



ASENKRON MAKİNALARDA OLUK KAÇAK ENDÜKTANSLARININ HESAPLANMASI

A. İ. ÇANAKOĞLU* & A. G. YETGİN*

Özet

Asenkron makinalarda herhangi bir manyetik bölge ($B_i H_i$), orada depo edilen enerji (veya ko-enerji) ile tanımlanır. Eğer manyetik alan bir tek kaynak ile oluşturulmuşsa, bir endüktans, alan etkilerini devre elemanlarına taşıyabilir. Manyetik enerjinin mıknatıslama alanı ile ilişkili olması yanında, sadece stator ve rotor bobinlerini halkalayan manyetik alan kuvvet çizgileri vardır. Bunlar kaçak endüktans olarak adlandırılan bir takım eşdeğer devre endüktansları ile tanımlanabilirler. Bu çalışmada, değişik oluk geometrileri ve, tek ve çift tabakalı sarımlar için pratik ifadeler verilerek endüktans hesabı yapılmıştır.

Anahtar Kelimeler: Asenkron Makinalar , Endüktans Hesabı, Oluk Geometrileri

1. Giriş

Asenkron makinalarda herhangi bir manyetik alan bölgesi depoladığı manyetik enerji ile karakterize edilir.

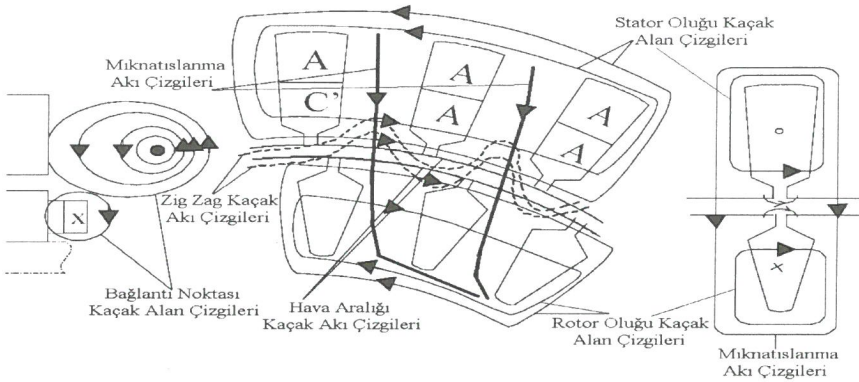
$$W_{mi} = \frac{1}{2} \int_v H \cdot B \, dv = \frac{1}{2} L_i I_i^2 \quad (1)$$

Yukarıda verilen (1) ifadesi ilgili bölgede manyetik alan bir tek akım kaynağı ile oluşturuluyorsa geçerlidir. Manyetik enerjinin yanında, mıknatıslama alanı ile ilişkili sadece stator ve rotor bobinlerini halkalayan akı çizgileri de ortaya çıkar.

* Dumlupınar Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Elektrik-Elektronik Mühendisliği, Kütahya, Türkiye
acanakoglu@dumlupinar.edu.tr agyetgin@dumlupinar.edu.tr

Bunlar L_{s1} ve L_{r1} kaçak endüktanslar olarak adlandırılan birtakım eşdeğer endüktanslar meydana getirirler. (Şekil 1)

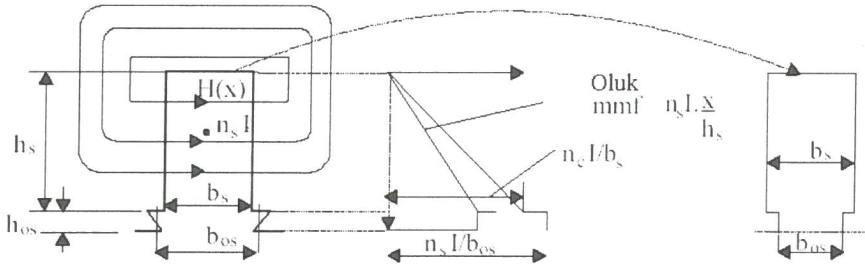
Asenkron makinalarda aynı zamanda stator ve rotor oluklarını kesen akı çizgileri ile sargı sonu, zig zag, hava aralığı akı çizgileri de bulunur. Oluk kaçak endüktansının hesaplanabilmesi için oluklarda akı ve akım dağılımının bilinmesi gerekir. Endüktanslar üzerine manyetik malzemedeki doymanın ve iletkenler üzerindeki deri olayının (skin effect) etkisi oldukça büyüktür. Ancak burada her iki etki de dikkate alınmamıştır. Endüktans hesapları için dikdörtgen ve yuvarlak oluk tipleri göz önüne alınmıştır (Boldea, 2002; Nasar, 2002).



Şekil 1. Kaçak Akı Çizgileri

2. DİKDÖRTGEN OLUK KAÇAK ENDÜKTANSI (TEK TABAKALI SARIM)

Oluk kaçak akı dağılışı özellikle oluk geometrisine bağlı olmakla birlikte, dış ve nüve doyma değerlerine de bir miktar bağlıdır. Oluktaki akım yoğunluğu dağılımı da indüklenen girdap akımları ve deri etkisi sebebiyle düzgün olmayacağından akı dağılımını etkiler. Doymanın ve deri etkisinin ihmal edildiği bir dikdörtgen stator oluğunu ele alalım. (Şekil 2)



Şekil 2. Dikdörtgen Olukta Kaçak Akıların Dağılımı

Şekil 2' deki çevrimlere Amper Kanunu' nu uygularsak aşağıdaki ifadeler elde edilir.

$$\left. \begin{aligned} H(x)b_s &= \frac{N_s I x}{h_s} ; 0 \leq x \leq h_s \\ H(x)b_s &= N_s I ; h_s \leq x \leq h_s + h_{os} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Burada N_s stator sarım sayısı (sipir), h_s oluk yüksekliği (mm), h_{os} kama yüksekliği (mm), b_{os} oluk ağız açıklığı (mm), b_s oluk genişliği (mm), I stator akımı (A) olarak ifade edilir. Oluk başına kaçak endüktans L_{sls} , bir oluk hacminde depo edilen enerjinin hesaplanmasıyla elde edilebilir.

$$L_{sls} = \frac{2}{I^2} W_{ms} = \frac{2}{I^2} \frac{1}{2} \int_0^{bs+h_{os}} \mu_0 [H(x)]^2 dx L_e b_s \quad (3)$$

$$L_{sls} = \mu_0 N_s^2 L_e \left[\frac{h_s}{3b_s} + \frac{h_{os}}{b_{os}} \right] \quad (4)$$

Yukarıdaki ifadede L_e stator paket boyunu (mm), W_{ms} bir olukta depo edilen enerjiyi (Joule) göstermektedir. (4) numaralı formüldeki köşeli parantez içindeki terim geometrik oluk permeansı (λ_s) olarak adlandırılır. (λ_s) ve h_{os} ' in tipik değerleri aşağıdaki aralıktadır.

$$\lambda_s = \frac{h_s}{3b_s} + \frac{h_{os}}{b_{os}} \approx 0.5 - 2.5 \quad h_{os} = (1-3)mm \quad (5)$$

(3) ve (4) denkliklerinden de görüleceği üzere oluk başına kaçak endüktans tamamıyla oluk geometrisine bağlıdır. Genel olarak $h_s/b_s < (5-6)$ oranı oluk kaçak endüktansını uygun değerlerde sınırlar. Statorunda S oluk bulunan bir makinada m faz sayısını göstermek üzere faz başına S/m adet oluk bulunacaktır. Bu durumda faz başına oluk kaçak endüktansı L_{sl} aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$L_{sl} = \frac{S}{m} L_{sls} = \frac{2}{m} \frac{pqm}{m} L_s I_s \quad (6)$$

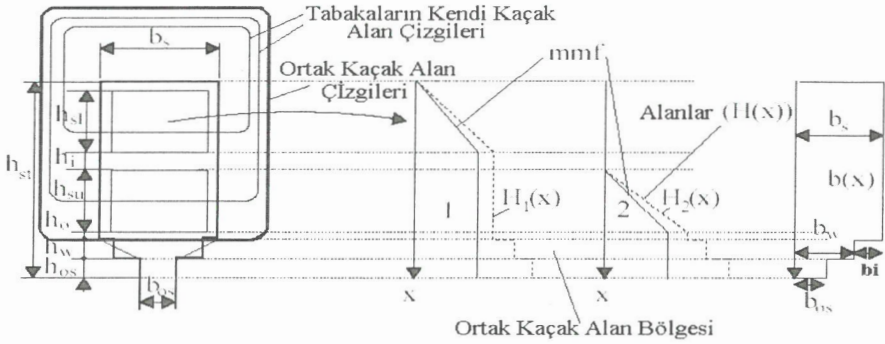
$$L_{sl} = 2 \mu_0 W_1^2 L_e \frac{\lambda_s}{pq} \quad (7)$$

Burada W_1 toplam faz sarım sayısını (sipir), p çift kutup sayısını, q kutup bölgesinde bir faza ait oluk sayısını göstermektedir.

3. DİKDÖRTGEN OLUK KAÇAK ENDÜKTANSI (ÇİFT TABAKALI SARIM)

Bobinlerin kısa adımlı olduğu kabul edildiğinde, oluk hacmindeki toplam manyetik enerji, L_{sls} kaçak endüktansını hesaplamak için kullanılır.

$$L_{sls} = \frac{2 L_e}{l^2} \int_0^{h_{st}} \mu_0 [H_1(x) + H_2(x)]^2 dx \cdot b(x) \quad (8)$$



Şekil 3. Çift Tabakalı Dikdörtgen Yarı Kapalı Oluk

$$H_1(x) + H_2(x) = \begin{cases} \frac{n_{cl} I}{b_s} \frac{x}{h_{st}}; & 0 < x < h_{st} \\ \frac{n_{cl} I}{b_s}; & h_{st} < x < h_{st} + h_i \\ \frac{n_{cl} I}{b_s} + \frac{n_{cu} I \cos \gamma_k}{b_s} \frac{(x - h_{st} - h_i)}{h_{su}}; & h_{st} + h_i < x < h_{st} + h_i + h_{su} \\ \frac{n_{cl} I}{b_i} + \frac{n_{cu} I \cos \gamma_k}{b_i}; & x > h_{st} + h_i + h_{su} \end{cases} \quad (9)$$

(9) ifadesindeki b_i , b_w veya b_{os}' ye eşittir. n_{cu} üst tabakanın sarım sayısı, n_{cl} alt tabakanın sarım sayısı, γ_k k'ncü oluğun alt ve üst tabakadaki bobinlerin akımları arasındaki faz farkıdır. Faz başına bütün olukların etkileri toplandığında faz başına oluk kaçak endüktansı L_{sl} ortalama olarak, tabakalardaki sarım sayıları eşit alınarak ($n_{cu}=n_{cl}=n_c$) aşağıdaki gibi elde edilir.

$$L_{sl} = \frac{\mu_0 (2n_c)^2 L_e}{4} \left[\frac{h_{sl} + h_{su} \cos^2 \gamma_k + \frac{h_{su}}{b_s} + \frac{h_{su} \cos \gamma_k + \frac{h_i}{b_s}}{b_s} + (1 + \cos \gamma)^2 \left(\frac{h_o}{b_s} + \frac{h_w}{b_w} + \frac{h_{os}}{b_{os}} \right)}{3b_s} \right] \quad (10)$$

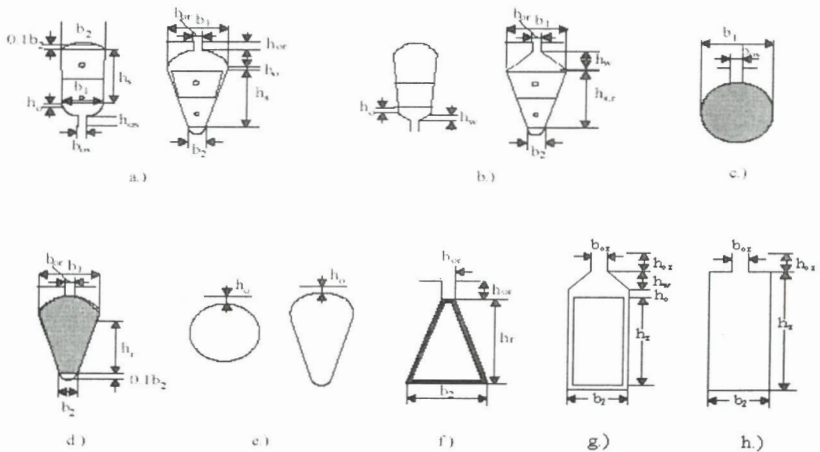
Yukarıdaki ifade tamamıyla iki tabakalı ve oluklarda eşit bobinlerin bulunması durumunda geçerlidir. Farklı sarım sayıları için $K = n_{cu}/n_{cl}$ olmak üzere $K \cos \gamma$ değeri $\cos \gamma$ ile yer değiştirilerek genel ifade elde edilir. Formüldeki 4 yerine de $(1 + K)^2$ konulur. Tam adımlı bobin için $(\cos \gamma_k = 1)$ olacaktır. Simetrik sargı halinde $h_{su} = h_{sl} = h_s'$ olacağından k' ıncı oluğa ait geometrik permeans ifadesi,

$$(\lambda_{sk})_{h_{so}=h_{sl}=h_s'}^{\gamma_k=0} = \frac{2h_s'}{3b_s} + \frac{h_i}{4b_s} + \frac{h_o}{b_s} + \frac{h_w}{b_w} + \frac{h_{os}}{b_{os}} \quad (11)$$

olarak elde edilir. Görüleceği üzere $h_i = h_o = h_w = 0$ ve $2h_s' = h_s$ alındığında (5) ifadesi elde edilir.

4. YUVARLAK OLUK KAÇAK ENDÜKTANSI (ÇİFT TABAKALI SARIM)

(1) ile verilen integralin yuvarlak köşeli veya tam daire şeklindeki oluklar için tam bir analitik çözüm vermemesinden dolayı tasarımlarda yaklaşık çözümler standart haline gelmiştir. Şekil 4' de gösterilen tipik yuvarlak oluklar için oluk permeansları aşağıdaki gibi verilebilir (Boldea, 2002; Nasar, 2002).



Şekil 4. Yuvarlak Tip Rotor Olukları

Şekil 4a' daki oluk tipi için permeans değeri,

$$\left. \begin{aligned} \lambda_{s,r} &\approx \frac{2 h_{s,r} K_1}{3(b_1 + b_2)} + \left(\frac{h_{os,r}}{b_{os,r}} + \frac{h_o}{b_1} - \frac{b_{os,r}}{2b_1} + 0.785 \right) K_2 \\ K_2 &\approx \frac{1 + 3\beta_y}{4}; & \frac{2}{3} \leq \beta_y \leq 1 \\ K_2 &\approx \frac{6\beta_y - 1}{4}; & \frac{1}{3} \leq \beta_y \leq \frac{2}{3} \\ K_2 &\approx \frac{3(2 - \beta_y) + 1}{4}; & 1 \leq \beta_y \leq 2 \\ K_1 &\approx \frac{1}{4} + \frac{3}{4} K_2 \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

Burada y bobin adımı, β kutup adımını göstermektedir.

Şekil 4b' deki oluk tipi için permeans değeri,

$$\lambda_{s,r} \approx \frac{2 h_{s,r} K_1}{3(b_1 + b_2)} + \left(\frac{h_{os,r}}{b_{os,r}} + \frac{h_o}{b_1} - \frac{3 h_w}{b_1 + 2 b_{os,r}} \right) K_2 \quad (13)$$

Şekil 4c' deki oluk tipi için permeans değeri,

$$\lambda_r = 0.785 - \frac{b_{or}}{2b_1} + \frac{h_{or}}{b_{or}} \approx 0.66 + \frac{h_{or}}{b_{or}} \quad (14)$$

Şekil 4d' deki oluk tipi için permeans değeri,

$$\lambda_r = \frac{h_r}{3b_1} \left(1 - \frac{\pi b_1^2}{8 A_b} \right)^2 + 0.66 - \frac{h_{or}}{2b_1} + \frac{h_{or}}{b_{or}} \quad (15)$$

A_b rotor çubuğu kesit alanıdır. Şekil 4c ve 4d' deki olukların kapalı olması durumunda ($h_o=0$, Şekil 4e) (14) ve (15) ifadelerindeki h_{or}/b_{or} terimi rotor akımına bağlı bir terim ile yer değiştirilebilir.

$$\frac{h_{or}}{b_{or}} \rightarrow \approx 0.3 + 1.12 h_{or} \frac{10^{-3}}{I_b^2}; \quad I_b > 5 b_1 10^3; \quad b_1 [m] \quad (16)$$

Burada I_b rotor akımıdır (A).

Şekil 4f' deki trapezoidal oluk için geometrik oluk permeansı yaklaşık olarak aşağıdaki şekildedir.

$$\lambda_r = \frac{1}{\pi} \left[\ln \frac{\left(\frac{b_2}{b_{or}} \right)^2 - 1}{4 \frac{b_2}{b_{or}}} + \frac{\left(\frac{b_2}{b_{or}} \right)^2 + 1}{\frac{b_2}{b_{or}}} \cdot \ln \frac{\left(\frac{b_2}{b_{or}} \right) - 1}{\left(\frac{b_2}{b_{or}} \right) + 1} \right] + \frac{h_{or}}{b_{or}} \quad (17)$$

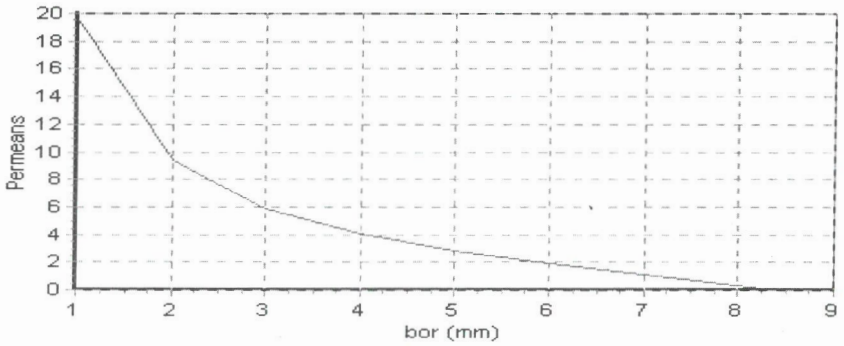
Şekil 4g' deki dikdörtgen oluk için permeans değeri aşağıdaki gibidir (Say, 1983).

$$\lambda_s = \frac{h_r}{3b_2} + \frac{2h_w}{b_2 + b_{or}} + \frac{h_o}{b_2} + \frac{h_{or}}{b_{or}} \quad (18)$$

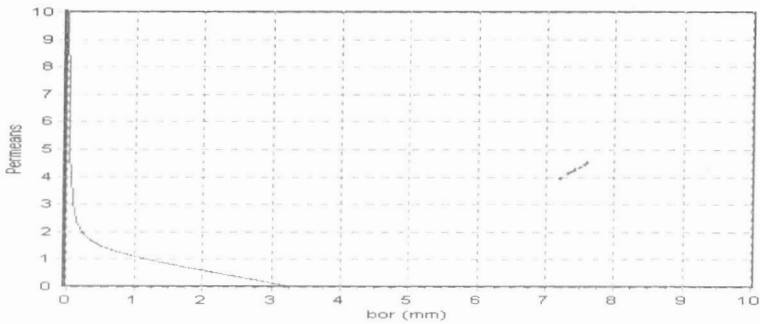
Şekil 4h' daki dikdörtgen oluk için permeans değeri aşağıdaki gibidir (Deshpande, 1990).

$$\lambda_s = \frac{h_r}{3b_2} + \frac{h_{or}}{b_{or}} \quad (19)$$

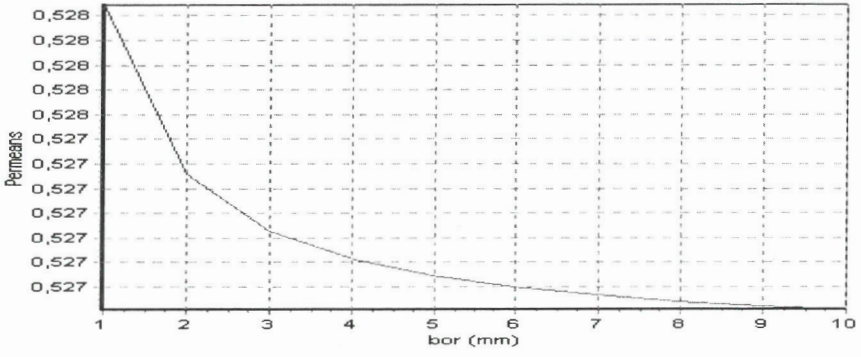
Şekil 5' de rotorda trapezoidal oluk için geometrik oluk permeansının b_{or} ile değişimi görülmektedir. Şekil 6' da ise Şekil 4a' daki oluk yapısı için permeans değişimi görülmektedir.



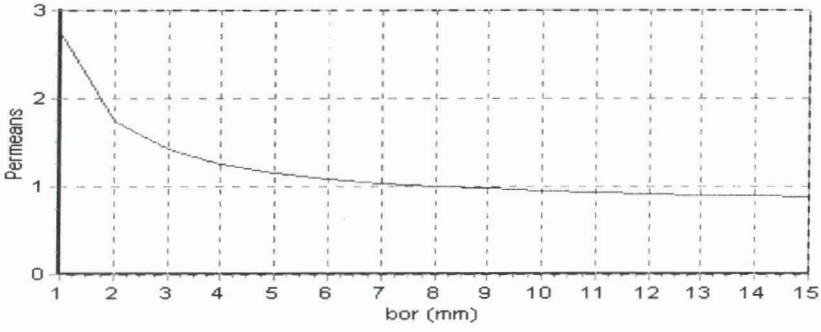
Şekil 5. Trapezoidal Oluk İçin Permeans Değişimi



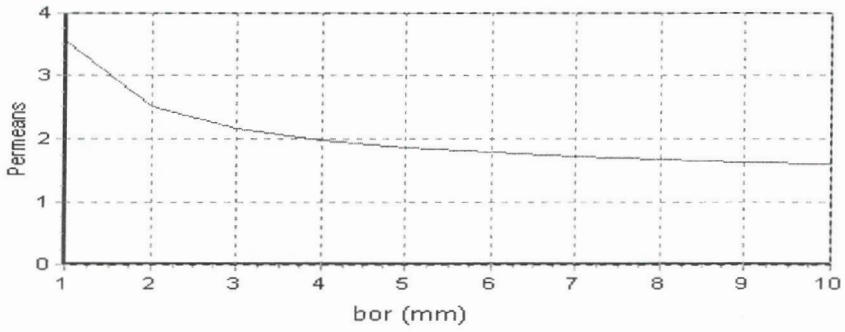
Şekil 6. Şekil 4a' daki Oluk İçin Permeans Değişimi



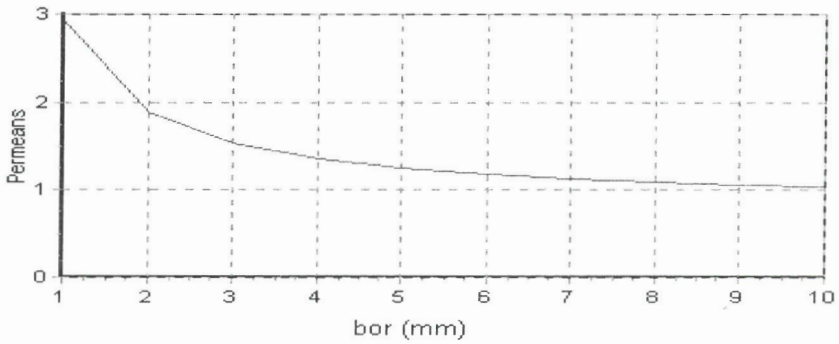
Şekil 7. Şekil 4b' deki Oluk İçin Permeans Değişimi



Şekil 8. Şekil 4d' deki Oluk İçin Permeans Değişimi



Şekil 9. Şekil 4g' deki Oluk İçin Permeans Değişimi



Şekil 10. Şekil 4h' deki Oluk İçin Permeans Değişimi

Sincap kafesli bir indüksiyon motorunun yol verme çalışma karakteristikleri rotor çubuklarının uygunca biçimlendirilmesi ile verilen bir uygulamaya uygun olacak şekilde uyarlanabilir (Gürdal, 2001).

Şekillerden de görüleceği üzere rotor oluk açıklıklarının 2 ile 4 mm aralığındaki değerleri en uygun permeans değerlerini vermektedir. 4 mm' nin üstündeki rotor oluk açıklıklarında permeans değerinin azaldığı görülmektedir. (4) ifadesinden de anlaşılacağı üzere oluk açıklığı arttıkça oluk başına kaçak endüktans değerinin azalması anlamına gelmektedir. Bu ise motor kayıplarının azalmasına, dolayısı ile motor veriminin artmasına neden olur. Ancak burada dikkat edilmesi gereken durum, rotor oluk açıklığı büyütüldüğünde diğer rotor oluk parametrelerini de (h_r , b_1 , b_2 , h_o , h_{os}) büyültmemiz gerekmektedir. Rotor oluk parametrelerinin değerlerinin artması rotor hacminin büyümesine ve motorun maliyetinin artmasına sebep olmaktadır.

Rotor oluk açıklığı 2 mm' nin altına düşürülür ise permeans değerlerinin ve buna bağlı olarak kaçak endüktans değerlerinin artmakta olduğu görülür. Bu ise motor kayıplarının artmasına ve verimin düşmesine neden olur.

Şekil 5-10 arasındaki b_{or} – permeans grafikleri incelendiğinde b_{or} parametresinin alabileceği optimum değerler için (2-4 mm) en düşük permeans değeri, dolayısıyla en az kaçak reaktans değerlerini verdiği görülür ve Şekil 4a ve Şekil 4b' deki rotor oluklarının en az kaçak reaktans değerlerine sahip olduğu gözükmektedir. Piyasadaki motorların rotor olukları incelendiğinde Şekil 4a' daki oluk geometrisinin daha çok kullanıldığı görülür. Dikdörtgen oluk tiplerine bakıldığında her iki rotor oluğunda da permeans değerlerinin Şekil 4a ve Şekil 4b' dekine göre daha yüksek olduğu görülür. Buda kaçak reaktansın daha fazla olması anlamına gelir. Trapezoidal tip oluk geometrisi ise en çok kaçak reaktansın meydana geldiği oluk tipidir.

Şekil 4e' deki yuvarlak rotor olukları özel uygulamalarda kullanılırlar (Chapman, 1991).

İncelemesini yaptığımız yuvarlak rotor oluk tiplerini yol alma momentleri bakımından karşılaştıracak olursak, en iyi momenti Şekil 4a ve Şekil 4b' deki rotor oluklarından alabiliriz. Çünkü her iki rotor oluğunun hem kaçak reaktansları oldukça düşük hem de rotor dirençleri diğer rotor oluklarının direnç değerlerine göre küçük olduğu için en yüksek moment değerleri bu iki rotor oluğunda elde edilir. En kötü moment değeri ise kaçak reaktans değerinin çok yüksek olması nedeniyle trapezoidal rotor oluğunda karşımıza çıkar.

Uygulamalarda 100 kW' ın altındaki makinalarda bu değerler tipik değerler olarak gözükmektedir.

5. SONUÇ VE TARTIŞMA

Asenkron makinalarda oluk kaçak endüktanslarının hesaplanması, oluk geometrik permeanslarının hesabının kolay olmaması sebebi ile oldukça zordur. Bu çalışmada asenkron makinaların tasarımında endüktans değerlerinin uygun aralıkta kalması için uygun oluk açıklık değerleri gösterilmiştir. Oluk kaçak endüktanslarının ve geometrik permeanslarının hesabı için, enerji ifadesinden yola çıkılarak pratik ifadeler verilmiştir. Bu pratik ifadeler kullanılarak sanayide en çok kullanılan oluk geometrileri kaçak reaktansları yönünden karşılaştırılmaları yapılmış ve her bir oluk geometrisi için grafikleri çizdirilmiştir. Motor gücü arttıkça motor parametrelerinin boyutlarının da artacağı kesindir. Bu parametrelerden biri olan rotor oluk ağız açıklığı değeri (b_{or}) 100kW' ın altındaki küçük güçlü asenkron motorlarda 2-4 mm olarak karşımıza çıkmaktadır. Bu açıklıklar arasında en büyük kaçak reaktans değeri trapezoidal olukta görülmektedir ki uygulamalarda sıkça karşımıza çıkmayan bir oluk tipidir. Küçük güçlü asenkron motorlarda en yaygın olarak kullanılan oluk geometrisi olan Şekil 4.a' daki oluğun en az kaçak reaktans değerine sahip olduğu ise açıkça görülmektedir.

KAYNAKLAR

- [1] Boldea, I., Nasar, A. S., 2002, "Induction Machines Handbook", CRC Press LLC, Washington, D.C., pp 133-159.
- [2] Say, M. G., 1983, "Alternating Current Machines", Longman Scientific & Technical, Singapore, pp 250-341.
- [3] Deshpande, M. V., 1990, "Design and Testing of Electrical Machines", Y. P. Chopra for A. H. Wheeler & Co. Ltd., Allahabad, pp 75-117.
- [4] Gürdal O., 2001, "Elektrik Makinalarının Tasarımı", Atlas Yayın Dağıtım, İstanbul, ss 97-158.
- [5] Chapman, S. J., 1991, "Electric Machinery Fundamentals", McGraw Hill, Singapore, pp 384-424.

