahip katılımcıların genelde paralel çözüm yaklaşımlarını takip ettiği bulgusu göze çarpmaktadır. Grafikselsel yaklaşımı en düşük oranlar ile çözümlerine yansıtan katılımcı grubu analitik grup iken, nümerik yaklaşımlardan en sık yararlanan grubun görsel düşünme yapısı grubu olduğu belirlenmiştir.

Problem çözme başarısı bağlamında gruplar arasında dikkate değer bir farklılık olmamakla birlikte en başarılı grup görsel düşünme yapısına sahip katılımcılardan oluşan grup olmuştur (%58.3). İçerik analizinde karşılaşılan bulgular katılımcıların en başarılı oldukları problem türlerinin grafik girdi temsili ile verilen problemler olduğunu buna karşın

nümerik girdi temsil ile verilen problemlerin çözüm başarısının oldukça düşük olduğunu göstermiştir.

Tablo 4: Formüle dayalı problemlerdeki çözüm yaklaşımlarının düşünme yapılarına göre dağılımı

		ÇÖZÜM YAKLAŞIMI			
		Cebir	Grafik	Nümerik	Başarı
DÜŞÜNME YAPILARI	Analitik	% 56.6	% 33.8	% 9.6	% 56.6
	Harmonik	% 51.5	% 43.9	% 4.6	% 53
	Görsel	% 47.2	% 41.7	% 11.1	% 58.3

Problem çözme süreçlerine ilişkin çözüm örnekleri

Katılımcıların girdi temsilinin nümerik olduğu problemlerdeki başarılarının düşük ve çözüm yaklaşımlarının düşünme yapılarına göre farklılık gösterdiği gözlenmiş bu bağlamda ilgili süreçleri örnekleyen çözüm içerikleri ve görüşme bulgularına yer verilmiştir. Bu anlamda, çözüm içeriklerine göre yapılan sınıflama ve ilgili çözümün düşünme yapıları bağlamında hangi sıklıkla tercih edildiğine ilişkin betimsel bulgulara Tablo 5'te yer verilmiştir. Nümerik girdi temsili ile verilen problemlerde en çok tercih edilen çözüm kategorisi 3 no'lu “*tablo verilerinin kullanılması yolu ile bir denklem oluşturulması*” içeriği olmuştur. Bu kategoride yer alan katılımcılar tablo verilerini kullanarak bir denkleme ulaşmaya çalışmış; bu denklemi hacim bulma formüllerinde yerine yazarak süreci tamamlamışlardır. Analitik ve harmonik düşünme yapısına sahip katılımcıların sırasıyla %42.8'i ve 36.4'ü bu içeriğe uygun çözüm süreçlerini takip etmişlerdir. Yalnız problem setinde girdi temsilinin nümerik olduğu problemlerde tablo yardımı ile verilen fonksiyonu formülize edecek uygun bir denkleme ulaşmak mümkün olmadığından bu içeriği takip eden katılımcılar yanlış sonuçlara ulaşmışlardır.

Bu karakteristikteki problemlere verilen yanıtlarda karşılaşılan bir diğer zorluk ise alan hesabı ile hacim hesabı yaklaşımlarının karıştırılması ile ilgilidir. Kategori 2'de yer alan bu çözüm davranışının takip edilmesi üç boyutlu uzayda bir hacmin hesaplanması yerine iki boyutlu uzayda bir alan hesabının yapılmasına neden olmuştur. Görsel katılımcıların %41.6'sının çözümde dilimleyerek hacim bulmak için silindirik hacimlerin toplamını kullanılacağı yerde Riemann toplamıyla ilişkili dikkörtgenlerden yararlandığı görülmüştür. Analitik ve harmonik katılımcılar görsel düşünme yapısına sahip katılımcılara kıyasla bu tipteki hatalı bir çözüm davranışını daha az takip etmişlerdir.

Tablo verilerinde bölünüş sayısını veya her bir dilimin kalınlığını yanlış belirleyen yani 2 no'lu kategorideki çözüm davranışını takip eden katılımcıların daha çok analitik

düşünme yapısındaki katılımcılar olduğu gözlenmiştir (%28.6). GDPS’de yer alan girdi temsilinin nümerik olduğu problemlerde doğru çözümlerin gerçekleşmesi için katılımcıların ilgili döneel cismin kesit alanları üzerinden, her bir silindirik dilimin hacimleri toplamını hesaplayarak yaklaşımda bulunmaları gerekmektedir. Kategori 4’te sunulan bu çözüm davranışını kullanarak doğru sonuçlara ulaşan katılıcı oranı, tüm katılımcıların %20’sinden daha az olup; bu çözüm davranışının kullanılma sıklığı düşünme yapısı farklılığına göre değişmemiştir.

Tablo 5: Nümerik girdi temsiline yönelik çözüm içeriklerinin düşünme yapılarına göre dağılımı

Kategori	Çözüm İçerikleri	Düşünme yapısı		
		Analytik	Harmonik	Görsel
1	$\sum_{i=1}^n f(x_i) \cdot \Delta x_i$ yaklaşımı ile hacim hesabı	14.3	27.2	41.6
2	Bölünüş sayısı (n) veya dilim kalınlığının (Δx) yanlış belirlenmesi	28.6	18.2	25
3	Tablo verilerinin kullanılması yolu ile bir denklem oluşturulması	42.8	36.4	16.7
4	$\sum_{i=1}^n \pi r_i^2 \cdot \Delta h$ yaklaşımı ile hacim hesabı	14.3	18.2	16.7

Nümerik girdi temsiline yönelik problemlerdeki çözüm içerikleri düşünme yapısı farklılıkları bağlamında incelendiğinde, analitik ve harmonik katılımcıların daha çok 3 no’lu kategoriye tercih ettikleri görülmektedir. Kategori 3’te yer alan çözüm içerikleri, cebirsel çözüm yaklaşımlarını gerektirdiğinden, bu kategoriye kullanan katılımcılar problem çözümünde cebirsel yaklaşımları tercih eden katılımcılar teması altında yer almıştır. Görsel katılımcıların en sık takip ettikleri çözüm davranışı ise 1 no’lu $\sum_{i=1}^n f(x_i) \cdot \Delta x_i$ yaklaşımı ile hacim hesabı kategorisi olmuştur.

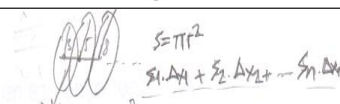
Düşünme yapısı farklılıklarının girdi temsilinin nümerik olduğu bu problem türünü nasıl etkilediğini daha detaylı inceleyebilmek ve sürecin arkasında yatan gerekçeleri belirleyebilmek için, sahip olduğu düşünme yapısını temsil etme yeterliğine sahip üç katılımcının GDPS’ye verdikleri yazılı ve sözlü yanıtlara aşağıda yer verilmiştir (Tablo 6). Bu problem kapsamında bu üç katılımcı ile görüşülme yapılmasının bir diğer nedeni ise ilgili kategorilerdeki çözüm içeriklerinin bu kişiler tarafından belirgin bir şekilde takip edilmesidir. Aşağıdaki tabloda yer alan çözüm örnekleri ve görüşme bulguları incelendiğinde analitik katılımcının hacim formülünü yazarak bu formülde eksik olan $f(x)$ fonksiyonuna ulaşmaya çalıştığı belirlenmiştir. Analitik katılımcı, görüşme bulgularında, dairenin alanı formülü kullanılarak (πr^2) hacim hesabının yapılabileceğini belirtmiş; yalnız

ulaşılan değer kesin bir sonuç ifade etmeyeceğinden, bir integral hacim formülüne ihtiyaç duyulacağını ifade etmiştir. Analitik katılımcı, ayrıca, analiz dersi içeriğinde öğrendikleri çözüm yaklaşımlarına paralel olarak bu çözüm içeriğini takip ettiğini belirtmiştir.

Harmonik katılımcı, integralin birikimli toplamlar tanımını, hacim hesabı problemlerinde kullanmış ve doğru sonuca ulaşmıştır. Katılımcı, çözümde süreci görsellemiş, böylece dilimleyerek hacim bulma yaklaşımı üzerinden çözümü gerçekleştirmiştir (Tablo 5). Görev tabanlı görüşmelerde, harmonik katılımcının, “bir noktanın hacim değeri olabilir mi?” sorusu üzerinde düşündüğü görülmektedir. Bu çalışmaya yansıtılmayan ancak görüşmelerde analitik ve görsel katılımcılar için de geçerli olan bir bulgu, nokta değerleri ile hacim hesabının gerçekleştirilmesinin güç olduğu düşüncesidir. Katılımcıların anlık değişimleri, değişimler toplamı gibi yorumladığı belirlenmiştir. Bu ve yukarıdaki kategorilerde ifade edilen bazı çözüm içerikleri, katılımcıların girdi temsilinin nümerik olduğu problemlerde düşük performans göstermelerinin nedeni sayılabilir.

Görsel katılımcının, nümerik girdi temsili ile verilen integral problemindeki çözüm davranışı incelendiğinde, katılımcının integralin Riemann toplamından yararlanarak bir yaklaşık değere ulaşmaya çalıştığı kolayca görülebilir. Yalnız, görsel katılımcı bu süreci takip ederken, $f(x)$ ifadesini, ilgili dilimin alanını temsil edeceği yerde, ilgili noktadaki değeri temsil edecek şekilde kullanmış, dolayısıyla hacim hesabı yerine alan hesabına ulaşmıştır. Görüşme bulgularında ise görsel katılımcı, $f(x_i)\Delta x$ toplamlarının değişimler toplamına eşit olacağını; problemin verildiği bağlamın çözüm sürecini farklılaştırmayacağını vurgulamıştır. Bu anlamda, görüşme bulguları farklı düşünme yapısına sahip katılımcıların bir problem çözümünde farklı yaklaşımlarını kullanabildiklerini ve bu yaklaşımların kullanılma gerekçesinin de birbirinden farklı olabileceğini göstermiştir.

Tablo 6: GDPS’de girdi temsilinin nümerik olduğu bir problemdeki çözüm örneklerinin düşünme yapıları bağlamında incelenmesi

Problem		Dönel bir cismin yüksekliğine karşı yarıçapındaki değişimi gösteren tablo yanda verilmiştir. Buna göre dönel cismin hacmi için bir üst toplam değeri belirleyiniz?					
Yükseklik	0	2	4	6	8	10	
Yarıçap	3	5	8	6	5	4	
Anolitik Katılımcı	<p>Cözüm örneği</p> $y = f(x) \quad x = 2 \text{ için}$ $8a + 4b + 2c = 2$ $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ $V = \int_0^{20} \pi r^2(x) dx = \pi \int_0^{20} \frac{f^3(x)}{3} dx = \pi \left(\frac{4^3 - 3^3}{3} \right)$		<p>Görüşme içerikleri</p> <p>Problem hangi şekilde verilirse verilsin, bu problemin temel hedefi bir cismin hacminin hesaplanmasıyla ilgilidir. Tablodaki veriler yarıçap ile yükseklik çarpımı şeklinde kullanarak bir değer bulunabilir ancak bu bulunan değer gerçek hacim değeri olmayacaktır. Derste öğrendiklerimizi dikkate aldığımızda, kesin bir sonuca ulaşmak için integrali alınacak fonksiyona, yani tablo verilerini sağlayan bir fonksiyona ulaşmam gereklidir.</p>				
Harmonik Katılımcı	<p>Cözüm örneği</p>  $S = \pi r^2$ $S_1 \cdot \Delta x_1 + S_2 \cdot \Delta x_2 + \dots + S_n \cdot \Delta x_n$ $\sum_{i=1}^n \pi r_i^2 \cdot \Delta x_i$ $\text{Üst Toplam} \approx \pi \cdot 2 \cdot (25 + 64 + 36 + 25 + 16)$ $\approx 772 \pi$		<p>Ulaşmaya çalıştığımız hacim, dönel bir cismin hacmi olduğundan, silindirik hacimler metodu ile her bir dilimin birim hacmine ulaşmak gerekecektir. Aslında, bu hesabı yaparken “noktanın hacmi var mıdır ?” düşüncesi ile çok çalıştım, ancak Riemann’ın sonsuz toplamların limiti tanımının, bu eksikliği giderdiğini düşünüyorum.</p>				
Görsel Katılımcı	<p>Cözüm örneği</p> $\Delta x = 2 - 0 = 4 - 2 = 6 - 4 = \dots = 2$ $\sum_{i=1}^n f(x_i) \cdot \Delta x_i = 2 \cdot 3 + 2 \cdot 5 + 2 \cdot 8 + 2 \cdot 6 + 2 \cdot 5 + 2 \cdot 4 = 62 \text{ cm}^3$		<p>Bir integral değerinin Riemann toplamları yardımı ile sonlu toplamların limiti şeklinde yazılabileceğini biliyorum. Bu problemde yükseklik x, yarıçap ise f(x) değerlerine karşılık gelmektedir. Problem günlük hayat ile ilişkili verilmesi çözüm adımlarını değiştirmez. Bu yüzden Δx değerini belirledikten sonra tablodaki her bir f(x) değerini Δx ile çarparak sonuca ulaşım.</p>				

TARTIŞMA

Çalışma kapsamında elde edilen bulgularda öncelikle katılımcıların sahip oldukları düşünme yapılarına göre sınıflandırıldıkları görülmektedir. Bu bağlamda, tartışılması gereken ilk durum sınıflandırma süreci ile ilgili olmalıdır. Bir öğrencinin bilişsel süreç tercihlerine göre kesin olarak bir sınıfa dâhil edilmesi, teorikte kolay değildir. Çünkü öğrencilerin bir problemin çözümü sürecindeki düşünme farklılıkları olarak adlandırılan bilişsel süreçler, ilgili problemin yer aldığı konuya, problemin yapısına ve öğrencilerin öz değerlendirme kapasitelerine göre değişebilir (Presmeg, 2006). Ek olarak, öğrenciler, bazen

aynı problem durumuna iki farklı zamanda birbirinden farklı çözümler ile yaklaşabilmektedirler. Yalnız bu çalışma katılımcıların bilişsel tercih türleri üzerinde odaklanmamış ve böyle bir genellemeye ulaşma gayretinde olmamıştır. Amaç düşünme yollarındaki farklılıkların problem çözme süreci ile ilişkisini betimlemek olduğundan, çalışma kapsamında kullanılan ölçeğin, katılımcıları genel düşünme yapılarına göre tasnif etme yeterliğine sahip olduğu düşünülmektedir (Presmeg, 1985, Aspinwall, Shaw & Unal, 2005). Ayrıca öğrenciler, bazen sahip oldukları düşünme yapılarından farklı çözüm eğilimleri de gösterebilmektedirler. Örneğin, harmonik tipteki öğrencilerin analitik ve görsel tiplerin özelliklerini aldığı söylenebilir de, bunlardan birinin bazı faktörlere göre ağır basacağı düşünülebilir (Sevimli & Delice, 2012). Dolayısıyla sahip olunan bilişsel sürecin, başka problem türlerindeki yansımaları, öğrencilerin eğitim geçmişleri, tecrübeleri ve becerileri ile ilgili olacaktır.

Çalışmada, katılımcıların MSE puan ortalamasının düşük olduğu görülmektedir. Dolayısıyla katılımcıların büyük çoğunluğu analitik ve harmonik grupta yer almıştır. Bu çalışmanın katılımcıları analiz dersine kayıtlı ilköğretim matematik öğretmenliği öğrencileri olup; bu öğrenciler ile çalışan başka araştırmacılarda, örneklemelerinde daha çok analitik tipteki öğrencilerden oluştuğunu belirtmişlerdir (Galindo-Moralez, 1994). Bu durumda, sunulan problem türleri kadar problemin sunulduğu dersin de öğrencilerin problem çözme yaklaşımlarını etkilediği söylenebilir. Bu çalışmadaki görüşme ve gözlem bulguları düşünüldüğünde, geleneksel sınıf ortamında analiz ders içeriğinin teorik temelli yaklaşımlara göre işlenmesi ve ders kaynaklarının tercihi, bu sonucun arkasındaki neden olarak ele alınabilir. Öğretim sürecinde görsel öğelerin daha az kullanılması, öğrencilerde analitik çözümleri daha cazip hale getiriyor olabilir. Bu durum Görüşme Destekli Problem Seti'ne verilen cevaplarda da karşılaşılan bir bulgudur. Çözüm sürecinde grafik veya nümerik yaklaşımların kullanılmasının gerektiği problemlerde katılımcıların cebir temelli yaklaşımları kullanmakta ısrarcı olduğu belirlenmiştir. Görüşme bulgularında cebir temelli yaklaşımlara daha çok güvendiklerini ve çözüm için diğer yaklaşımların destekleyici olabileceğini belirten katılımcıların bu tercihlerinde önceki öğrenme yaşantılarının etkisinin olduğu düşünülmektedir.

Katılımcıların problemin girdi temsili ve bağlamından bağımsız olarak cebirsel yaklaşımları kullanma eğilimlerinin yüksek olduğu belirlenmiştir. Ayrıca düşünme yapısı farklılıklarının da cebirsel çözüm yaklaşımı baskınlığını değiştirmediği belirlenmiştir. Aslında düşünme yapılarının bilişsel bileşenleri düşünüldüğünde, analitik katılımcıların daha çok cebirsel yaklaşımları, görsel katılımcıların ise grafiksel yaklaşımları tercih etmeleri beklenmiştir (Presmeg, 2006). Ancak çalışma bulgularında genel eğilimin cebirsel yaklaşımlar ile ilgili olduğu ve düşünme yapısına göre çözüm tercihlerinde dikkate değer bir farklılaşmanın olmadığı belirlenmiştir. Bir diğer ifade ile herhangi bir düşünme yapısına sahip öğrencinin, herhangi bir problem çözme yaklaşımını tercih edebileceği ve bu tercihlerin önceki öğrenme yaşantıları ile ilişkili olabileceğine atf yapılmıştır.

Problem bağlamının, çözüm yaklaşımları ve başarılarını etkilediği gözlenmiştir. Katılımcıların yoruma dayalı problemlerde formüle dayalı problemlere kıyasla grafiksel yaklaşımları daha sık kullandıkları belirlenmiştir. Oysa her bir bağlamda yer alan problemlerde; nümerik, grafik ve cebirsel yaklaşımlarla çözülmesi hedeflenen problem içerikleri bulunmaktadır. Katılımcılar uygun çözüm yaklaşımını takip etmediği durumlarda, yanlış sonuçlara ulaşmışlardır. Bu durum çözüm başarısının neden düşük olduğunu açıklayabilir. Özellikle girdi temsilinin cebir olduğu problemlerde cebirsel yaklaşımları daha sık kullanan katılımcılar, grafik girdi temsilinde cismin döndürülmüş şeklini çizerek görsel stratejileri daha sık kullanmaya çalışmışlardır. Bu anlamda katılımcıların çözüm yaklaşımlarının problem temsilinden etkilendiği söylenebilir.

İntegral konusunda yapılmış olan önceki çalışmalarda cebir temsilinin tercih ve kullanım sıklığının daha yüksek olduğu belirlenmiştir (Sevimli, 2009). Bu çalışmada ise hem formüle dayalı hem de yoruma dayalı problemlerde cebirsel yaklaşımların sık kullandığı görülmekle birlikte, önceki çalışmalardan farklı olarak baskın bir tercih eğilimi ile karşılaşılmamıştır. Bu durum, çalışmalarda dikkate alınan matematik dünyasının problem çözüme yaklaşımlarını etkilemesi ile açıklanabilir. Bu çalışmada, integral konusu, hacim hesabı problemleri üzerinden ele alınmış, katılımcıların hacim problemlerinde grafiksel yaklaşımları yüksek yüzdelerle tercih ettikleri belirlenmiştir. Ayrıca, hacim hesabı problemlerinde, bağlam farklılıklarına göre de grafik ve nümerik yaklaşımların tercih sıklığının değiştiği gözlenmiştir. Yoruma dayalı bir bağlam ile sunulan hacim hesabı problemlerinde grafiksel yaklaşımlar, formüle dayalı sunulan problemlere kıyasla, daha çok tercih edilmiştir. Grafiksel yaklaşımların daha sık tercih edilmesi durumu, düşünme yapılarından bağımsız olarak gerçekleşmiştir. Yani; analitik, görsel veya harmonik düşünme yapısındaki katılımcıların yoruma dayalı problemlerde grafiksel yaklaşımları daha çok tercih etmiş olmaları, katılımcıların problem bağlamına göre tercihlerini yapılandırdıkları şeklinde yorumlanabilir. Özetle, öğrencilerin pür matematiğe kıyasla uygulamalı matematikte, formüle dayalı problemlere kıyasla yoruma dayalı problemlerde (Kendal & Stacey, 2003), alternatif çözüm yaklaşımlarını kullanma eğilimlerinde artış olduğu söylenebilir.

Katılımcıların problem çözüme yaklaşımları ve başarıları, problemlerin temsilleri ve bağlamları üzerinden değerlendirilmiştir. Genel sonuçlar her üç grupta yer alan katılımcıların da (analitik, görsel veya harmonik) her iki bağlama göre (formüle dayalı veya yoruma dayalı) tasarlanan problemler için en sık tercih ettikleri çözüm yaklaşımının cebirsel çözüm yaklaşımları olduğunu göstermiştir. Ayrıca her üç gruptaki katılımcılarda yoruma dayalı problemlere kıyasla formüle dayalı problemlerde daha başarılı olmuşlardır. Çözüm yaklaşımları bağlamında analitik ve harmonik katılımcılar, cebirsel yaklaşımları daha sık; görsel katılımcılar ise cebirsel yaklaşımlar ile birlikte görsel yaklaşımları sık ve benzer yüzdeler ile kullanmışlardır. Analitik, harmonik ve görsel düşünme yapısına sahip katılımcıların tercih ettikleri problem çözüme yaklaşımlarının ve bu yaklaşımı tercih etme

sıklıklarının birbirine benzer olduğu belirlenmiştir. İntegral hacim problemlerindeki çözüm yaklaşımlarının belirlenmesine, katılımcıların önceki öğrenme yaşantısının, belirleyici role sahip olduğu; bunun yanında problem çözüme yaklaşımlarını tercih gerekçelerinin sahip olunan düşünme yapısına göre değişebildiği sonucuna ulaşılmıştır. Katılımcıların en başarısız oldukları problem türünün, nümerik girdi temsili ile verilen ve yoruma dayalı problemler olduğu belirlenmiş, öğrenme sürecinde bu tipteki örneklerin yer almayışının bu sonuca neden olduğu ifade edilmiştir. Bu çalışma, problem çözüme sürecini etkileyen sınıf ortamındaki diğer farklılıkların belirlenmesine yönelik yapılacak araştırmalara bir bakış açısı sunulmaktadır.

KAYNAKLAR

- Aspinwall, L. Shaw, K.L. & Unal, H. (2005). How series problems integrating geometric and arithmetic schemes influenced prospective secondary teachers pedagogical understanding. In Chick, H. L. & Vincent, J. L. (Eds.). *Proceedings of the 29th PME*, 2, 89-96.
- Dreyfus, T. (1991). Advanced mathematical thinking processes. In D. Tall (Ed.), *Advanced mathematical thinking* (pp. 25-41). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Galindo-Morales, E. (1994). *Visualization in the calculus class: Relationship between cognitive style, gender, and use of technology*. Unpublished PhD Thesis. The Ohio State University.
- Goldin, G. A. & Kaput, J. J. (1996). A joint perspective on the idea of representation in learning and doing mathematics. In L. P. Steffe, P. Nesher, P. Cobb, G. A. Goldin, and B. Greer (Eds.), *Theories of mathematical learning*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Keller, B. A. & Hirsch, C. R. (1998). Student preferences for representations of functions. *International Journal in Mathematics Education Science Technology*, 29(1), 1-17.
- Kendal, M. & Stacey, K. (2003). Tracing learning of three representations with the differentiation competency framework. *Mathematics Education Research Journal*, 15(1), 22-41.
- Krutetskii, V. (1976). *Psychology of mathematical abilities in schoolchildren*. (J. Kilpatrick and I. Wirszup, (Eds.), J. Teller, Trans.). Chicago: The University of Chicago Press.
- Lean, G. & Clements, M. A. (1981). Spatial ability, visual imagery, and mathematical performance. *Educational Studies in Mathematics*, 12(3), 267-299.
- Lowrie, T. & Kay, R. (2001). Task representation: The relationship between visual and nonvisual solution methods and problem difficulty in elementary school mathematics. *Journal of Educational Research*, 94, 248-253.
- NCTM, (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Patton, M. Q. (1990). *How to use qualitative methods in evaluation*. London: Sage Publications.
- Presmeg, N. (1985). *The role of visually mediated processes in high school mathematics: A classroom investigation*. Unpublished PhD Thesis. University of Cambridge.

- Presmeg, N. (2006). Research on visualization in learning and teaching mathematics. In A. Gutierrez (Eds), *Handbook of research on the psychology of mathematics education: Past, present and future*. Rotterdam: Sense.
- Sevimli, E. (2009). *Matematik öğretmen adaylarının belirli integral konusundaki temsil tercihlerinin uzamsal yetenek ve akademik başarı bağlamında incelenmesi*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Sevimli, E. & Delice, A. (2011). Is what you prefer what you do? Representations in definite integral. In Ubuz, B. (Eds.) *Proceedings of the 35th PME*, 4, 153-160.
- Sevimli, E. & Delice, A. (2012). May mathematical thinking type be a reason to decide what representations to use in definite integral problems? *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics* 32(2), 76-81.
- Taşova, H. İ. (2011). *Matematik öğretmen adaylarının modelleme etkinlikleri ve performansı sürecinde düşünme ve görselleme becerilerinin incelenmesi*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul
- Yin, R. (1994). *Case study research: Design and methods*, 2nd ed. Thousand Oaks, CA: Sage Publication.