

## ORTAÖĞRETİM ÖĞRENCİLERİNİN FONKSİYON GRAFİKLERİNİ ÇİZEBİLME BECERİLERİNİN İNCELENMESİ

**Biol TEKİN**

*Amasya Anadolu Lisesi, Matematik Öğretmeni, Amasya*

**Alper Cihan KONYALIOĞLU, Ahmet IŞIK**

*Atatürk Üniversitesi, K. K. Eğitim Fakültesi OFMA Eğitimi Bölümü, Erzurum.*

### Özet

*Fonksiyonlar, matematikte önemli bir konudur. Bazı öğrencilerin bu konuyu öğrenmede sorunları vardır. Bu çalışmada, ortaöğretim onuncu sınıf öğrencilerinin çeşitli fonksiyon grafiklerini çizibilme becerileri araştırılmıştır. Çalışmada özel durum çalışması yöntemi kullanılmıştır. Lineer, parabolik, logaritmik, trigonometrik ve üstel fonksiyonların grafiklerini çizmeyi araştıran 5 açık uçlu sorudan oluşan bir test hazırlanmıştır. Bu test dört farklı okuldan 100 lise öğrencisine uygulanmıştır. Bulgular çalışmaya katılan öğrencilerinin çoğunun doğrusal fonksiyon grafiklerini çizmede başarılı olduğunu, buna karşın bazı öğrencilerin parabolik fonksiyon grafiklerini doğrusal fonksiyon grafiği gibi çizdiklerini göstermiştir. Sonuç olarak, öğretmenlerin matematik öğretiminde grafik çizimlerine daha fazla önem vermesi gerektiği söylenebilir.*

**Anahtar kelimeler:** *fonksiyon grafikleri, grafik çizme becerisi, matematik eğitimi.*

## EXAMINING OF SECONDARY SCHOOL STUDENTS' ABILITIES TO DRAWING THE FUNCTION GRAPHICS

### Abstract

*Functions are very important subjects in mathematics. Some students have difficulties to learn functions. In this study, it was examined secondary school students' abilities to draw graphics of functions. The case study methodology was used in the study. It was prepared a test consisted of 5 open-ended questions about linear, parabolic, logarithmic, trigonometric, and exponential functions' graphics. This test was carried out 100 secondary school students from different four schools. Findings showed that the majority of students attended study were successful to draw the linear functions' graphics while some students drew parabolic function' graphic like the linear functions' graphics. As a result, it was said that teachers should attach importance to drawing graphics of the functions in mathematics teaching.*

**Key words:** *graphics of function, ability of drawing graphics, mathematics education*

## 1. GİRİŞ

Fonksiyonlar, matematiğin en temel konularından biridir. Ortaöğretim matematik öğretim programlarında yerini almış olan fonksiyonlar, diğer matematik konu ve kavramları için temel olma niteliği taşımaktadır. Ayrıca yeni ortaöğretim matematik öğretim programında fonksiyonların diğer derslerle ilişkisi kurulmakta farklı kullanım ve uygulama alanları örneklendirilmektedir (MEB, 2005). Fonksiyonlar, “olayların nasıl değiştiğini” göstermektedir (Tall, 1997). Değişkenler arasındaki ilişkileri ve değişimleri gösteren fonksiyonların öğretiminde sembolik ifadeler ve metotlar kullanmak, konuya uygun örnekler vermek ve uygun grafikler çizmek şeklinde özetlenebilecek öğretim tarzı sıklıkla kullanılmaktadır. Bu öğretim süreci fonksiyon kavramının öğretiminde yaygın olarak kullanılsa da, öğretimde konunun grafik çizimi yönünün daha az önemsendiği ve üzerinde fazlaca durulmadığı bazı araştırmalarda ortaya konmuştur. Vinner (1992) çalışmasında, fonksiyonun okullarda ya sembolik ya da grafik olarak öğretilmediğini ve bu öğretim tarzının fonksiyon kavramının sadece formüllerden ibaret bir kavram gibi öğrenilmesine neden olduğunu ifade etmiştir. Sfard (1992) çalışmasında, öğrencilerin cebirsel ve grafik gösterimler arasında ilişki kurmakta zorlandıklarını tespit etmiştir. Günümüzün matematik öğretiminde bir kavramın çoklu gösterimleri ve ifade şekilleri üzerinde durulmasına büyük önem verilmektedir (Tall, 1997; Zachariades, Christou ve Papageorgiou, 2001; Elia ve Spyrou, 2006; Akkoç, 2006). Çünkü matematik kavramlarının derinlemesine anlaşılmasında, kavramın farklı şekillerde gösterilebilmesi ve bu gösterimler arasında ilişkiler kurulabilmesi anahtar rol oynamaktadır (NCTM, 2000).

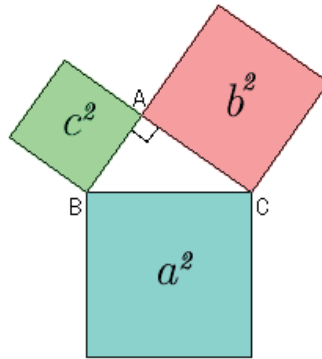
Fonksiyonları anlamak, öğretimde farklı ifade şekilleri kullanılsa da kolay değildir (Hitt, 1998). Sierpinska (1992), öğrencilerin matematik kavramlarına ait grafikleri, formülleri ve sözel tanımları yapmakta zorlandıklarını belirlemiştir. Markovits, Eylon ve Bruckleimer (1986), öğrencilerin fonksiyonun cebirsel formunu grafiğe geçirirken daha az zorlandıklarını; grafiği cebirsel forma dönüştürürken ise daha fazla zorlandıklarını belirlemiştir. Buna sebep olarak öğrencilere derslerde verilen örneklerde daha çok *cebirsel formdan grafiğe dönüştürme* şeklinde bir sürecin takip edilmesini göstermiştir. Elia ve Spyrou (2006) çalışmalarında, öğrencilerin fonksiyon kavramının farklı gösterimlerini nasıl anladıklarını araştırmışlardır. Öğrencilerin en yüksek başarıyı fonksiyonun cebirsel formlarıyla ilgili sorularda; en düşük başarıyı grafik gösterimlerle ilgili sorularda gösterdiklerini belirlemişlerdir. Elia ve Spyrou'nun ulaştıkları sonuçlar da, fonksiyonlar konusunun öğretiminde cebirsel gösterimlerin ağırlıklı olduğunu doğrular niteliktedir.

Burada örnek olarak verilen araştırmalardan çıkarılabilecek ortak düşünce, matematikte fonksiyonların önemli bir yeri olduğu ve fonksiyonların öğretiminde farklı gösterim şekillerine daha fazla yer verilmesi gerektiğidir. Çünkü grafik gösterimler sadece fonksiyonlarla ya da sadece matematik bilgisiyle sınırlı değildir. Günümüzde grafikler hem bilgiyi farklı şekillerde ifade etmede kullanılan bir iletişim aracı, hem de kavramların derinlemesine öğrenilmesine katkı sağlayan bir öğretim aracıdır

(Monk, 2003). Grafikler; verilerin düzenlenmesinde, özetlenmesinde, yorumlanmasında ve sunulmasında kolaylık ve anlaşılabilirlik sağlar (Taşar, İnceç ve Güneş, 2006). Grafik gösterimler oluşturma, mevcut grafikleri yorumlama ve anlama, grafikteki bilgilerden yararlanarak problem çözme gibi etkinlikler, fizik, kimya gibi derslerde de geniş ölçüde yer almaktadır. Bu nedenle öğrencilerin matematik derslerinde grafiksel gösterimler oluşturma ve yorumlama becerileri kazanmaları, diğer derslerin anlaşılmasına da katkı sağlayacaktır.

Grafik gösterimlerin kullanımı sadece fen ve matematikle ilgili alanlarla kısıtlı olmayıp sosyal ve ekonomi ile ilgili alanlarda da önemli bir yer tutmaktadır. Grafikler günlük yaşamda ve özellikle medyada niceliklerin ifade edilmesinde ve bunlara bağlı geliştirilen düşüncelerin desteklenme ve iletişimde sıkça kullanılmaktadır. Dolayısıyla güncel hayatla ilgili birçok konuda doğru bilgi edinmede grafiklerden yararlanabilme yeteneğine sahip olmak kaçınılmaz ihtiyaçtır.

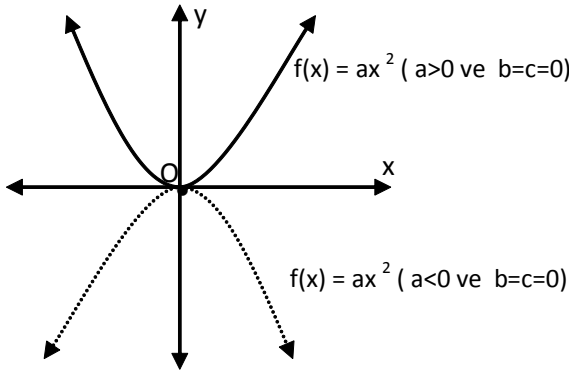
Grafiklerin günümüz dünyasındaki önemini kavramış olan bir çok ülke, matematik kavramlarının öğretiminde analitik (sembolik yada cebirsel), sayısal (numerik) ve görsel (grafiksel) gösterimlerin üçünü de dikkate alan öğretim stratejilerini uygulamaya başlamışlardır (Akkoç, 2006; Arcavi, 2003; Bleich, Ledford, Orrill ve Polly, 2006; Michelsen, 2006; Presmeg ve Nenduradu, 2005; Duval, 2002; Elia, Panaoura, Eracleous ve Gagatsis, 2007; Dubinski ve Harrel, 1992). Matematik kavramlarının öğretilmesinde benimsenen bu yaklaşıma “3 kuralı, The rule of tree” adı verilmektedir (Tall, 1997). 3 kuralı, matematik kavramlarının öğretiminde sayısal (numerik), analitik (sembolik) ve görsel bakış açılarının bir arada kullanılmasını önermektedir. Bir kavram derste işlenirken, kavramın şekli çizilmeli, analitik ifadesi verilmeli ve bu ifadede gerçek sayısal değerler yerine konularak uygulamalar yapılmalıdır. Örneğin Pisagor teoreminin analitik gösterimi  $b^2 + c^2 = a^2$  şeklindedir. Bu ifadenin doğruluğu sayısal değerlerle örneğin  $3^2 + 4^2 = 5^2$ ’den  $9 + 16 = 25$  şeklinde sayısal olarak gösterilebilir. Pisagor teoreminin Şekil 1’deki gibi gösterilmesi, görsel bakış açısını yansıtır. Böylece 3 kuralı uygulanmış ve öğretilecek konu 3 açıdan da gösterilmiş olur. Öğrencilerin zihinlerinde gerçekleşen düşünme ve anlama sürecinin görsel kavram imajlarıyla olduğu dikkate alındığında, matematik kavramlarının görsel ve grafiksel yanlarının vurgulanmasının önemi artmaktadır (Tall, 1997).



**Şekil 1. Pisagor Teoreminin görsel sunumu**

Öğrencilere fonksiyonlar konusu öğretilirken de bu yaklaşım tercih edilmelidir. Örneğin

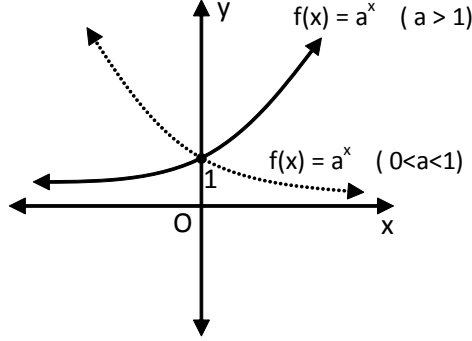
$y=f(x)=ax^2+bx+c$  fonksiyonu ele alalım. Bu fonksiyon derste işlenirken sadece fonksiyonun bazı  $x$  değerleri için alacağı değerler hesaplanıp bırakılmamalı; grafiği de çizilmelidir. Bu fonksiyon;  $b=c=0$  olduğunda  $y=f(x)=ax^2$  şeklini alır ve fonksiyonun grafiksel gösterimi Şekil 2'deki gibi olur.



**Şekil 2.  $y=f(x)=ax^2+bx+c$  fonksiyonunun  $b=c=0$  için grafiksel gösterimi**

$f(x)=a^x$  ( $a > 1$ ) fonksiyonunun grafiksel gösterimi Şekil 3'deki gibidir. Fonksiyonun  $y$  eksenine göre simetriği alındığında  $f(x)=a^{-x}$  ( $0 < a < 1$ ) olur ve bunun gösterimi de Şekil 3'deki açık renkli çizimdir. Şekil 3'e bakıldığında, fonksiyonun değişimi çok net bir şekilde görülmektedir. Bu değişimi sadece cebirsel olarak görmek kavramı

anlamak açısından yetersiz kalabilmektedir. İşte bu nedenle fonksiyonlar öğretilirken 3 kuralına uygun olarak grafikleri de mutlaka çizilmelidir.



**Şekil 3.  $f(x)=a^x$  ( $a>1$ ) fonksiyonunun ve fonksiyonun y eksenine göre simetriğinin grafiksel gösterimi**

Bu bağlamda ülkemizdeki yeni matematik öğretim programlarında grafiksel gösterimlere daha fazla yer verilmeye başlanmıştır. Yeni programlar matematik öğretiminin hedefleri arasına öğrencilerin matematiksel ifadelerin grafiksel gösterimlerini oluşturabilme, grafiklerle sunulan bilgileri problem çözerken kullanabilme, bilgi ve veri sunumunda grafik gösterimlerden yararlanabilme gibi becerileri de almıştır (MEB, 2005). Ancak öğrencilerin grafik çizme ve grafiklerden anlam çıkarma konusunda sorunları olduğu, özellikle fonksiyonların grafiklerini çizmekte zorlandıkları bilinmektedir (Hitt, 1998; Monk, 2003; Taşar vd., 2006; Akkoç, 2006; Elia vd., 2007).

Öğrencilerin matematik derslerinde fonksiyon grafiklerini çizebilmeleri için, grafik çizmenin adımlarını öğrenmiş olmaları gerekir. Öğretmenler matematik derslerinde fonksiyonların grafiklerini çizerken bu adımları uygulatırlar ve bu süreçte öğrenciler de grafik çizmeyi öğrenmiş olurlar. Bir fonksiyonun grafiği çizilirken sırasıyla şu işlemler yapılır: a) Verilen fonksiyon ifadesine bakarak, hangi fonksiyon olduğunu belirlemek, b) Verilen fonksiyonun denkleminde  $x=0$  için  $y$ 'nin değerini bulmak, c)  $y=0$  için  $x$ 'in alacağı değeri bulmak, d)  $x$ 'e verilen birkaç değer için  $y$ 'yi hesaplayıp veri tablosu oluşturmak, e) koordinat eksenlerini çizmek ve doğru bir şekilde bölmelelendirmek, f) belirlenen noktaları  $(x,y)$  koordinat ekseninde yerleştirmek, g) tespit edilen noktalardan geçen en uygun eğriyi (yada doğruyu) çizmek. Bu adımlar her bir fonksiyon türü için uygulanır ve derslerde grafik çizme alıştırmaları yapılırsa, öğrenciler grafik çizme becerisi kazanmış olur. Öğrencilerin fonksiyon grafiklerini çizebilmeleri için gerekli olan bu adımları öğrenip öğrenmediklerini tespit etmek ve çeşitli lise türleri açısından karşılaştırmalar yapmak bu araştırmanın planlanmasında etkili olmuştur.

## 2. AMAÇ

Bu çalışmanın amacı, ortaöğretim 10. sınıf öğrencilerinin doğrusal, parabolik, logaritmik, trigonometrik ve üstel fonksiyonların cebirsel ifadelerini grafiksel olarak gösterebilme becerilerini belirlemek, Anadolu Lisesi, Fen Lisesi, Anadolu Öğretmen Lisesi ve Yabancı Dil Ağırlıklı Lise öğrencileri arasında karşılaştırma yapmaktır.

## 3. YÖNTEM

Bu çalışma, 2006–2007 eğitim-öğretim yılında Amasya il merkezinde yürütülmüştür. Araştırmada özel durum çalışması yöntemi kullanılmıştır (Merriam, 1998). Araştırmanın evreni Amasya'daki ortaöğretim kurumlarında öğrenim gören üç yıllık liselerin 10. sınıf öğrencilerinin tamamıdır. Çalışmanın örneklemi, Amasya Anadolu Lisesi (AL), Amasya Anadolu Öğretmen Lisesi (AÖL), Amasya Yabancı Dil Ağırlıklı Lise (YDAL) ve Amasya Macit Zeren Fen Lisesi (FL)'nden rastgele seçilen 25'er öğrenci olmak üzere toplam 100 öğrencidir. Araştırmada, doğrusal, parabolik, logaritmik, trigonometrik ve üstel fonksiyonların grafiklerini çizmeyi gerektiren A ve B şıklı 5 açık uçlu sorudan oluşan grafiksel gösterim beceri testi uygulanmıştır. Test soruları, cevaplarla birlikte bulgular kısmında açıklanmıştır.

Araştırma verileri, öğrencilerin cevap kâğıtlarının incelenmesiyle elde edilmiştir. Öğrenci cevapları hazırlanan cevap anahtarına göre değerlendirilmiş ve öğrencilerin yaptıkları grafik çizimleri doğru, kısmen doğru, yanlış ve boş şeklinde sınıflandırılmıştır. Sınıflamada dikkate alınan ölçütler aşağıda açıklanmıştır:

Doğru: Cebirsel olarak verilen fonksiyonun grafiğinin cevap anahtarındaki gibi çizildiği grafiklerdir.

Kısmen doğru: Cebirsel olarak verilen fonksiyonun veri tablosu doğru hazırlanmış ancak koordinat eksenine doğru geçirilmemiş grafiklerdir.

Yanlış: Cebirsel olarak verilen fonksiyonun veri tablosu ve koordinat eksenindeki çizimi yanlış olan grafiklerdir.

Boş: Sorunun cevabıyla ilgili hiçbir işlemin yapılmadığı durumdur.

Bu çerçevede değerlendirilen öğrenci cevaplarının frekansları ve yüzdeleri belirlenmiş ve tablolar halinde sunulmuştur.

## 4. BULGULAR VE YORUM

Dört farklı okulda öğrencilere uygulanan teste verilen cevapların frekansları ve yüzdeleri, Tablo1 ve 2'de gösterilmiştir.

**Tablo 1. Anadolu ve Anadolu Öğretmen Lisesi öğrencilerinin uygulanan teste verdikleri cevapların dağılımı**

Sorular	Anadolu Lisesi								Anadolu Öğretmen Lisesi								
	Doğru		K doğru		Yanlış		Boş		Doğru		K doğru		Yanlış		Boş		
	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%	
1	A	25	100	0	0	0	0	0	0	25	100	0	0	0	0	0	0
	B	25	100	0	0	0	0	0	0	25	100	0	0	0	0	0	0
2	A	2	8	4	16	18	72	1	4	5	20	2	8	17	68	1	4
	B	6	24	3	12	8	32	8	32	5	20	2	8	15	60	3	12
3	A	2	8	9	36	8	32	6	24	2	8	3	12	15	60	5	20
	B	1	4	3	12	5	20	16	64	2	8	0	0	8	32	15	60
4	A	7	28	0	0	10	40	8	32	1	4	0	0	11	44	13	52
	B	0	0	6	24	14	56	5	20	2	8	0	0	15	60	8	32
5	A	7	28	9	36	3	12	6	24	0	0	8	32	12	48	5	20
	B	5	20	10	40	3	12	7	28	1	4	8	32	9	36	7	28

Araştırmada sorulan birinci soruda öğrencilerden, verilen doğrusal fonksiyonun grafiğini çizmeleri istenmiştir. Öğrencilerin en başarılı oldukları grafik çizimi, doğrusal fonksiyonun grafiğinin çizimi olmuştur.

**Tablo 2. Fen ve Yabancı Dil Ağırlıklı Lise öğrencilerinin uygulanan teste verdikleri cevapların dağılımı**

Sorular	Macit Zeren Fen Lisesi								Amasya Yabancı Dil Ağırlıklı Lisesi								
	Doğru		K doğru		Yanlış		Boş		Doğru		K doğru		Yanlış		Boş		
	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%	
1	A	24	96	0	0	1	4	0	0	15	60	0	0	10	40	0	0
	B	24	96	0	0	1	4	0	0	13	52	2	8	9	36	1	4
2	A	17	68	0	0	8	32	0	0	1	4	1	4	18	72	5	20
	B	12	48	3	12	10	40	0	0	1	4	2	8	11	44	11	44
3	A	8	32	2	8	13	52	2	8	1	4	4	16	12	48	8	32
	B	6	24	1	4	7	28	11	44	0	0	2	8	7	28	16	64
4	A	4	16	0	0	13	52	8	32	1	4	1	4	7	28	16	64
	B	4	16	3	12	13	52	5	20	0	0	4	16	9	36	12	48
5	A	9	36	5	20	10	40	1	4	0	0	1	4	5	20	19	76
	B	10	40	4	16	9	36	2	8	0	0	1	4	5	20	19	76

AÖL, FL ve AL öğrencileri bu soruda %100 oranında doğru grafiği çizebilmişlerdir. YDAL'de okuyan öğrenciler doğrunun grafiğini %60 oranında doğru olarak çizmişlerdir ve bu öğrencilerin en iyi cevapladıkları soru 1. soru olmuştur. Öğrencilerin bu soruyu doğru cevaplamalarında, Analitik Geometri dersi bilgilerinin etkili olduğu düşünülmektedir. Çünkü 10. sınıf öğrencileri Analitik Geometri derslerinde doğrunun analitik incelemesi konusunu görmektedirler ve bu süreçte sürekli şekil ve grafik çizmektedirler. Bu bağlamda öğrencilerin doğru grafiği çizme becerilerini sergileyebilmeleri sevindirici bir durumdur.

Araştırmada sorulan ikinci soruda öğrencilerin ikinci dereceden bir fonksiyonun grafiğini çizme becerilerinin ölçülmesi hedeflenmiştir. Fen Lisesi öğrencileri yaklaşık %60 oranında 2. dereceden fonksiyonun grafiğini doğru olarak çizebilmişlerdir. AL, AÖL ve YDAL öğrencileri parabol grafiklerini çizmekte çoğunlukla başarısız olmuşlardır. Başarısız olan öğrencilerin birçoğu, **parabol çizmek yerine**

**doğru grafiği** çizmiştir (Şekil 4). İkinci dereceden fonksiyonlar, 9. sınıf matematik dersi yıllık planlarında son kısımdadır. Bu durum öğrencilerin konuyu öğrenmelerini olumsuz yönde etkilemiş olabilir. Bunun yanında öğrencilerin parabol değil de doğru çizmeleri, *her grafiği doğru grafiğine benzetme eğilimi* içine girdiklerini çağrıştırmaktadır. Markovits vd. (1986) de çalışmasında öğrencilere A ve B gibi iki nokta verip birleştirmelerini istemiş; öğrencilerin noktaları çoğunlukla bir doğru ile bileştirdiklerini ve diğer birleştirmelerin fonksiyon olmadığını düşündüklerini tespit etmiştir. Bu bulgu çalışmada gözlenen bulgu ile paralellik göstermektedir.

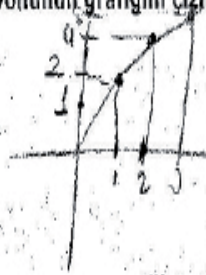
B)  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $y=f(x)=x^2-4x+3$  fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

$$\begin{aligned} x=0 \text{ için } y &= 3 \\ x=1 \text{ için } y &= 0 \\ x=2 \text{ için } y &= -1 \end{aligned}$$



3. A)  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$ ,  $y=f(x)=2^x$  fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

$$\begin{aligned} x=0 \text{ için } y &= 1 \\ x=1 \text{ için } y &= 2 \\ x=2 \text{ için } y &= 4 \\ x=3 \text{ için } y &= 8 \end{aligned}$$

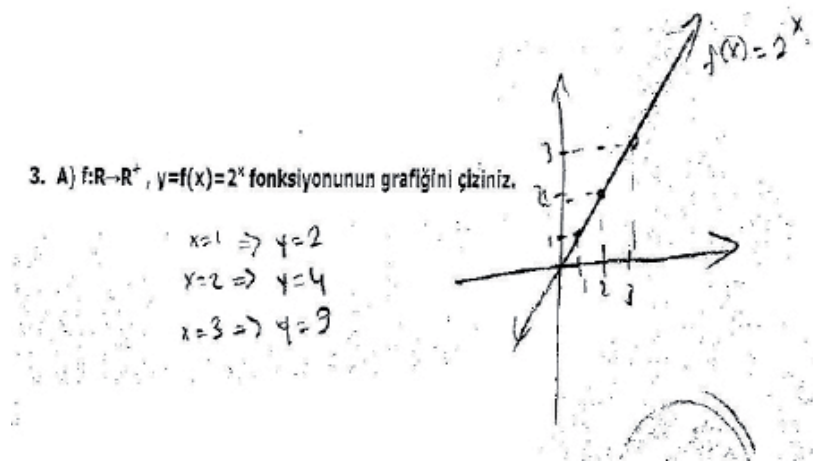


**Şekil 4. Yanlış çizim örneği 1: İkinci dereceden fonksiyon grafiği doğrusal değişim grafiğine benzetilmiş**

Araştırmada sorulan üçüncü soru üstel fonksiyon grafikleriyle ilgilidir. Öğrencilerin üstel fonksiyon grafiklerini çizme oranı çok düşük olmuştur. Öğrenciler yanlış cevaplarında üstel fonksiyon grafiğinin çizimini de doğru grafiğine benzetmişlerdir (Şekil 5). Bu soru aynı zamanda en çok “**kısmen doğru**” cevaplanan sorulardan biri olmuştur. Kısmen doğru olarak nitelenen grafik çizimleri incelendiğinde, öğrencile-



rin veri tablosu oluşturabildikleri ancak verilerden grafik oluşturmakta zorlandıkları görülmüştür. Bazı öğrencilerin buldukları değerleri tablo halinde veremediği görülmüştür. Bu durum, öğrencilerin veri tablosu oluşturma ve tablodaki bilgileri koordinat eksenine geçirme becerilerinin yeterince gelişmediğini göstermektedir.



**Şekil 5. Yanlış çizim örneği 2: Üstel fonksiyon grafiği doğru grafiğine benzetilerek çizilmiş.**

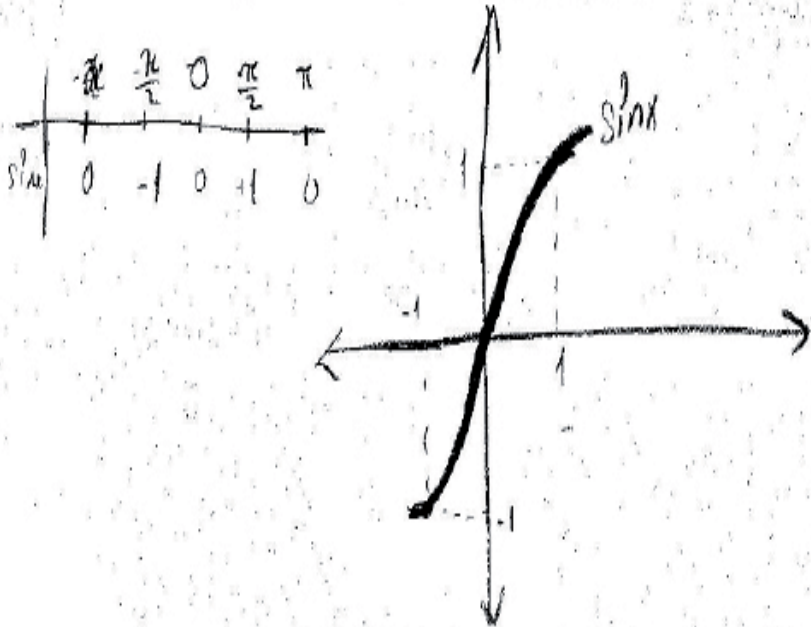
Araştırmanın 4. sorusunda öğrencilerden, doğal ve logaritmik fonksiyonların grafiklerini çizmeleri istenmiştir. Logaritma fonksiyonundaki grafikler, türev ve integral konularına temel oluşturmaktadır. Öğrenciler; türevin uygulamalarında, integral alan ve hacim hesaplamalarında problemlerin çözümüne öncelikle grafik çizerek başlamaktadırlar. Öğrencilerin doğru grafik çizebilme becerileri bu nedenle önem arz etmektedir. Doğal logaritma fonksiyonunun grafiğinin çizimi, yaklaşık %60 gibi bir oranla en çok boş bırakılan soru olmuştur. Bu durum, derslerde doğal logaritma ve 10 tabanına göre logaritma konusunun öğretiminde iki logaritma fonksiyonu arasındaki grafiksel ilişkinin yeterince gösterilmediği şeklinde yorumlanabilir. Ayrıca öğrenciler, doğal logaritmanın tabanının e olduğunu ihmal etmişlerdir.

Öğrenciler iki fonksiyonun birbirine dönüşümünü ağırlıklı olarak sembolik gösterimlerle öğrenmiş olduklarından daha çok analitik gösterim yapmaya alışmış olabilirler. Duval (2002) ve Arcavi (2003), öğrencilerin matematiksel kavramları öğrenirken verilen örneklerden ve yapılan öğretim tekniğinden fazlasıyla etkilendiklerini; kendilerine yöneltilen sorulara konuyu öğrenirken gösterilen yöntemlerle cevaplar verdiklerini ifade etmişlerdir. Bu durum 4. soruda kendini iyice göstermiştir.

Testin 5. sorusunda öğrencilerden, sinüs ve kosinüs fonksiyonunun grafiklerini

çizimleri istenmiştir. FL öğrencileri yaklaşık %40, AL öğrencileri yaklaşık %30 oranında sinüs ve kosinüs fonksiyon grafiklerini doğru çizmişlerdir. Kısmen doğru kabul edilen çizimlerin çoğunda, değerler doğru bulunmasına rağmen grafiğe doğru aktarılamamıştır. Bir öğrenci  $y=\sin x$  fonksiyonunun grafiğini Şekil 6'daki gibi çizmiştir. Bu çizim öğrencinin fonksiyonun x ve y eksenlerinde hangi değerleri alacağını bilmediğini yada açılış değerlerini x eksenini boyunca düşünemediğini göstermektedir.

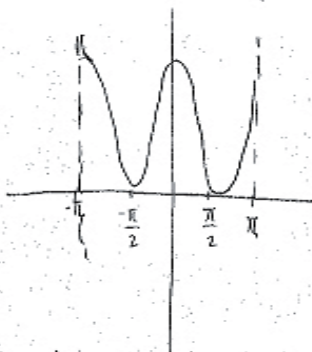
5. A)  $f: (-\pi, \pi) \rightarrow \mathbb{R}, y=f(x)=\sin x$  fonksiyonunun grafiğini çiziniz.



Şekil 6. Yanlış çizim örneği 3: fonksiyonun x ve y eksenlerindeki değerleri doğru belirlenmemiş.

Öğrencilerin bir kısmı, x'in ve y'nin değerlerini koordinat düzleminde tam tersi şekilde yazmışlardır. Yani y değerlerini x eksenine; x değerlerini y eksenine işaretlemişler ve böylece grafik yanlış bir hâl almıştır. Bir kısım öğrenci de veri tablosu oluşturmadan grafiği çizmeye çalışmıştır. Veri tablosu oluşturma becerisinin yeterince gelişmemesi, sinüs fonksiyonu grafiklerinin çizimini de etkilemiştir. Bazı öğrenciler, konuları işlerken grafik çizimlerine fazla değinilmediğini cevap kâğıtlarına sorulmadığı halde yazmışlardır (Şekil 7).

B)  $f: [-\pi, \pi] \rightarrow \mathbb{R}, y=f(x)=\cos x$  fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

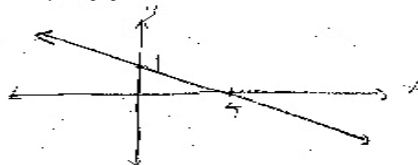


Sorular kolay ama biz bu konuları işlerken grafikler üzerinde pek fazla durmadık, bu nedenle yapamadım. Grafik çizimini hafızamda kalmadı.

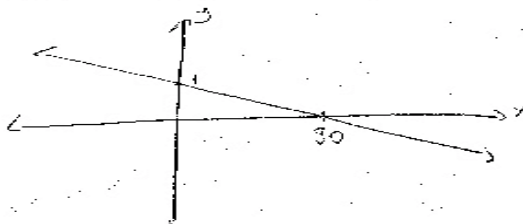
### Şekil 7. Veri tablosu oluşturulmamış ve yanlış çizim yapılmış.

Yanlış çizimlerde dikkat çeken en önemli noktalardan biri de, doğru grafiğinde olduğu gibi,  $x$ 'e değer verip  $y$ 'yi;  $y$ 'ye değer verip  $x$ 'i bularak doğru grafiği çizme olmuştur. Yani öğrenciler analitik geometri dersinin etkisiyle her gördükleri fonksiyonun doğrusal fonksiyon olduğu ve grafiğinin de doğru grafiği olduğu yanlışına düşmüşlerdir. Bu durum öğrencilerin fonksiyonun anlamına ve değişimin niteliğine dikkat ederek grafiğini çizmek yerine ezbere bilgilerle grafik çizdiklerini göstermiştir (Şekil 8).

B)  $f: (2, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, y=f(x)=\log_3(x-2)$  fonksiyonunun grafiğini çiziniz.



5. A)  $f: (-\pi, \pi) \rightarrow \mathbb{R}, y=f(x)=\sin x$  fonksiyonunun grafiğini çiziniz.



### Şekil 8. Logaritma ve sinüs fonksiyonunun grafiği doğrusal olarak çizilmiştir.

Yanlış çizilen grafiklerin bazılarında öğrenciler değerleri yanlış hesaplamışlardır. Bu nedenle de çizdikleri grafikler doğru olarak kabul görmemiştir. Fen lisesinden bir öğrenci bütün soruları doğru cevaplamıştır. Bu öğrencinin kâğıdı incelendiğinde öncelikle x ve y değer tablolarının oluşturulduğu; daha sonra bu verilerin doğru olarak grafiğe geçirildiği görülmüştür.

## 5. SONUÇ VE ÖNERİLER

Ortaöğretim 10. sınıf öğrencilerinin cebirsel ifadeleri verilen fonksiyonları, grafiksel olarak gösterebilme becerilerini incelemek ve okullar arasında karşılaştırma yapmak amacıyla yürütülen bu çalışmada, aşağıda ifade edilen sonuçlara ulaşılmıştır. Bu sonuçlar çerçevesinde önerilerde bulunulmuştur.

\* Öğrencilerin en başarılı oldukları fonksiyon grafiği çizimi,  $y = ax + b$  genel denklemleri ifade edilen doğrusal fonksiyon grafiğidir. Doğrusal değişim grafiğini çalışma yapılan Fen Lisesi, Anadolu Lisesi, Anadolu Öğretmen Lisesi öğrencilerinin tamamı doğru çizmiştir, YDAL %60 oranında en iyi bu çizimi yapmıştır.

\* İkinci dereceden fonksiyon grafiğini çizmede Fen Lisesi öğrencileri diğer okullara göre en iyi başarıyı göstermiştir. AL, AÖL, YDAL öğrencileri ise ikinci dereceden fonksiyon grafiklerini çok yüksek oranda yanlış cevaplamıştır. İkinci dereceden fonksiyonların grafiğini çizerken parabol değil de doğru grafiği çizer gibi davranmışlardır.

Bu sonuç öğrencilerin ikinci dereceden fonksiyonların grafiklerinin çizimini yeterince anlamamalarından kaynaklanabilir. Çünkü bu konu 9. sınıf matematik dersinin son konularındandır bu durum konunun ayrıntılı olarak işlenmesini olumsuz yönde etkilemiş olabilir. Ders yılı sonuna gelen bu konunun programdaki yerinin değiştirilmesi daha iyi öğrenilmesine katkı sağlayabilir. Bu bağlamda ikinci dereceden fonksiyonlar konusunun yıllık planda öne alınması ve grafik çizimlerine daha fazla yer verilmesi önerilebilir.

\* Öğrencilerin tamamına yakını doğal logaritma ile 10 tabanına göre logaritma arasındaki grafiksel ilişkiyi gösterememiştir. Öğrenciler en çok bu grafik çizimini boş bırakmıştır. AL, FL, AÖL, YDAL öğrencilerinin çoğunluğu bu soruyu boş bırakmış ya da yanlış cevaplamıştır. Bu sonuçtan hareketle, doğal logaritma ve 10 tabanına göre logaritma arasındaki ilişkiyi yansıtan grafiğin derslerde mutlaka çizilmesi önerisinde bulunulabilir.

\* Öğrencilerin pek çoğu üstel fonksiyon grafiğini çizememiştir. Bu soruda kısmen doğru kabul edilen cevap çok fazladır. Öğrenciler veri tablosu oluşturmuşlar ancak grafiğe geçirememişlerdir. Bu sonuçtan hareketle üstel fonksiyon grafiklerinin çizimine derslerde daha fazla yer verilmesi önerilebilir.

\* Sinüs ve kosinüs fonksiyon grafiklerinin çiziminde Fen Lisesi ve Anadolu Lisesi öğrencileri oldukça iyi performans göstermiştir. Anadolu Öğretmen Lisesi ve Yabancı Dil Ağırlıklı Lise öğrencilerinin tamamına yakını bu grafiği çizememiştir. Bu sonuç, öğrencilerin açığı değerlerini grafiğe geçirme konusunda eksikleri olduğunu ortaya koymaktadır. Bu bağlamda sinüs ve kosinüs fonksiyonlarının grafikleri de derslerde daha fazla çizdirilmelidir.

\* Çalışmada ortaya çıkan bir sonuç da öğrencilerin birçoğunun analitik geometri dersinin etkisiyle grafik çizimlerinde doğrusal ilişki grafiği çizme eğilimi içine girmeleridir. Öğrenciler bu eğilimden dolayı yanlış grafik çizimleri yapmışlardır. Bu eğilimin altında yatan temel neden; öğrencilerin farklı fonksiyon türlerinin; değişkenler arasındaki farklı değişimleri gösterdiğini yeterince anlayamamaları olabilir. Buradan hareketle matematik derslerinde fonksiyonlar konusu işlenirken değişimin koordinat ekseninde gözle görülür hale gelmesini sağlayan grafik çizimlerinin mutlaka yapılması önerilebilir.

\* Örneklemdaki okulların fonksiyon grafiklerini çizme performansları genel olarak değerlendirildiğinde ortaya çıkan başarı sıralaması: Macit Zeren Fen lisesi, Amasya Anadolu lisesi, Anadolu Öğretmen Lisesi ve Yabancı Dil Ağırlıklı Genel Lise şeklinde olmuştur. Bu durum okullar arasında matematik öğretim programının kazanımlarına ulaşma açısından farklılıklar olabileceğini göstermektedir. Bu bağlamda öğrencilerin dersin kazanımlarına ulaşmayı kolaylaştırıcı yöntem, tekniklerle konuyu işlemesi ve bu süreçte çeşitli öğretim materyallerinden yararlanması önerilebilir.

\* Çalışmadan çıkan bir sonuç da veri tablosunu doğru oluşturabilen öğrencilerin, grafikleri de doğru çizdikleridir. Veri tablosu oluşturmadan grafiği çizmeye çalışan öğrenciler ise çoğunlukla yanlış çizim yapmışlardır. Bu bağlamda öğrencilerin kendi veri tablolarını oluşturmalarına yönelik daha fazla uygulama yaptırılması önerilebilir.

## 6. KAYNAKLAR

1. Akkoç, H. (2006). Fonksiyon kavramının çoklu temsillerinin çağrıştırdığı kavram görünümleri. *Hacettepe Üni. Eğitim Fakültesi Dergisi*, 30, 1–10. [http:// www.egitimdergisi.hacettepe.edu.tr/200630HAT%C4%B0CE%20AKKO%C3%87.pdf](http://www.egitimdergisi.hacettepe.edu.tr/200630HAT%C4%B0CE%20AKKO%C3%87.pdf)
2. Arcavi, A. (2003). The role of visual representations in the learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 52, 215–241.
3. Bleich, L., Ledford, S., Orrill, C.H. ve Polly, D. (2006). An analysis of the use of graphical representation in participants' solutions. *The Mathematical Educator*, 16(1), 22–34.
4. Dubinsky, E. ve Harel, G. (1992). The nature of function. In G.Harel & E. Dubinsky (Eds.). *The concept of function: Aspects of epistemology and pedagogy*. (MAA Notes no. 25). Washington, DC: Mathematical Association of America.

5. Duval, R. (2002). The cognitive analysis of problems of comprehension in the learning of mathematics. *Mediterranean Journal for Research in Mathematics Education* 1(2), 103-131. <http://www.math.uncc.edu/~sae/dg3/duval.pdf>.
6. Elia, I., Panaoura, A., Eracleous, A. ve Gagatsis, A. (2007). Relations between secondary pupils' conceptions about functions and problem solving in different representations, *Int. J. of Science and Mathematics Education*, 5, 533-556.
7. Elia, I. ve Spyrou, P. (2006). How students conceive function: a triarchic conceptual-semiotic model of the understanding of a complex concept. *The Montana Mathematics Enthusiast*, ISSN 1551-3440, 3(2), 256-272.
8. Hitt, F. (1998). Difficulties in the articulation of the different representations linked to the concept of function, *Journal of Mathematical Behavior*, 17(1), 123-134.
9. Markovits, Z., Eylon, B. ve Bruckheimer, M. (1986). Functions today and yesterday. *For the Learning of Mathematics*, 6(2), 18-24.
10. MEB, (2005). Matematik Dersi Öğretim Programı ve Kılavuzu (9-12. sınıflar), Ankara.
11. Merriam, S.B. (1998). Qualitative research and case study applications in education, Jossey-Bass Publishers, San Francisco.
12. Michelsen, C. (2006). Functions: a modelling tool in mathematics and science. *ZDM The International Journal on Mathematics Education*, 38 (3), 269-280.
13. Monk, S. (2003). Representation in school mathematics: learning to graph and graphing to learn. In J. Kilpatrick (Eds.), *A research companion to principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: National Council for Teachers of Mathematics
14. NCTM (2000). Principles and standards for school mathematics. Reston: National Council of Teachers of Mathematics. <http://standards.nctm.org/document/chapter7/index.htm>
15. Presmeg, N. ve Nenduradu, R. (2005). An investigation of a preservice teachers' use of representations in solving algebraic problems involving exponential relationships, In Chick, H.L. & Vincent, J.L. (Eds.). *Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 4, 105-112.
16. Sfard, A. (1992). Operational origins of mathematical objects and the quandary of reification - the case of function. In G. Harel, & E. Dubinsky, (Eds) *The Concept of Function: Aspects of Epistemology and Pedagogy*, MAA, 59-84.
17. Sierpiska, A. (1992). On understanding the notion of function. in: Harel, G. & Dubinsky, E. (eds.), *MAA Notes and Reports Series*, 25-58.
18. Tall, D. (1997). Functions and calculus. in A.J. Bishop et al. (eds.), *International Handbook of Mathematics Education*, 289-325. Dordrecht: Kluwer.
19. Taşar, M.F., İnceç, Ş.K. ve Güneş, P.Ü. (2006). Grafik çizme ve anlama becerisinin saptanması. <http://w3.gazi.edu.tr/~mftasar/publications/Grafik.pdf> VII. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi, 6-8 Eylül 2006, Ankara.
20. Vinner, S. (1992). The function concept as a prototype for problems in mathematics learning. In E. Dubinsky & G. Harel (Eds.), *The concept of function: Aspects of epistemology and pedagogy* (pp. 195-214). United States: Mathematical Association of America.
21. Zachariades, T., Christou, C. ve Papageorgiou, E. (2001). The difficulties and reasoning of undergraduate mathematics students in the identification of functions. *Proceedings in the 10th ICME Conference*, Crete, Greece.