

Türkiye’de Lineer Cebir Eğitimi Üzerine Yapılmış Çalışmaların Değerlendirilmesi: Bir Meta-sentez Araştırması

Evaluation of the Studies on Linear Algebra Education in Türkiye: A Meta-synthesis Research

Meltem COŞKUN ŞİMŞEK¹, Necla TURANLI²

Öz

Araştırmanın amacı Türkiye’de lineer cebir eğitimi üzerine yapılmış çalışmaların mevcut durumunu ortaya koymak ve çalışmaları eleştirel bir bakış açısıyla yorumlamaktır. Araştırma meta-sentez yaklaşımı ile tasarlanmıştır. Bu çerçevede dokuz adet çalışma künyesel özellik, çalışmalarda ele alınan lineer cebir kavramları, çalışmaların amaçları, metodolojik özellikleri ve sonuçları bağlamında ele alınmıştır. Türkiye’de 2010-2022 yılları arasında farklı yıllarda, türlerde ve dillerde çalışmaların yayımlandığı belirlenmiştir. Ayrıca ağırlıklı olarak "lineer" kavramı ile ilişkili kavramların çalışmalara konu olduğu belirlenmiştir. Çalışmalarda sıklıkla nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışmasının benimsendiği, çalışmaların öğretmen adayları ile gerçekleştirildiği, verilerin görüşme formu ile toplanarak ağırlıklı olarak içerik veya teorik temelli analize tabi tutulduğu belirlenmiştir. Çalışmalar ağırlıklı olarak lineer cebir kavramlarını çeşitli değişkenler bağlamında değerlendirme ile öğretim yöntemlerini ve öğretim sürecinde kullanılan teknolojik araç/gereçleri değerlendirme amacıyla gerçekleştirilmiştir. Çalışmaların sonucunda ise lineer cebir eğitiminde teknolojik araç/gereç kullanımına yönelik olumlu görüşlerin ve çalışmalarda ele alınan kavramlara ilişkin kavramsal boyutlu sonuçların ön plana çıktığı belirlenmiştir. Tüm bu sonuçlar ışığında lineer cebir eğitimi üzerine çalışmalar gerçekleştirecek araştırmacılara öneriler sunulmuştur.

Anahtar Kelimeler

Lineer cebir eğitimi
Meta-sentez
Literatür
değerlendirmesi

Abstract

The purpose of the research was to present the current state of the studies on linear algebra education in Türkiye and interpret the studies from a critical perspective. The research was designed with a meta-synthesis approach. In this respect, nine studies were discussed in the context of their bibliographic characteristics, linear algebra concepts discussed in the studies, purposes of the studies, methodological characteristics and results. It was determined that the studies were published in Türkiye between 2010 and 2022 in different years, types and languages, and that the concepts related to the concept of "linear" were the subject of the studies. It was also found that case study, a qualitative research method, was often used, and that the studies were conducted with candidate teachers, data were collected by interview forms and subjected to a content or theoretical analysis. The studies were mainly conducted to assess linear algebra concepts in the context of different variables, and to assess the teaching methods and technological tools/instruments used in the teaching process. As a result of the studies, it was determined that positive opinions about the use of technological tools/instruments in linear algebra education and conceptual-dimensional results regarding the concepts discussed in the studies came to the fore. In the light of all these results, suggestions are presented to researchers who will carry out studies on linear algebra education.

Keywords

Linear algebra
education
Meta-synthesis
Literature review

Başvuru Tarihi/Received

01.09.2023

Kabul Tarihi /Accepted

19.12.2023

Derleme Makale / Review Article

Suggested APA Citation/Önerilen APA Atıf Biçimi:

Coşkun Şimşek, M., & Turanlı, N. (2023). Türkiye’de lineer cebir eğitimi üzerine yapılmış çalışmaların değerlendirilmesi: Bir meta-sentez araştırması. *Manisa Celal Bayar University Journal of the Faculty of Education*, 11(2), 280-299, <https://www.doi.org/10.52826/mcbuefd.1353917>.

¹ Sorumlu Yazar, Hacettepe Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü, Ankara, TÜRKİYE; <https://orcid.org/0000-0003-4971-4963>

² Hacettepe Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü, Ankara, TÜRKİYE; <https://orcid.org/0000-0001-8758-9054>

GİRİŞ

Matematiğin soyut bir dalı olarak ele alınan lineer cebir (doğrusal cebir), kapsamında matris cebirini ve vektör uzayları teorisini barındırmaktadır (Aydın, 2007). Matris cebirinin içeriğinde matris, matrislerde işlemler, matrislerin özellikleri, determinant, lineer denklem sistemleri kavramları yer alırken; vektör uzayları teorisi vektör uzayı, alt vektör uzayı, lineer birleşim, lineer bağımlılık, lineer bağımsızlık, taban, boyut gibi kavramları içermektedir (Açıkyıldız ve Kösa, 2021). Lineer cebir üniversitelerde matematik ağırlıklı programların müfredatında yer alan ortak bir ders olup; öğrenciler öğrenimlerinin en az bir döneminde bu ders ile karşılaşmaktadırlar. Farklı programlarda öğrenim gören öğrencilerin bu dersi alması; derse yüklenen anlamın da farklılaşmasına neden olmaktadır. Bu ders ile eğitim fakültesinde öğrenim gören öğrencilerin soyut düşünebilmesine katkı sağlamak istenirken; mühendislik fakültesinde öğrenim gören öğrencilerin fizik bilimi uygulamalarına ve bilgisayar deneyimlerine vurgu yapması beklenmektedir (Aydın, 2009). Ancak genel olarak lineer cebir öğrenciler tarafından “zor” olarak nitelendirilen derslerden biridir (Dorier, 1995). Lineer cebir öğrenilmesinin yanı sıra öğretilmesinin de zor olduğu bir ders olarak düşünülmektedir (Çelik, 2015; Dorier ve Sierpiska, 2001). Bu bağlamda da lineer cebirin hem öğrenciler hem de öğretmenler tarafından neden zor olarak algılandığına yönelik çalışmalar gerçekleştirilmiştir. Bu zorluklar farklı bağlamlara atfedilmiştir: Lineer cebirde yer alan kavramların soyut ve formal yapısı (Açıkyıldız ve Kösa, 2021; Carlson, Johnson, Lay ve Porter, 1993; Dorier, 1995; Dorier, 2002; Harel, 1989; Hillel ve Sierpiska, 1993); formalizm engeli (Çelik 2015; Doğan, 2018; Dorier, Robert, Robinet ve Rogalski, 2000), lineer cebirde kullanılan dil çeşitliliği (Hillel, 2000) gibi. Lineer cebirin öğrenimini ve öğretimini zorlaştıran sebeplerin varlığı bu alanda çalışmaların yapılmasına ve matematik eğitimi içerisinde aktif hâle gelmesine neden olmuştur (Aygör ve Özdağ, 2012).

Lineer Cebir Müfredatı Çalışma Grubu adı altında bir grup araştırmacı “Lineer cebir dersinin temel müfredatı ne olabilir?” sorusuna yanıt bulabilmek için 1990 yılında bir araya gelerek lineer cebir dersi için temel bir müfredat önermişlerdir (Carlson, Johnson, Lay ve Porter, 1993). Bu çalışmanın sonunda lineer cebir tarihini epistemolojik olarak ele almanın yanı sıra, lineer cebir öğrenimini ve öğretimini deneysel olarak da ele almışlardır. Böylelikle lineer cebir eğitime öncülük eden birçok çalışma ortaya çıkmıştır: Harel (2000) lineer cebir öğreniminde ve öğretiminde somutlaştırma, gereklilik ve genellenebilirlik olmak üzere üç temel ilke belirlemiştir. Sierpiska (2000) lineer cebirdeki düşünme biçimlerinin çeşitliliğinden bahsederek; bu düşünme biçimlerini analitik-yapısal, analitik-aritmetik ve sentetik-geometrik olmak üzere üç biçimde sınıflandırmıştır. Hillel (2000) ise lineer cebirde kullanılan temsilleri, dil ile ilişkilendirerek geometrik, cebirsel ve soyut olmak üzere üç çeşit temsil dilinin varlığından bahsetmiştir. Lineer cebir öğrenimi ve öğretiminin kuramsal çerçevesinin oluşturulmasına yönelik çalışmaların yanı sıra kavramsal boyutta çalışmalar da gerçekleştirilmektedir: Bogomolny (2006) vektörler ve vektör uzayları, lineer bağımlılık ve bağımsızlık, lineer dönüşümler ve taban kavramları öğrenilirken öğrencilerin karşılaştıkları bazı zorlukları ve bunların kaynağının belirlemeye çalışmıştır. Bäckelie (2019) rank kavramını ele almış ve öğrencilerin rank kavramından ne anladıklarını belirlemeye çalışmıştır. Wawro, Sweeney ve Rabin (2011) ile Fleischmann ve Biehler (2018) alt vektör uzayı; Altieri ve Schirmer (2019) ile Wawro, Watson ve Zandieh (2019) özdeğer ve özvektör; Stewart ve Thomas (2010) taban, germe, lineer bağımsızlık kavramlarını ele almışlardır.

Türkiye’de lineer cebir müfredatı 1990’lı yılların sonuna kadar ortaöğretim seviyesinde kapsamlı sayılabilecek bir düzeyde verilmiştir (Aydın, 2007). Lineer cebire ilişkin konu ve kavram bazlı azalmalar beraberinde bu alanda yapılan çalışmaların sayıca azalmasına; bu durum ise lineer cebire verilen önemin olumsuz etkilenmesine neden olmuştur. Günümüz itibarıyla lineer cebir sadece üniversite seviyesinde bazı programlarda yer alan bir derstir. Bu derse yönelik nasıl çalışmaların gerçekleştirildiği ise merak konusu olmuştur. Bu bağlamda, bu araştırmanın amacı Türkiye’de lineer cebir eğitimi üzerine yapılmış çalışmaların mevcut durumunu ortaya koymak ve çalışmaları eleştirel bir bakış açısıyla yorumlamaktır. Bu çerçevede mevcut çalışmaların künyesel özellikleri, çalışmalarda ele alınan lineer cebir kavramları, çalışmaların amaçları, metodolojik özellikleri ve sonuçları bağlamında eğilimlerini

belirlemek amacıyla aşağıda yer alan sorular araştırmanın problemlerini oluşturmuş ve bu problemlere yanıt aranmıştır:

1. Türkiye’de lineer cebir eğitimi üzerine yapılmış çalışmaların künyesel özelliklerine (yayımlanma yılı, türü, dili) göre dağılımı nasıldır?
2. Türkiye’de lineer cebir eğitimi üzerine yapılmış çalışmalarda ele alınan lineer cebir kavramlarının dağılımı nasıldır?
3. Türkiye’de lineer cebir eğitimi üzerine yapılmış çalışmaların amaçlarına göre dağılımı nasıldır?
4. Türkiye’de lineer cebir eğitimi üzerine yapılmış çalışmaların metodolojik özelliklerine (yöntem, desen, örneklem, veri toplama araçları, veri analizi tekniği) göre dağılımı nasıldır?
5. Türkiye’de lineer cebir eğitimi üzerine yapılmış çalışmaların sonuçlarına göre dağılımı nasıldır?

Türkiye’de lineer cebir eğitimi ile ilgili yapılmış çalışmaların hangi boyutlar ile ele alındığını bilmek, çalışmaların eğilimlerinin ne olduğunun belirlenmesini sağlayacaktır. Bu ise alanyazının bütüncül olarak değerlendirilebilmesini sağlayacak ve bu bağlamda da elde edilen sonuçların sonraki çalışmalar için de yol gösterici olacağı düşünülmektedir.

YÖNTEM

Bu araştırma içerik analizi yönteminin meta-sentez yaklaşımı (Dinçer, 2018) ile tasarlanmıştır. Meta-sentez ile belirli bir alanda yapılmış nitel çalışmalar; yine nitel bağlamda bulgular, yorumlar ve sonuçlar eleştirel bir bakış açısıyla değerlendirilerek; çalışmaların benzerlikleri ve farklılıkları ortaya konulmaktadır (Çalık ve Sözbilir, 2014; Gümüş, 2018). Meta-sentezin nitel araştırmaları nicel verilere dönüştürmek gibi bir amacı olmamakla birlikte (Weed, 2005); araştırmaya dâhil edilen çalışmaların yıl, yöntem gibi belirli bir alana ait frekansların veya nicel verilerin yer alması onun meta-sentez olmadığı anlamına gelmemektedir (Dinçer, 2018). Bu durum daha çok araştırmayı betimlemeye yöneliktir.

Verilerin Toplanma Süreci

Öncelikle araştırmacılar bir araya gelerek taramaların gerçekleştirileceği veri tabanlarını (YÖK Ulusal Tez Merkezi, ULAKBİM TR Dizin, Web of Science, ERIC, SpringerLink) ve taramalarda kullanılacak anahtar kelimeleri (“lineer cebir”, “doğrusal cebir”, “linear algebra”) belirlemişlerdir. Veri tabanlarının izin verdiği ölçütte tarih, yer, yıl gibi kıstaslar eklenerek taramalar gerçekleştirilmiştir.

Tablo 1. Veri Tabanlarında Taramanın Yapılma Biçimi

Veri Tabanı	Taramanın Yapılma Biçimi	Ulaşılan Çalışma Sayısı
YÖK Ulusal Tez Merkezi	“lineer cebir” @tez adı veya “doğrusal cebir” @tez adı veya “linear algebra” @tez adı 2010<=Yıl<=2022 Grubu: Sosyal	9
ULAKBİM TR Dizin	title: ("linear cebir" OR "linear algebra" OR "doğrusal cebir") Veri tabanı: Sosyal Yayın Türü: Araştırma Makalesi	4
	keyword: ("lineer cebir" OR "linear algebra" OR "doğrusal cebir") Veri tabanı: Sosyal	2
Web of Science	“linear algebra” (title) and 2010-2022 (Year Published) Document Types: Article Countries: Turkey or Turkiye	7
ERIC	title: “linear algebra” pubyearmin:2010 pubyearmax:2022 location: Turkey	2

Veri Tabanı	Taramanın Yapılma Biçimi	Ulaşılan Çalışma Sayısı
SpringerLink	Title: "linear algebra" Start year: 2010 and End year: 2022 Content type: Article Discipline: Education	21

Tablo 1’de görüleceği üzere toplam 45 adet çalışmaya ulaşılmıştır. Bu çalışmaların araştırma kapsamına dâhil edilip edilmeyeceğini belirlemek için dâhil edilme ve dâhil edilmeme ölçütleri belirlenmiştir. Çalışmaların araştırmaya dâhil edilmesi için gerekli ölçütler şu şekildedir:

- Çalışmanın lineer cebir eğitimi ile ilgili olması
- Çalışmanın 2010-2022 yılları arasında yayımlanmış olması
- Çalışmanın Türkçe veya İngilizce dilinde yazılmış olması
- Çalışmanın tam metnine ulaşılabilir olması
- Çalışmanın tez veya makale olması; tezden üretilmiş makalenin olması halinde yalnızca tez çalışmasının alınması
- Çalışmanın örnekleminin/çalışma grubunun Türkiye’de yer alması; belirtilmediği durumlarda yazarın Türk olması durumunda örnekleminin/çalışma grubunun Türkiye’de yer aldığı varsayılması
- Çalışmanın nitel veya karma bir çalışma olması

Araştırmaya dâhil edilmeyen çalışmalar için ise aşağıdaki ölçütlere bağlı kalınmıştır:

- Dâhil edilme ölçütlerine uygun olmayan çalışmalar
- Derleme veya doküman incelemesi niteliğinde olan çalışmalar
- Ölçek geliştirme çalışmaları

Bu ölçütler bağlamında 45 adet çalışma değerlendirilmeye tabi tutulmuştur.

Tablo 2. Araştırmaya Dâhil Edilmeyen Çalışmaların Sayısı ve Nedenleri

Veri Tabanı	Dâhil Edilmeyen Çalışma Sayısı	Dâhil Edilmeme Nedeni
YÖK Ulusal Tez Merkezi	4	Çalışma nicel yöntemler ile gerçekleştirilmiş
ULAKBİM TR Dizin	3	Çalışma 2010-2022 yılları arasında gerçekleştirilmemiş
	2	Çalışma nicel yöntemler ile gerçekleştirilmiş
	1	Çalışmanın bir doküman incelemesi olması
Web of Science	5	Çalışma lineer cebir eğitimi konu edinmiyor
ERIC	1	Çalışma bir doküman incelemesi
SpringerLink	20	Çalışmanın örnekleminin Türkiye’de yer almaması

Tablo 1 ve Tablo 2’deki çalışma sayıları bağlamında, ulaşılan 45 çalışmadan 36’sı araştırma kapsamına girmemesi nedeniyle hariç tutulmuştur. Bu bağlamda araştırma dâhil edilme ölçütlerini sağlayan dokuz çalışma ile yürütülmüştür. Çalışmalar Ç1, Ç2, ... Ç9 şeklinde kodlanmış ve Tablo 3’te sunulmuştur.

Tablo 3. Araştırmaya Dâhil Edilen Çalışmalar

Çalışmanın Kodu	Çalışmanın Adı	Çalışmanın Yazarı
Ç1	Lineer cebir dersinde çoklu temsil temelli ve probleme dayalı öğretimin öğretmen adaylarının düşünme yapılarına, anlama boyutlarına, akademik başarılarına ve özyeterlik algılarına etkisi	Atiye Ayyıldız Altınbaş
Ç2	Üç boyutlu hologram destekli öğrenmede lineer cebir kavramlarının oluşturulma sürecinin incelenmesi	Dilek Hazar

Çalışmanın Kodu	Çalışmanın Adı	Çalışmanın Yazarı
Ç3	Matematik öğretmen adaylarının lineer cebir kavramlarını anlayışlarının düşünme yapıları ve uzamsal yetenekleri bağlamında incelenmesi	Deniz Kardeş Birinci
Ç4	Lineer cebir uygulamalarının bilgisayar destekli görselleştirilmesinin, öğretmen adaylarının farkındalıklarına, görselleştirmelerine etkisi ve memnuniyeti	Gizem Çevik
Ç5	Teknoloji destekli çoklu temsil temelli öğretimin öğrencilerin lineer cebir öğrenimine ve matematiğe yönelik tutumlarına etkisi	Dilek İzgiol
Ç6	Using example generation to explore students' understanding of the concepts of linear dependence/independence in linear algebra	Sinan Aydın
Ç7	Teaching linear algebra supported by Geogebra visualization environment	Cahit Aytekin, Yasemin Kıymaz
Ç8	Mental constructions in linear algebra	Asuman Oktaç
Ç9	Teaching the diagonalization concept in linear algebra with technology: A case study at Galatasaray University	Ayşegül Yıldız Ulus

Meta-sentez çalışmalarında ele alınan konunun derinlemesine anlaşılmasını sağlayabilmek için (Au, 2007) ele alınan çalışmaların sayısının sınırlı olmasına (Çalık ve Sözbilir, 2014) ek olarak; Polat ve Ay (2016) 8-12 adet çalışmanın ele alınmasının gerektiğini belirtmişlerdir. Bu bağlamda araştırma kapsamına dokuz adet çalışmanın dâhil edilmesi yeterli bulunmuştur.

Verilerin Analizi

Araştırma kapsamına dâhil edilecek çalışmaların belirlenmesinin ardından bu çalışmaların analiz edilebilmesine yönelik bir "çalışma değerlendirme formu" oluşturulmuştur. Bu form beş bölümü içermektedir: (A) Çalışmanın künyesi, (B) Çalışmada ele alınan lineer cebir kavramları, (C) Çalışmanın amacı, (D) Çalışmanın metodolojisi ve (E) Çalışmanın sonucu.

Tablo 4. Çalışma Değerlendirme Formu

(A) Çalışmanın künyesi:			
Çalışmanın adı:			
Yazar(-lar):			
Çalışmanın yayımlanma yılı:			
Çalışmanın türü:	(...) Yüksek lisans tezi	(...) Doktora tezi	(...) Araştırma makalesi
Çalışmanın dili:	(...) Türkçe	(...) İngilizce	
(B) Çalışmada ele alınan lineer cebir kavramları:			
(C) Çalışmanın amacı:			
(D) Çalışmanın metodolojisi:			
Yöntem:			
Desen:			
Örneklem:			
Veri toplama aracı:			
Veri analizi tekniği:			
(E) Çalışmanın sonucu:			

Araştırma kapsamına dâhil edilen dokuz adet çalışma aşağıda yer alan süreç bağlamında çalışma değerlendirme formuna göre değerlendirmeye tabi tutulmuştur:

İlk olarak dokuz adet çalışmanın içerisinde nicel araştırma süreçlerini de içeren çalışmaların olması; çalışmaların, çalışma değerlendirme formunun (A)-(D) arasında yer alan bölümlerde nitel ve nicel araştırma ayrımı yapılmaksızın bir bütün olarak ele alınmasını; (E) bölümü meta-sentez yaklaşımının doğası gereği sadece nitel sonuçlarının ele alınmasını gerektirmiştir.

Öncelikle çalışmalar birden fazla kez okunmuş ve böylelikle çalışmalara aşinalık kazanılmıştır. Bir Excel çalışma kitabı oluşturulmuş ve çalışma değerlendirme formunun içerisinde yer alan sorular Excel çalışma kitabının her bir sütununa, çalışmaların kodları ise Excel çalışma kitabının her bir satırına yerleştirilmiştir. Çalışmalar ayrı ayrı ele alınarak Excel çalışma kitabı doldurulmuştur. Bu süreç bir ay ara süre ile iki defa tekrarlanmıştır. Excel çalışma kitabının nihai halinin oluşturulması ile verilerin analiz süreci başlatılmıştır. Analiz sürecinde çalışma değerlendirme formunun her bir bölümü kendi içerisinde değerlendirilmiş ve birbirine benzeyen veriler belirli kodlar ve temalar çerçevesinde bir araya getirilerek yorumlanmıştır (Yıldırım ve Şimşek, 2016).

Çalışma değerlendirme formunda yer alan çalışmanın künyesi, çalışmada ele alınan lineer cebir kavramları ve çalışmanın metodolojisi bölümlerinin alt bölümleri (yayımlanma yılı, tür, dil, lineer cebir kavramları, yöntem, desen, örneklem, veri toplama aracı, veri analizi tekniği) tema olarak belirlenirken bu sorulara verilen yanıtlar kod olarak belirlenmiştir. Bu bağlamda Excel çalışma kitabında yer alan veriler doğrultusunda araştırmacılardan biri veri analizi sürecini iki farklı zaman diliminde gerçekleştirmiştir. Analiz sonuçlarının birebir uyuşması nedeniyle bu bölümlerin veri analizi süreci sonlandırılmıştır.

Çalışma değerlendirme formunda yer alan çalışmanın amacı ve çalışmanın sonucu bölümleri ise diğer bölümlerin analizinden farklı olarak önce kodlar oluşturulup ardından temalar oluşturulmuştur. Buradaki kodlama sürecini de araştırmacılardan biri iki farklı zaman diliminde gerçekleştirmiştir. İki farklı zaman diliminde yapılan kodlamalardaki benzerlikler ve farklılıklar karşılaştırılarak kodlayıcılar arası güvenilirlik %89,5 olarak hesaplanmış ve çözümlenmeler güvenilir (Miles ve Huberman, 1994) kabul edilmiştir. Oluşturulan tüm kod-temalar için eğitim alanında uzman iki öğretim üyesinin görüşü alınmıştır. Bu süreçte, uzmanlardan kodların ilgili temaya uygun olup olmadığı ve temaların kodları kapsayıp kapsamadığı bakımından değerlendirmeleri istenmiştir. Bu bağlamda künyesel özellik, lineer cebir kavramları, amaç ve metodolojik özellik bağlamında ele alınan kod ve temalar uygun bulunmuştur. Sonuç bağlamında ise "kavram ve kavrama ilişkin örnek arasındaki ilişki" temasının "kavrama ilişkin örneğin önemi" teması şeklinde değiştirilmesi önerisi uygun bulunulmuştur. Bu işlemlerin ardından her bir kod/temaya ilişkin çalışma kodları ve frekans/yüzde dağılımı yapılarak tablo halinde sunulmuştur.

Geçerlik ve Güvenirlik Çalışmaları

Meta-sentez araştırmalarında geçerlik ve güvenilirlik kapsamında dikkate alınması gereken hususlar (Patton, 2014) mevcut olup; bu bağlamda yapılanlar aşağıda sunulmuştur:

- Araştırmanın amacı ve araştırma problemleri açık ve net bir şekilde ifade edilmiştir.
- Verilerin toplanma süreci detaylı bir şekilde anlatılmıştır: Veri tabanlarında taramanın nasıl yapıldığı ve tarama sonuçları sunulmuş; dâhil edilme ve dâhil edilmeme ölçütleri bağlamında çalışmaların değerlendirilme süreci, araştırmaya dâhil edilmeyen çalışmaların dâhil edilmeme nedeni açıklanmıştır.
- Araştırmaya dâhil edilen çalışmalar sunulmuştur.
- Verilerin analiz edilme süreci detaylı olarak anlatılmıştır: Çalışmalar farklı zaman dilimlerinde birden fazla kez okunmuş, çalışmalara aşına olunduktan sonra veri analizi sürecine başlanılmış, kodlama ve tema oluşturma süreci detaylandırılmış, güvenilirlik yüzdesi (%89,5) sunulmuş ve bu süreçte uzman görüşü alınmıştır.

BULGULAR

Türkiye’de lineer cebir eğitimi üzerine yapılmış çalışmaların mevcut durumunu ortaya koymayı ve çalışmalarını eleştirel bir bakış açısıyla yorumlamayı amaçlayan bu araştırmada verilerin analiz edilmesiyle elde edilen bulgular araştırma problemleri bazında sunulmuştur.

Çalışmaların Künyesel Özelliklerine Göre Dağılımı

Türkiye’de lineer cebir eğitimi üzerine yapılmış çalışmaların; çalışmanın yayımlanma yılı, türü ve dili bağlamında analiz edilmesiyle elde edilen bulgular Tablo 5’te sunulmuştur.

Tablo 5. Çalışmaların Künyesel Özelliklerine Göre Dağılımı

Tema	Kod	Çalışmanın Kodu	f
Yayımlanma Yılı	2013	Ç9	1
	2014	Ç5, Ç6	2
	2015	Ç4	1
	2016	Ç3	1
	2019	Ç7, Ç8	2
	2021	Ç1, Ç2	2
Tür	Yüksek lisans tezi	Ç4, Ç5	2
	Doktora tezi	Ç1, Ç2, Ç3	3
	Araştırma makalesi	Ç6, Ç7, Ç8, Ç9	4
Dil	Türkçe	Ç1, Ç2, Ç3, Ç4, Ç5	5
	İngilizce	Ç6, Ç7, Ç8, Ç9	4

Tablo 5’e göre Türkiye’de 2013-2016 (f=5) yılları arasında, 2019 (f=2) ve 2021 (f=2) yıllarında lineer cebir eğitimi konu edinen çalışmalar; yüksek lisans tezi (f=2), doktora tezi (f=3) ve araştırma makalesi (f=4) olarak Türkçe (f=5) ve İngilizce (f=4) dillerinde yazılarak yayımlanmıştır.

Çalışmalarda Ele Alınan Lineer Cebir Kavramlarının Dağılımı

Türkiye’de lineer cebir eğitimi üzerine yapılmış çalışmalar; çalışmada ele alınan lineer cebir kavramları bağlamında analiz edilmesi üzerine elde edilen bulgular Tablo 6’da sunulmuştur.

Tablo 6. Çalışmaların Lineer Cebir Kavramlarına Göre Dağılımı

Tema	Kod	Çalışmanın Kodu	f
Lineer Cebir Kavramları	Lineer denklem sistemi	Ç1	1
	Vektör uzayı	Ç1, Ç2, Ç3	3
	Alt vektör uzayı	Ç3	1
	İç çarpım uzayı	Ç2	1
	Germe	Ç1, Ç7	2
	Baz (Taban)	Ç1, Ç3	2
	Boyut	Ç1, Ç3	2
	Lineer bağımlılık	Ç1, Ç6, Ç7	3
	Lineer bağımsızlık	Ç1, Ç3, Ç6, Ç7	4
	Lineer birleşim	Ç1, Ç3, Ç7	3
	Lineer dönüşüm	Ç1, Ç2, Ç8	3
	Özdeğer-Özvektör	Ç2	1
	Köşegenleştirme	Ç9	1
	Ortogonal-Ortonormal vektörler	Ç5	1

Tablo 6'ya göre Türkiye'de lineer cebir eğitimi üzerine yapılmış çalışmalarda 16 adet farklı lineer cebir kavramı ele alınmıştır. "Lineer" kavramı çalışmalara ağırlıklı olarak konu olmuş ve bu bağlamda lineer denklem sistemi, lineer bağımlılık, lineer bağımsızlık, lineer birleşim ve lineer dönüşüm kavramları çalışmalarda ele alınmıştır. Ç1, Ç2, Ç3, Ç6 ve Ç7 kodlu çalışmalar birden fazla kavramı ele alırken; Ç5, Ç8 ve Ç9 kodlu çalışmalar sadece bir kavramı konu edinmişlerdir. Ç4 kodlu çalışmada ise lineer cebir dersine ilişkin ilgi, farkındalık, memnuniyet ve uzamsal görselleştirme; "vektörel işlemler ve kesişimler, üç boyutta vektör, matris, birim kare matrisi, matris dönüşümleri, koordinat düzleminde yansıma, simetri ve fonksiyona ait denklem çözümleri, iz dönüşüm" gibi lineer cebirin farklı kavramlarını içeren materyaller aracılığıyla ele alınmıştır. Çalışmanın odak noktası farklı değişkenlerin incelenmesi olması sebebiyle Tablo 6'da bu çalışmada yer alan kavramlar verilmemiştir.

Çalışmaların Amaçlarına Göre Dağılımı

Türkiye'de lineer cebir eğitimi üzerine yapılmış çalışmaların amaçları bağlamında analiz edilmesiyle beş tema oluşturulmuştur: "Kavram öğretim/oluşturma sürecinin incelenmesi", "lineer cebir kavramlarının çeşitli değişkenler bağlamında değerlendirilmesi", "öğretim yöntemlerinin değerlendirilmesi", "öğretim sürecinde kullanılan teknolojik araç/gerecin değerlendirilmesi" ve "ihtiyaç analizi".

Tablo 7. Çalışmaların Amaçlarına Göre Dağılımı

Tema	Kod	Çalışmanın Kodu	f	f _t	%
Kavram Öğretim/Oluşturma Sürecinin İncelenmesi	Kavram öğretim/oluşturma süreci	Ç2, Ç9	2		
	Örnek üretimi ile kavramsal anlamayı değerlendirme	Ç6	1		
	Kavrama ilişkin tanımı, R ² ve R ³ uzayındaki görsel karşılığı ile ilişkilendirebilme	Ç7	1	5	14
	Kavrama ilişkin örnekler üzerinden zihinsel yapıları belirleme	Ç8	1		
Lineer Cebir Kavramlarının Çeşitli Değişkenler Bağlamında Değerlendirilmesi	Düşünme yapısı	Ç1	1		
	Özyeterlik	Ç1	1		
	Kavramlar arası ilişkilendirme	Ç1	1		
	Matematiksel anlama	Ç1, Ç3	2		
	Lineer cebir performansı/Akademik başarı	Ç1, Ç3, Ç5	3	13	37
	Matematiksel düşünme	Ç3	1		
	Uzamsal yetenek	Ç3	1		
	Uzamsal görselleştirme	Ç4	1		
	İlgi, farkındalık, memnuniyet	Ç4	1		
Tutum	Ç5	1			
Öğretim Yöntemlerinin Değerlendirilmesi	Çoklu temsil temelli öğretim	Ç1, Ç5	2		
	Probleme dayalı öğretim	Ç1	1		
	Teknoloji destekli öğretim	Ç2, Ç5, Ç7, Ç9	4	10	29
	Geleneksel öğretim	Ç1, Ç5	2		
	Örnek üretme	Ç6	1		
Öğretim Sürecinde Kullanılan Teknolojik Araç/Gerecin Değerlendirilmesi	Hologram teknolojisi kullanımı	Ç2	1		
	Mathematica destekli materyal kullanımı	Ç4, Ç5	2	6	17
	Geogebra destekli etkinlik kullanımı	Ç5, Ç7	2		
	Gelişmiş hesap makinesi kullanımı	Ç9	1		
İhtiyaç Analizi	Lineer cebir kavramlarına ilişkin güçlükleri belirleme	Ç2	1	1	3

Tablo 7'ye göre lineer cebir eğitimi üzerine yapılmış çalışmalarda ağırlıklı olarak "lineer cebir kavramlarının çeşitli değişkenler bağlamında değerlendirilmesi" (f=13, %37) ve "öğretim yöntemlerinin değerlendirilmesi" (f=10, %29) amacını konu edinen çalışmalar oluşturmaktadır.

Ç1: "Bu çalışmada, lineer cebir dersinde uygulanacak çoklu temsil temelli ve probleme dayalı öğretimin öğretmen adaylarının düşünme yapılarına, anlama boyutlarına, akademik başarılarına, özyeterlik algılarına etkisinin ne düzeyde olduğunu ve farklı yöntem ve yaklaşımlara öğrenim gören farklı düzeyde performansla sahip öğretmen adaylarının lineer cebirdeki bazı kavramları nasıl ilişkilendirdiklerini belirlemek amaçlanmıştır."

Ç4: "Bu çalışmanın amacı bilgisayar destekli lineer cebir materyallerinin öğretmen adaylarının derse karşı ilgi ve farkındalıklarına, uzamsal görselleştirmelerine ve memnuniyetlerine etkisini ortaya çıkarmaktır."

Lineer cebir eğitimi üzerine yapılan çalışmalarda "teknoloji destekli öğretim" (f=4) yönteminin kullanılması çalışmaların amacına yansımış ve "öğretim sürecinde kullanılan teknolojik araç/gerecin değerlendirilmesi" (f=6, %17) temasının ortaya çıkmasını sağlamıştır.

Ç9: "Bu çalışmanın amacı lineer cebirin temel konularından biri olan köşegenleştirme kavramının öğretiminde gelişmiş hesap makinelerinin katkısını incelemektir."

"Kavram öğretim/oluşturma sürecinin incelenmesi" (f=5, %14) temasında kavramsal boyutun ön plana çıktığı çalışmalar mevcuttur.

Ç6: "Bu çalışma, lineer bağımlılık ve lineer bağımsızlık kavramlarına odaklanarak; bu kavramlara ilişkin öğrenci tarafından üretilen örneklerin sunulması ve bu örnekler yardımıyla öğrencilerin lineer bağımlılık/bağımsızlık kavramlarını anlamaları analiz edilmiştir."

Ç8: "Bu çalışmanın amacı lineer dönüşüm kavramı ile ilgili örnekler üzerinden lineer cebir öğreniminde yer alan zihinsel yapıları tartışmaktır."

Çalışmaların Metodolojik Özelliklerine Göre Dağılımı

Türkiye'de lineer cebir eğitimi üzerine yapılmış çalışmalar metodolojik olarak; yöntem, desen, örneklem, veri toplama araçları, veri analizi test tekniği bağlamında analiz edilmesi üzerine elde edilen bulgular Tablo 8'de sunulmuştur.

Tablo 8. Çalışmaların Metodolojik Özelliklere Göre Dağılımı

Tema	Kod	Çalışmanın Kodu	f
Yöntem	Nitel	Ç2, Ç3, Ç4, Ç9	4
	Karma	Ç1	1
	Nitel ve nicel	Ç5	1
	Belirtilmemiş	Ç6, Ç7, Ç8	3
Desen	Durum çalışması	Ç2, Ç3, Ç4, Ç9	4
	Deneyisel çalışma	Ç5, Ç8	2
	Öğretim deneyi	Ç2, Ç7	2
	Sıralı açıklayıcı desen	Ç1	1
	Eşzamanlı desen	Ç1	1
	Belirtilmemiş	Ç6	1
Örneklem	Öğretmen adayı	Ç1, Ç2, Ç3, Ç4, Ç5, Ç7	6
	Temel bilimler öğrencileri	Ç6, Ç9	2
	Lisansüstü öğrencisi	Ç8	1
Veri Toplama Aracı	Ölçek	Ç1, Ç5	2
	Test	Ç1, Ç3, Ç5	3
	Görüşme formu	Ç1, Ç2, Ç3, Ç4, Ç5, Ç6, Ç7, Ç8, Ç9	9

Tema	Kod	Çalışmanın Kodu	f
Veri Analizi Tekniği	Gözlem formu	Ç2, Ç9	2
	Anket	Ç9	1
	Öğrenci yazıları	Ç1, Ç2, Ç6, Ç8, Ç9	5
	Kamera kaydı	Ç2, Ç5	2
	Betimsel analiz	Ç2, Ç4	2
	Sürekli karşılaştırmalı analiz	Ç1	1
	İçerik analizi	Ç2, Ç3, Ç9	3
	Teorik temelli analiz	Ç2, Ç6, Ç8	3
	Rubrik ile analiz	Ç2	1
	Kelime analiz programı	Ç3	1
	Betimsel istatistikler	Ç1, Ç3	2
	Kestirimsel istatistikler	Ç1, Ç5	2
	Diğer	Ç5, Ç7	2

Tablo 8'e göre Türkiye'de lineer cebir eğitimi üzerine yapılan çalışmalarda ağırlıklı olarak nitel araştırma yöntemleri (f=4) benimsenmiş ve çalışmalar ağırlıklı olarak durum çalışması (f=4) ile tasarlanmıştır. Ayrıca Ç6, Ç7, Ç8 kodlu çalışmalarda (f=3) araştırma yöntemi; Ç6 kodlu çalışmada (f=1) araştırma deseni belirtilmemiştir.

Çalışmaların örneklemini öğretmen adayları, temel bilimler ve lisansüstü öğrencileri oluşturmuştur. Ç1, Ç2, Ç4, Ç5, Ç7 kodlu çalışmalar (f=5) ilköğretim matematik öğretmeni adayları ile Ç3 kodlu çalışma (f=1) ortaöğretim matematik öğretmeni adayları ile gerçekleştirilmiştir. Ç9 kodlu çalışma (f=1) matematik bölümünde öğrenimine devam eden öğrenciler ile Ç6 kodlu çalışma (f=1) ise matematik, fizik ve mühendislik bölümünde öğrenimine devam eden öğrenciler ile gerçekleştirilmiştir. Ç8 kodlu çalışma ise matematik eğitiminde yüksek lisans eğitimine devam eden bir öğrenci ile gerçekleştirilmiştir.

Çalışmaların verileri sıklıkla görüşme formu (f=9) ve öğrenci yazıları (f=5) ile toplanmıştır. Görüşmeler ağırlıklı olarak yarı yapılandırılmış görüşme (Ç1, Ç3, Ç4, Ç5) türünde gerçekleştirilmiştir. Öğrenci yazıları örneklem grubu tarafından yazılı olarak doldurulan verileri ifade etmekle birlikte; Ç1, Ç2 ve Ç6 kodlu çalışmada problem çözümü, Ç8 kodlu çalışmada görüşmede yapılan çizimler, Ç9 kodlu çalışmada ödev ve sınav yanıtları ele alınmıştır. Ayrıca çalışmalarda test (f=3), ölçek (f=2), gözlem formu (f=2), anket (f=1) ve kamera kaydı (f=2) ile de veriler toplanmıştır.

Çalışmalarda elde edilen verilerin analizinde sıklıkla içerik analizi (f=3) ve teorik temelli analiz (f=3) kullanılmıştır. Teorik temelli analizi benimseyen Ç2, Ç6 ve Ç8 kodlu çalışmalar, APOS Teorisi bağlamında veri analizi sürecini gerçekleştirmişlerdir. Diğer (f=2) kodunda yer alan Ç5 kodlu çalışmada tablolar, Ç7 kodlu çalışmada ise temalar araştırmacılar tarafından oluşturularak; tablo ve tema bağlamında veri analizi süreci gerçekleştirilmiştir.

Çalışmaların Sonuçlarına Göre Dağılımı

Türkiye'de lineer cebir eğitimi üzerine yapılmış çalışmaların nitel sonuçları bağlamında analiz edilmesiyle dokuz adet tema oluşturulmuştur: "Kavram öğretim/oluşturma sürecinin sonuçları", "kavramlar arası ilişkilendirme", "kavram tanımı ve kavram imajı arasındaki ilişki", "kavrama ilişkin örneğin önemi", "ihtiyaç analizi sonuçları", "çeşitli değişkenlere yönelik sonuçlar", "Sierpinski'nin düşünme biçimi kuramsal çerçevesine öneri", "teknolojik araç/gereç geliştirme" ve "öğretim sürecinde teknolojik araç/gereç kullanımı".

Tablo 9. Çalışmaların Sonuçlarına Göre Dağılımı

Tema	Kod	Çalışmanın Kodu	f	f _i	%
Kavram Öğretim/Oluşturma Sürecinin Sonuçları	İç çarpım uzayı, lineer dönüşüm, özdeğer-özvektör kavramlarının geometrik anlamını açıklayabilme	Ç2	1		
	Lineer bağımlılık ve lineer bağımsızlık kavramlarını anlamada zorluk yaşama	Ç6	1		
	Lineer bağımlılık ve lineer bağımsızlık kavramlarına ilişkin uygun zihinsel yapıya sahip olmama	Ç6	1		
	Lineer bağımlılık, lineer bağımsızlık, lineer birleşim ve germe kavramlarının tanımlarını, R^2 ve R^3 uzayındaki görsel karşılıkları ile ilişkilendirebilme	Ç7	1	6	16
	Lineer dönüşüm kavramına ilişkin uygun zihinsel yapıya sahip olmama	Ç8	1		
	Lineer dönüşüm kavramı ve bu kavramla ilgili kavramlar (tanım kümesi, lineer dönüşümün görüntüsü, boyut, lineer denklem sistemi) arasındaki geçişlerdeki güçlükler yaşama	Ç8	1		
Kavramlar Arası İlişkilendirme	Lineer cebir kavramlarını ilişkilendirmede farklı ilişkilendirme biçimlerinin kullanılması	Ç1	1		
	Kavramlar arası ilişkilendirmedeki hataların, teoremlere ilişkin yanlışlardan kaynaklanması	Ç1	1		
	Kavramlar arası ilişkilendirme ile lineer cebir performansı arasındaki ilişki olması	Ç1	1	5	13
	Kavramsal anlayışa sahip olanların kavramlar arası ilişkilendirmede başarılı olması	Ç2	1		
	Kavramlar arası ilişkilendirme becerisinde artma	Ç7	1		
Kavram Tanımı ve Kavram İmajı Arasındaki İlişki	Lineer cebir kavram imajlarının, kavramın formal tanımı etrafında toplanması	Ç3	1		
	İlişkili kavramlarının tanım ve tariflerinde ortak kelimelerin kullanılması	Ç3	1	2	5
Kavrama İlişkin Örneğin Önemi	Kavrama ilişkin örneklerin doğrulanmasının önemli olması	Ç6	1	1	3
İhtiyaç Analizi Sonuçları	Vektör uzayına ilişkin hataların ikili işlem, küme ve cisim şemalarındaki hatalardan kaynaklanması	Ç2	1		
	İç çarpım uzayına ilişkin hataların fonksiyon şemasındaki eksikliklerden kaynaklanması	Ç2	1		
	Lineer dönüşümün tersinin bulunmasında eksikliklerin bulunması ve kavramın geometrik anlayışına dikkat edilmemesi	Ç2	1	4	10
	Özdeğer-özvektörlerde, lineer dönüşümdeki görüntüsü kendisinin katı olan vektörler olduğunu ifade edilememesi ve geometrik anlamının cebirsel temsillerle ilişkilendirilerek açıklanamaması	Ç2	1		
Çeşitli Değişkenlere Yönelik Sonuçlar	Farklı matematiksel düşünmenin ve uzamsal yeteneğin lineer cebir performansını etkilemesi	Ç3	1		
	Farklı matematiksel düşünmenin, uzamsal yeteneğin ve lineer cebir performansın matematiksel anlamayı etkilemesi	Ç3	1	3	8
	Lineer cebir performansının ve matematiksel anlamının kavramdan kavrama farklılık göstermesi	Ç3	1		
Sierpinski'nin Düşünme Biçimi	Yeni bir düşünme biçiminin eklenmesi: "tanımlara dayalı akıl yürütme"	Ç7	1	1	3

Tema	Kod	Çalışmanın Kodu	f	f _i	%
Kuramsal Çerçevesine Öneri					
Teknolojik Araç/Gereç Geliştirme	Holodeu yazılımı ve hologram sistemi	Ç2	1	1	3
Öğretim Sürecinde Teknolojik Araç/Gereç Kullanımı	Öğrenmenin kalıcı olması	Ç2	1		
	Dersi zevkli, ilgi çekici yapması ve farkındalığı arttırması	Ç2, Ç4	2		
	Kavramları görselleştirerek somutlaştırması	Ç2 Ç4, Ç5, Ç7	4		
	Teknolojik araç/gereçlerden kaynaklı sorunların olması	Ç2, Ç5	2		
	Düşünme becerisini ve anlamayı geliştirmesi	Ç2	1		
	İlgi ve farkındalığı arttırması	Ç4	1	15	39
	Uzamsal görselleştirmeye etkisi açısından olumlu görüşlerin bulunması	Ç4	1		
	Memnuniyete ortalama düzeyde etkisinin olması	Ç4	1		
	Alan dili yeterliliğinde artış sağlaması	Ç7	1		
	Kavramının anlaşılmasını kolaylaştırılması	Ç9	1		

Tablo 9'a göre lineer cebir eğitimi üzerine yapılmış çalışmaların sonuçları ağırlıklı olarak "öğretim sürecinde teknolojik araç/gereç kullanımı" (f=15, %39) temasında yoğunlaşmıştır.

Ç7: "Geogebra etkinlikleri ile desteklenen lineer cebir öğretimin öğretmen adaylarının lineer cebir kavramlarına ilişkin alan dili yeterliklerini arttırmıştır... Ele alınan lineer cebir kavramları Geogebra programı ile kavramlarının görselleştirilmesi sayesinde somutlaştırılmıştır."

Ç2: "Öğrenciler 3B Hologram destekli öğretim ile şekilleri 3B olarak daha kolay canlandırdıklarını, 3B düşünme becerilerinin ve anlamalarının geliştiğini, öğrenmelerinin kalıcı olduğunu, dersin daha zevkli hâle geldiğini ve ilgilerini arttırdığını düşünmektedir."

Lineer cebir kavramlarını, kavramsal boyutuyla ele alan çalışmaların sonuçları "kavram öğretim/oluşturma sürecinin sonuçları" (f=6, %16) ve "kavramlar arası ilişkilendirme" (f=5, %13) temaları etrafında toplanmıştır.

Ç6: "Araştırmada lineer bağımlılık/bağımsızlık kavramlarının öğrencilerin anlamada zorlandıkları kavramlar oldukları doğrulanmış ve bu muhtemelen öğrencilerin nesne ve şema düzeylerinde uygun zihinsel yapıya sahip olmamalarının sonucudur."

Ç1: "Öğretmen adaylarının kavramlar arası ilişkilendirmede en çok formal/işlemsel, en az uzaysal ilişkilendirme biçimlerinden yararlandığı tespit edilmiştir. Öğretmen adaylarının lineer cebir kavramları arası ilişkilendirmedeki yanlışlarının, daha çok çalışmaya konu olan kavramlarla ilgili teoremlere ilişkin yanlışlarından kaynaklandığı sonucuna varılmıştır."

Ç7: "Araştırmanın sonucunda lineer cebir kavramlarının esnek bir şekilde kullanıldığı ve görselleştirme ile tanımlar arasında ilişki kurulabildiği gözlemlenmiştir."

"İhtiyaç analizi sonuçları" (f=4, %10) teması Ç2 kodlu çalışmanın lineer cebir kavramlarına ilişkin güçlükleri belirlemesi ile ortaya çıkmıştır. Bu güçlükleri giderebilmek için "teknolojik araç/gereç geliştirme" (f=1, %3) temasında yer alan "HoloDEU Yazılımı ve Hologram Sistemi" geliştirilmiştir. "Sierpinska'nın düşünme biçimi kuramsal çerçevesine öneri" (f=1, %3) teması Ç7 kodlu çalışmanın Sierpinska'nın (2000) analitik-yapısal, analitik-aritmetik ve sentetik-geometrik düşünme biçimini içeren kuramsal çerçevesine dördüncü bir düşünme biçiminin eklenebileceğini ifade etmesiyle oluşturulmuştur.

Ç7: "Bu çalışma Sierpinska (2000) tarafından ifade edilen düşünme biçimlerine dördüncü bir biçimin daha eklenebileceğini göstermektedir. Bu dördüncü biçimi 'tanımlara dayalı akıl yürütme' olarak adlandırılabilir."

TARTIŞMA, SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu araştırmanın amacı Türkiye’de lineer cebir eğitimi üzerine yapılmış çalışmaların mevcut durumunu ortaya koymak ve çalışmalarını eleştirel bir bakış açısıyla yorumlayabilmektir. Bu çerçevede araştırma meta-sentez yaklaşımı ile tasarlanmış ve mevcut çalışmaların künyesel özellikleri, çalışmalarda ele alınan lineer cebir kavramları, amaçları, metodolojik özellikleri ve sonuçları bağlamında eğilimlerinin belirlenmesi hedeflenmiştir. Öncelikle YÖK Ulusal Tez Merkezi, ULAKBİM TR Dizin, Web of Science, ERIC, SpringerLink veri tabanlarında; “lineer cebir”, “doğrusal cebir”, “linear algebra” anahtar kelimeleri taratılarak 45 adet çalışmaya ulaşılmıştır. 45 adet çalışmanın dâhil edilme ve dâhil edilmeme ölçütlerine tabi tutulmasının sonucunda dokuz adet çalışma araştırma kapsamında yer almıştır. Lineer cebir eğitimi üzerine yapılan çalışmaların matematiğin diğer alanlarıyla kıyaslandığında çok daha sınırlı sayıda olduğu görülmektedir (Açıkyıldız ve Kösa, 2021). Bu durum ortaöğretim matematik müfredatında yer alan lineer cebir kavramlarının sınırlandırılmasıyla ilişkilendirilebilir. İnam, Coşkun, Yebrem ve Turanlı (2020) 2013 matematik dersi öğretim programından, 2018 matematik dersi öğretim programına geçişte vektörler alt öğrenme alanının tamamen çıkarıldığını belirtmişlerdir. Lineer cebirin temel kavramlarından biri olan vektör kavramının dahi güncel ortaöğretim matematik müfredatında yer almaması bu alanda yapılan çalışmaların neden sınırlı sayıda olduğunu açıklar niteliktedir.

Araştırmanın kapsamında yer alan çalışmaların künyesel özellikleri çalışmanın yayımlanma yılı, türü ve dili bağlamında değerlendirilmiştir. Türkiye’de 2010-2022 yılları arasında lineer cebir eğitimi üzerine yapılmış çalışmalar farklı yıllarda (2013-2016, 2019, 2021), farklı türlerde (yüksek lisans ve doktora tezi, araştırma makalesi) ve farklı dillerde (Türkçe ve İngilizce) yayımlanmıştır. Buna ek olarak çalışmalar; yayımlanma yılı, tür ve dil temalarının belirli bir kodunda yığılma olmaksızın dengeli bir dağılım göstermiştir. İngilizce yayımlanan çalışmalar araştırma makalesi; Türkçe yayımlanan çalışmalar ise lisansüstü tez çalışmaları kapsamında gerçekleştirilmiştir. Her ne kadar farklı yıllarda, farklı türlerde ve farklı dillerde yayımlanmış çalışmalar mevcut olsa da lineer cebire ilişkin yapılmış çalışmalarda öğrencilerin lineer cebiri öğrenmesine ilişkin güçlük yaşaması (Tatar ve Dikici, 2008), bu durumun ise lineer cebir kavramlarının soyut ve formal yapısının bir sonucu olmasına rağmen; öğrencilerin soyut düşüncelerini sağlama ve/veya kavramları onlar için somut bir hâle getirilmesine ilişkin çalışmaların nicelik olarak azlığı dikkat çekmektedir.

Türkiye’de lineer cebir eğitimi üzerine yapılmış çalışmalarda ele alınan lineer cebir kavramları (vektör-alt vektör uzayı, iç çarpım uzayı, germe, baz, boyut, lineer denklem sistemi, lineer bağımlılık, lineer bağımsızlık, lineer birleşim, lineer dönüşüm, özdeğer-özvektör, köşegenleştirme, ortogonal-ortonormal vektörler) çeşitlilik göstermekle birlikte; çalışmalarda ağırlıklı olarak birden fazla kavram ele alınmıştır. Birden fazla kavramı konu edinen çalışmalarda kavramsal geçişin yapılabilmesi sağlayan, birbirleriyle ilişki kavramlar çalışmalara dâhil edilmiştir. Ayrıca ele alınan kavramlar ağırlıklı olarak vektör uzayı teorisine ilişkin vektör uzayı, lineer birleşim, lineer bağımlılık, lineer bağımsızlık (Açıkyıldız ve Kösa, 2021) gibi kavramları içermektedir. Bu kavramların zor ve soyut (Dorier, 1995; Harel, 1989; Hillel ve Sierpinska, 1993) olarak nitelendirilmesinden dolayı yoğunlukla bu kavramlar üzerine çalışmaların yapılması beklenen bir sonuçtur. Ayrıca çalışmalarda ele alınan lineer cebir kavramları ortaöğretim matematik dersi müfredatında kavramsal olarak yer almamasına karşın; denklem sistemi, dönüşüm gibi kavramlar yer almaktadır. Denklem sistemlerinden lineer denklem sistemlerine, dönüşümden lineer dönüşüme geçişin yapıldığı çalışmaların yapılması kavramlar arası geçişin anlamlandırılması açısından önemlidir. Yeni öğrenilen kavram ile önceki bilgiler arasında bağlantı kurmak (Aydın, 2007) öğrenme sürecini olumlu yönde etkileyecektir.

Türkiye’de lineer cebir eğitimi üzerine yapılmış çalışmaların amaçları bağlamında analiz edilmesiyle beş tema oluşturulmuştur: “Kavram öğretim/oluşturma sürecinin incelenmesi”, “lineer cebir kavramlarının çeşitli değişkenler bağlamında değerlendirilmesi”, “öğretim yöntemlerinin değerlendirilmesi”, “öğretim sürecinde kullanılan teknolojik araç/gerecin değerlendirilmesi” ve “ihtiyaç analizi”. Çalışmalar ağırlıklı olarak “lineer cebir kavramlarının çeşitli değişkenler bağlamında değerlendirilmesi” amacıyla gerçekleştirilmiştir. Matematik eğitiminin diğer alanlarında olduğu gibi, lineer cebir eğitiminde de matematiksel anlama, performans, özyeterlik, uzamsal yetenek ve

görselleştirme, tutum gibi çeşitli değişkenler açısından değerlendirmeler mevcuttur. Çalışmalarda sıklıkla “öğretim yöntemlerinin değerlendirilmesi” temasında yer alan “teknoloji destekli öğretim” tercih edilmiş; Geogebra, Mathematica gibi matematik yazılımları kullanılmıştır. Teknoloji destekli materyal ve etkinlikler ile lineer cebir kavramlarının, kavram öğretim/oluşturma sürecini gerçekleştirilmesinin yanı sıra; teknolojinin başarı, ilgi, tutum gibi değişkenlere etkisini belirlemeye yönelik çalışmalar da mevcuttur. “Kavram öğretim/oluşturma sürecinin incelenmesi” temasında yer alan çalışmalar, ilgili lineer cebir kavramlarını kavramsal boyutta ele alarak; bir kavramın oluşum/öğretim sürecini değerlendiren veya kavram öğretimi ile ilişkili zihinsel yapıları ele alan çalışmalardır. Bir kavramın nasıl anlamlandırıldığının belirlenmesi, derinlemesine bir süreç gerektirmesi ve sonuçlarının kavram öğretiminde yol gösterici olması sebebiyle bu amaçla yapılan çalışmaların olması önemlidir.

Türkiye’de lineer cebir eğitimi üzerine yapılmış çalışmaların metodolojik özellikleri yöntem, desen, örneklem, veri toplama araçları ve veri analizi tekniği bağlamında analiz edilmiştir. Çalışmalar ağırlıklı olarak nitel araştırma yöntemleri ile gerçekleştirilmiştir. Ayrıca araştırma yöntemine açık ve net bir şekilde yer vermeyen çalışmaların da kullanmış oldukları veri toplama araçları ve veri analizi teknikleri bağlamında nitel araştırma yöntemlerini benimsemiş oldukları söylenebilir. Çalışmalarda durum çalışması ve deneysel çalışmaların benimsenmesi; mevcut durumu ortaya koymak ve/veya mevcut durumu değiştirmek, geliştirebilmek adına çalışmaların olduğunu göstermektedir. Çalışmaların örneklemine, eğitim ve fen bilimleri alanında lisans ve lisansüstü öğrenimine devam eden öğrenciler oluşturmuştur. Öğrenciler ağırlıklı olarak matematik ağırlık programlarda (matematik, ilköğretim matematik öğretmenliği, ortaöğretim matematik öğretmenliği lisans programları ve matematik eğitimi yüksek lisans programı) öğreniminde devam etmektedir. Ayrıca yine matematik ağırlıklı programlardan fizik bölümü ve mühendislik bölümü öğrencileri ile de gerçekleştirilen çalışmalar mevcuttur. Çalışmalarda birden fazla veri toplama aracı kullanılmış olup; görüşme formu tüm çalışmalarda kullanılmıştır. Veri analizi teknikleri de veri toplama araçları bağlamında şekillenmiş; çeşitli veri analizi teknikleri kullanılmıştır. Çalışmalarda içerik analizi ve teorik temelli analiz sıklıkla tercih edilmiş; teorik temelli analiz kapsamında APOS Teorisi benimsenmiş ve bu teorinin bileşenleri dâhilinde analizler gerçekleştirilmiştir.

Türkiye’de lineer cebir eğitimi üzerine yapılmış çalışmaların nitel sonuçları bağlamında analiz edilmesiyle dokuz tema oluşturulmuştur: “Kavram öğretim/oluşturma sürecinin sonuçları”, “kavramlar arası ilişkilendirme”, “kavram tanımı ve kavram imajı arasındaki ilişki”, “kavrama ilişkin örneğin önemi”, “ihtiyaç analizi sonuçları”, “çeşitli değişkenlere yönelik sonuçlar”, “Sierpinski’nin düşünme biçimi kuramsal çerçevesine öneri”, “teknolojik araç/gereç geliştirme” ve “öğretim sürecinde teknolojik araç/gereç kullanımı”. Çalışmaların sonuçları amaçları ile paralellik göstermiş; lineer cebir eğitimi için ders kapsamına teknolojinin entegre edilmesiyle “öğretim sürecinde teknolojik araç/gereç kullanımı” teması ön plana çıkmıştır. Lineer cebir kavramlarının öğretimi sürecinde teknoloji destekli materyallerin kullanılması hem ilgili kavramların öğretilmesi sürecine hem de lineer cebir dersine ilişkin görüşlere olumlu bir yansıması olmuştur. Teknolojik araç/gereçler ile kavramlar görselleştirilmiş ve öğrenci için kavramlar somut bir hal kazanmıştır. Kavramların teknoloji kullanılarak öğretilmesi başarıda artışın yanı sıra derse yönelik ilgi ve tutumlarda da artışı sağlayacaktır (Çetin, Erdoğan ve Yazlık, 2015; Kaya ve Öçal, 2018; Tercan 2012; Yorgancı ve Terzioğlu, 2013). Lineer cebir eğitiminde teknolojinin kullanılması öğrenci başarısını arttıracığı, öğrencilerin kavramsal anlamalarını kolaylaştıracağı belirtilmektedir (Herrero, 2000). Aydın (2009) lineer cebir eğitiminde kullanılacak teknolojik materyalleri matematiksel yazılımlar ve öğretim amaçlı web sayfaları olarak sınıflandırmıştır. Bir çalışmanın sonunda bu sınıflandırma içerisinde yer alacak lineer cebir kavramları özelinde hologram sistemi geliştirilmiştir. Hologram sisteminin lineer cebir eğitiminde kullanılması, kavramların görselleştirebilme ve üç boyutlu düşünebilmeyi sağlaması gibi olumlu katkıları olmuştur.

Kavram bazında gerçekleştirilen çalışmalarda; ilgili kavramların öğretimi/oluşturulmasına yönelik süreçlerin sonunda öğrenci zihninde istenilen durumların oluşturulabilmesinin yanı sıra; ilgili kavramlara yönelik zorlukların ve güçlüklerin giderilemediği çalışmalar da mevcuttur. Anlamli öğrenmenin, kavramların zihinde bulunan diğer kavramlar ile belirli bir düzen ve hiyerarşi içerisinde bağlanması ile oluştuğu (Ausubel, 1968; akt. Yılmaz ve Çolak, 2011) göz önüne alınırsa lineer cebir kavramları arasında ilişki kurabilme/ilişkilendirme yapabilme becerisinde bir

artış olması kavramsal anlamının gerçekleştiğinin bir göstergesi olabilir. Kavram ve örnek arasındaki ilişki sadece iki çalışmada, farklı yönleriyle ele alınmıştır. Öğrenci örnekleri üzerinden lineer cebir kavramlarının nasıl anlaşıldığını incelenen çalışmada örnek üretimi bir yöntem olarak ele alınmış ve öğrenciler tarafından üretilen örneklerin doğru veya yanlış olmasının doğrulanmasının önemli olduğu belirtilmiştir. Bir diğer çalışmada ise kavrama ilişkin örnekler üzerinden zihinsel yapılar belirlenmeye çalışılarak, örnekler çalışmada bir araç olarak ele alınmıştır. Örneklerin; öğrenci ve öğretmen arasında bir iletişim aracı olması (Peled ve Zaslavsky, 1997), öğrencinin ilgili kavramlara ilişkin verdiği örneklerin veya örneklere ilişkin yapılan açıklamaların değerlendirmesi iletişimin sağlanması bakımından önemlidir.

“Sierpinski’nin düşünme biçimi kuramsal çerçevesine öneri” temasında Sierpinski’nin (2000) analitik-yapısal, analitik-aritmetik ve sentetik-geometrik olmak üzere üç tür düşünme biçimini içeren kuramsal çerçevesine “tanımlara dayalı akıl yürütme” şeklinde dördüncü bir düşünme biçiminin eklenmesi önerilmiş ve bu durum kuramsal çerçevenin yeniden düzenlenebilmesi için üzerine çalışmaların yapılmasının gerekliliğini doğurmuştur.

Tüm bu sonuçlar ışığında lineer cebir eğitimi üzerine çalışmalar gerçekleştirecek araştırmacılara şu önerilerde bulunabilir:

- Araştırmada 2010-2022 yılları arasında YÖK Ulusal Tez Merkezi, ULAKBİM TR Dizin, Web of Science, ERIC, SpringerLink veri tabanlarında yayımlanan yüksek lisans tezi, doktora tezi ve araştırma makalesi türündeki çalışmalar incelenmiştir. Yıl ve veri tabanı kıstasları genişletilerek çalışma yeniden değerlendirilebilir.
- Lineer cebir kavramları özyeterlik, matematiksel düşünme gibi çeşitli değişkenler bağlamında ele alınmış olunmasının yanı sıra geometrik düşünme, problem çözme becerisi, üstbilgi gibi değişkenlere çalışmalarda yer verilmemiştir. Bu değişkenlerin de yer aldığı çalışmalar gerçekleştirilebilir.
- Lineer cebir ile ilgili yüksek lisans ve doktora tezi çalışmalarının az sayıda olması nedeniyle lisansüstü öğrencileri için lineer cebir öğretimi bir çalışma alanı olarak sunulabilir.
- Kavram öğretimi/oluşturma sürecine yönelik çalışmaların sayıca az olması, bu alana ilişkin çalışma yapılmasının gerekliliğini ortaya koymaktadır. Dolayısıyla lineer cebir kavramlarının her biri ayrı bir anahtar kelime olarak ele alınıp; ilgili kavramın öğretimine veya inşasına yönelik kavram bazında çalışmalar gerçekleştirilebilir.

KAYNAKÇA

- Açıkyıldız, G., & Kösa, T. (2021). Creating design principles of a learning environment for teaching vector spaces. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 12(1), 244-289. <https://doi.org/10.16949/turkbilm.860627>
- Altieri, M., & Schirmer, E. (2019). Learning the concept of eigenvalues and eigenvectors: A comparative analysis of achieved concept construction in linear algebra using APOS theory among students from different educational backgrounds. *ZDM*, 51, 1125-1140. <https://doi.org/10.1007/s11858-019-01074-4>
- Au, W. (2007). High-stakes testing and curricular control: A qualitative metasynthesis. *Educational Researcher*, 36(5), 258-267. <https://doi.org/10.3102/0013189X07306523>
- Aydın, S. (2007). Bazı özel öğretim yöntemlerinin lineer cebir öğrenimine etkisi. *Elektronik Sosyal Bilimler Dergisi*, 6(19), 214-223.
- Aydın, S. (2009). On linear algebra education. *Inonu University Journal of The Faculty of Education*, 10(1), 93-105.
- Aygör, N., & Özdağ, H. (2012). Misconceptions in linear algebra: The case of undergraduate students. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 46, 2989-2994. <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2012.05.602>
- Bækkelie, A. K. (2019). *Can computing help undergraduate students learn linear algebra?* (Unpublished master's thesis). University of Oslo, Oslo.
- Bogomolny, M. (2006). *The role of example-generation tasks in students' understanding of linear algebra.* (Unpublished doctoral thesis). Simon Fraser University, Canada.
- Carlson, D., Johnson, C. R., Lay, D. C., & Porter, A. D. (1993). The linear algebra curriculum study group recommendations for the first course in linear algebra. *The College Mathematics Journal*, 24(1), 41-46. <https://doi.org/10.1080/07468342.1993.12345738>
- Çalık, M. ve Sözbilir, M. (2014). İçerik analizinin parametreleri. *Eğitim ve Bilim*, 39(174), 33-38. <https://doi.org/10.15390/EB.2014.3412>
- Çelik, D. (2015). Investigating students' modes of thinking in linear algebra: The case of linear independence. *International Journal for Mathematics Teaching and Learning*, 16(1), 2141-2159.
- Çetin, İ., Erdoğan, A. ve Yazlık, D. Ö. (2015). Geogebra ile öğretimin sekizinci sınıf öğrencilerinin dönüşüm geometrisi konusundaki başarılarına etkisi. *Uluslararası Türk Eğitim Bilimleri Dergisi*, 4, 84-92.
- Diñçer, S. (2018). Content analysis in for educational science research: Meta-analysis, meta-synthesis, and descriptive content analysis. *Bartın University Journal of Faculty of Education*, 7(1), 176-190.
- Doğan, H. (2018). Mental schemes of: Linear algebra visual constructs. In S. Stewart, C. Andrews-Larson, A. Berman & M. Zandieh (Ed.), *Challenges and Strategies in Teaching Linear Algebra* (pp. 219-239). Hamburg: Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-319-66811-6_10
- Dorier, J. L. (1995). A general outline of the genesis of vector space theory. *Historia Mathematica*, 22, 227-261. <https://doi.org/10.1006/hmat.1995.1024>
- Dorier, J. L. (2002). Teaching linear algebra at university. *Proceedings of ICM*, 3, 875-884.
- Dorier, J. L., Robert, A., Robinet, J., & Rogalski, M. (2000). The obstacle of formalism in linear algebra. In J. L. Dorier (Ed.), *On the teaching of linear algebra* (pp. 85-124). Dordrecht: Kluwer Academic.
- Dorier, J. L., & Sierpinska, A. (2001). Research into the teaching and learning of linear algebra. In D. Holton (Ed.), *The teaching and learning of mathematics of university level: An ICMI study* (pp. 255-273). Kluwer Academic Publishers
- Fleischmann, Y., & Biehler, R. (2018). *Students' problems in the identification of subspaces in linear algebra.* International Network for Didactic Research in University Mathematics (INDRUM). Kristiansand, Norway. <https://hal.science/hal-01849942/>

- Gümüş, S. (2018). Nitel araştırmaların sistematik derlemesi: Meta-sentez. K. Beycioğlu, N. Özer ve Y. Kondakçı (Ed.), *Eğitim yönetiminde araştırma*, içinde (s. 533-552). Ankara: Pegem Akademi.
- Harel, G. (1989). Learning and teaching linear algebra: Difficulties and an alternative approach to visualizing concepts and processes. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 11, 139-148.
- Harel, G. (2000). Three principles of learning and teaching mathematics: Particular reference to linear algebra-Old and new observations. In J. L. Dorier (Ed.), *On the teaching of linear algebra* (pp. 177-189). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Herrero, M. P. (2000). Strategies and computer projects for teaching linear algebra. *International Journal of Mathematics Education and Science Technology*, 31(2), 181-186. <https://doi.org/10.1080/002073900287237>
- Hillel, J. (2000). Modes of description and the problem of representation in linear algebra. In J. L. Dorier (Ed.), *On the teaching of linear algebra* (pp. 191-207). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Hillel, J., & Sierpinska, A. (1993). On one persistent mistake in linear algebra. In *Proceedings of the 18th international conference for the psychology of mathematics education* (Vol. 3, pp. 65-72). Lisbon, Portugal.
- İnam, B., Coşkun, M., Yebrem, S. ve Turanlı, N. (2020, Eylül). 2013 ve 2018 matematik dersi (9 ve 10. sınıf) öğretim programlarının karşılaştırılması [Öz]. Uluslararası Pegem Eğitim Konferansında sunulan bildiri, Pegem Akademi. Erişim adresi: https://2020.ipcedu.org/dosyalar/files/ipcedu_ozetleriv2.pdf.pdf
- Kaya, A. ve Öçal, M. F. (2018). Geogebra'nın öğrencilerin matematikteki akademik başarılarına etkisi üzerine bir meta-analiz. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 12(2), 31-59. <https://doi.org/10.17522/balikesirnef.505918>
- Miles, M. B., & Huberman, A. M. (1994). *Qualitative data analysis: An expanded sourcebook*. Thousand Oaks, CA: Sage.
- Patton, M. Q. (2014). *Nitel araştırma ve değerlendirme yöntemleri* (M. Bütün, & S. Beşir Demir, Çev. Ed.). Ankara: Pegem Akademi.
- Peled, I., & Zaslavsky, O. (1997). Counter-examples that (only) prove and counter-examples that (also) explain. *FOCUS on Learning Problems in Mathematics*, 19(3), 49-61.
- Polat, S. ve Ay, O. (2016). Meta-sentez: Kavramsal bir çözümleme. *Eğitimde Nitel Araştırmalar Dergisi*, 4(2), 52-64.
- Sierpinska, A. (2000). On some aspects of students thinking in linear algebra. In J. L. Dorier (Ed.), *On the teaching of linear algebra* (pp. 209-246). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Stewart, S., & Thomas, M. O. J. (2010). Student learning of basis, span and linear independence in linear algebra. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 41(2), 173-188. <https://doi.org/10.1080/00207390903399620>
- Tatar, E. ve Dikici, R. (2008). Matematik eğitiminde öğrenme güçlükleri. *Mustafa Kemal Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 5(9), 183-193.
- Tercan, İ. (2012). *Akıllı tahta kullanımının öğrencilerin fen ve teknoloji dersi başarı, tutum ve motivasyonuna etkisi*. (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Necmettin Erbakan Üniversitesi, Konya.
- Wawro, M., Sweeney, G. F., & Rabin, J. M. (2011). Subspace in linear algebra: Investigating students' concept images and interactions with the formal definition. *Educational Studies in Mathematics*, 78, 1-19. <https://doi.org/10.1007/s10649-011-9307-4>
- Wawro, M., Watson, K., & Zandieh, M. (2019). Student understanding of linear combinations of eigenvectors. *ZDM*, 51(7), 1111-1123. <https://doi.org/10.1007/s11858-018-01022-8>
- Weed, M. (2005). "Meta interpretation": A method for the interpretive synthesis of qualitative research. *Forum: Qualitative Social Research*, 6(1), 1-21. <http://dx.doi.org/10.17169/fqs-6.1.508>
- Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2016). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*. Ankara: Seçkin Yayıncılık.

-
- Yılmaz, K. ve Çolak, R. (2011). Kavramlara genel bir bakış: Kavramların ve kavram haritalarının pedagojik açıdan incelenmesi. *Journal of Graduate School of Social Sciences*, 15(1).
- Yorgancı, S. ve Terzioğlu, Ö. (2013). Matematik öğretiminde akıllı tahta kullanımının başarıya ve matematiğe karşı tutuma etkisi. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 21(3), 919-930.

Extended Abstract

Introduction

The linear algebra curriculum in Türkiye was taught at a fairly comprehensive level in secondary education until the end of the 1990s (Aydın, 2007). However, the change in the secondary school curricula had a negative effect on the importance attached to linear algebra. Currently, linear algebra is taught only at the university level. Also, what kind of studies are conducted on this course has become a hot topic. In this context, the purpose of the research was to reveal the current state of the studies on linear algebra education in Türkiye and to interpret these studies from a critical perspective. The study was intended to determine the bibliographic characteristics of the current studies, linear algebra concepts discussed in such studies, purposes of those studies, methodological characteristics, and results.

Method

This study was designed with a meta-synthesis approach (Dinçer, 2018) of the content analysis method. In the data collection process, the researchers came together to determine the databases for which the literature reviews would be done (Council of Higher Education [CoHE] National Thesis Center, ULAKBİM TR Index, Web of Science, ERIC, SpringerLink) and the keywords to be used ("lineer cebir", "doğrusal cebir", "linear algebra"). Such criteria as date, location, and year as allowed by the databases were added for reviews, and 45 studies were found. Inclusion and non-inclusion criteria were defined to determine whether such studies should be included in the scope of our study, and nine studies were included in the scope of the research. The studies were analyzed in the context of a "study assessment form" created by the researchers.

Findings, Result and Discussion

The studies on linear algebra education written and published in Türkiye were master's theses ($f=2$), doctoral theses ($f=3$), and research papers ($f=4$) in Turkish ($f=5$) and English ($f=4$), which were published between 2013 and 2016 ($f=5$), and in 2019 ($f=2$) and 2021 ($f=2$). The studies showed a balanced distribution without any concentration in a specific code of publication date, type or language. The studies in English were a part of research papers, and the studies in Turkish were a part of graduate theses.

16 different concepts of linear algebra were addressed in the studies on linear algebra education in Türkiye. While various linear algebra concepts were discussed in those, multiple concepts were discussed in most of the studies. The concepts that were addressed mainly include vector space, linear combination, linear dependency, linear independence (Açıkyıldız and Kösa, 2021) that are related to the theory of vector space. Since these concepts are considered difficult and abstract (Dorier, 1995; Harel, 1989; Hillel and Sierpinska, 1993), it is only natural that they are studied intensively.

The studies on linear algebra were mainly on the "assessment of the concepts of linear algebra in the context of different variables". As is the case in the other fields of mathematics education, linear algebra education includes assessments in terms of different variables such as comprehension, performance, self-qualification, spatial ability and visualization, and attitude. "Technology-assisted teaching" under the theme of the "assessment of the teaching methods" was frequently preferred, mathematical software such as Geogebra and Mathematica were used in the studies. In addition to carrying out the conceptual teaching/creation process of the linear algebra concepts through technology-assisted materials and activities, there are studies on measuring the effect of technology on such variables as success, interest, and attitude. The studies in the theme of "examination of the process of teaching/creating concepts" addressed the relevant linear algebra concepts in a conceptual dimension, assessed the formation/teaching processes of concepts, or addressed the mental structures associated with teaching concepts. Such studies are important for helping determine how a concept is conceived, requiring an in-depth process, and yielding guiding results for teaching concepts.

Qualitative research methods ($f=4$) were used in the studies on linear algebra education in Türkiye, and the studies were largely designed with case studies ($f=4$) and experimental studies ($f=2$). This shows that there are efforts

to demonstrate and/or change and improve the current state. The sample group of the studies were made up of teacher candidates and the students of basic sciences and graduate programs. The study data were often collected by interview forms (f=9) and students' texts (f=5). Content analysis (f=3) and theoretical analysis (f=3) were frequently used in analyzing the data collected in the studies. As part of the theoretical analysis, the APOS Theory was adopted, and the components of this theory were analyzed.

The results of the studies were in parallel with their purposes, and the theme of "using technological tools/instruments in the teaching process" stood out as technology is integrated in the scope of the courses in linear algebra education. Concepts were visualized with technological tools/equipment, giving concepts a concrete form for students. Teaching concepts using technology will increase the interest in and attitudes towards the classes in addition to increasing success (Çetin, Erdoğan and Yazlık, 2015; Kaya and Öçal, 2018; Tercan 2012; Yorgancı and Terzioğlu, 2013). It is reported that using technology in linear algebra education will increase students' success rate and facilitate conceptual comprehension of students (Herrero, 2000). Aydın (2009) classified the technological materials that may be used in linear algebra education as mathematical software and instructional web pages. At the end of a study, a holographic system was developed for the linear algebra concepts, which can be considered under this classification. Using the holographic system in linear algebra education made positive contributions such as visualization of concepts and three-dimensional thinking. While studies at the concept level could help create the desired states in students' minds at the end of the processes of teaching/creating the relevant concepts, there were also studies where difficulties and challenges pertaining to the relevant concepts could be cleared. Considering that meaningful learning is formed by connecting concepts in a certain order and hierarchy with other concepts in the mind (Ausubel, 1968, as cited in Yılmaz and Çolak, 2011), an increase in the ability to establish/associate linear algebra concepts among them may be an indication of conceptual comprehension.

Araştırmanın Etik Taahhüt Metni

Yapılan bu çalışmada bilimsel, etik ve alıntı kurallarına uyulduğu; toplanan veriler üzerinde herhangi bir tahrifatın yapılmadığı, karşılaşılabilecek tüm etik ihlallerde "Manisa Celal Bayar Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi ve Editörünün" hiçbir sorumluluğunun olmadığı, tüm sorumluluğun Sorumlu Yazara ait olduğu ve bu çalışmanın herhangi başka bir akademik yayın ortamına değerlendirme için gönderilmemiş olduğu sorumlu yazar tarafından taahhüt edilmiştir.