

Dikdörtgen Kesitli Viskoelastik Sikloid Çubukların Zorlanmış Titreşimi

Beytullah TEMEL¹, Timuçin Alp ASLAN^{*1}, Ahmad Reshad NOORI¹

¹Çukurova Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, Adana

Geliş tarihi: 03.01.2018

Kabul tarihi: 14.03.2018

Öz

Bu çalışmada, lineer elastik veya viskoelastik malzemeye sahip dikdörtgen kesitli sikloid çubukların burulma etkisindeki dinamik davranışı Tamamlayıcı Fonksiyonlar Yöntemi (TFY) ile Laplace uzayında incelenmiştir. Elde edilen adi diferansiyel denklemlerin sayısal çözümleri için 5. Derece Runge–Kutta (RK5) algoritması kullanılmıştır. Formülasyonda, kayma deformasyon ve sönüm etkileri göz önüne alınmıştır. Çubuk malzemesi homojen, izotrop, lineer elastik veya viskoelastik olarak kabul edilmiştir. Bununla beraber, viskoelastik durumda Kelvin tipi sönüm modeli kullanılmıştır. Laplace uzayında elde edilen çözümlerden zaman uzayına geçmek için uygun bir ters dönüşüm yöntemi kullanılmıştır. Bu amaçla dikdörtgen kesitli sikloid çubukların dinamik analizi için Fortran dilinde bir bilgisayar programı hazırlanmıştır. Hazırlanan bilgisayar programının sonuçları, ANSYS sonlu eleman paket programı kullanılarak hesaplanan sonuçlar ile karşılaştırılıp, bu yöntemin doğruluğu ve üstünlüğü gösterilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Sikloid çubuklar, Sönümlü zorlanmış titreşim, Tamamlayıcı fonksiyonlar yöntemi (TFY), Ters laplace

Forced Vibration of Viscoelastic Cycloidal Bars with Rectangular Cross-Sections

Abstract

In the present study, the dynamic response of cycloid bars with rectangular cross-sections subjected to torsional load is examined by the Complementary Functions Method (CFM) in the Laplace domain. The fifth-order Runge–Kutta (RK5) algorithm has been applied for the numerical solution of the obtained ordinary differential equations. Effects of shear deformation and damping are taken into consideration. Material of the rods is assumed to be homogenous, isotropic, linear elastic or visco-elastic. In visco-elastic modeling the Kelvin model is employed. The solutions obtained in the Laplace domain are transformed to the time domain by an appropriate inverse numerical Laplace transform method. A computer program is coded in Fortran for the forced vibration of the considered structures. Verification and exactness of the written program is performed by comparing the results of the present methods and results of ANSYS which is a finite element software.

Keywords: Cycloidal bars, Damped forced vibration, Complementary functions method (CFM), Inverse laplace

*Sorumlu yazar (Corresponding author): Timuçin Alp ASLAN, taslan@cu.edu.tr

1. GİRİŞ

Eğri eksenli çubuklar inşaat, makine ve otomotiv gibi birçok mühendislik alanlarında ve önemli endüstri kollarında yaygın bir yapı elemanı olarak kullanılmaktadır. Bu yapıların sönümlü ve sönümsüz dinamik davranışı önemli bir mühendislik problemi olarak güncelliğini korumaktadır. Eğri eksenli çubukların dinamik davranışları, literatürdeki birçok çalışmada incelenmesine rağmen, sikloid çubuklar ile ilgili araştırmalar çok sınırlı sayıdadır.

Haktanır [1], elastik izotrop malzemeye sahip düzlemsel çubukların statik davranışını TFY'ye dayalı rijitlik matrisi yöntemiyle incelemiştir. Elde ettiği denklemlerin çözümünde Runge-Kutta 4 (RK4) algoritmasını kullanmıştır. Bayhan [2], daire eksenli çubuk sistemlerin statik yükler altındaki davranışlarını Taşıma ve Rijitlik Matrisi yöntemi ile incelemiştir. Bozkurt [3], eğri eksenli çubukların statik yükler altındaki davranışını TFY'yi kullanarak araştırmıştır. Aslan ve arkadaşları [4] eğri eksenli çubukların statik yükler altında davranışını idare eden temel denklemleri özetlemiş, kanonik formda elde edilen birinci mertebeden adi diferansiyel denklem takımlarının çözümlerini TFY ile yapmışlardır. Tüfekçi ve Arpacı [5], düzlem içinde yüklü dairesel kemerlerin serbest titreşimi için etkin bir çözüm metodu önermişlerdir. Eroğlu [6], düzlemsel eğri eksenli çubukların düzlem içi ve düzlem dışı statik ve dinamik davranışlarını incelemek için yeni bir sonlu eleman yöntemi sunmuştur. Büyüközden [7], düzlemine dik yüklü sikloid eksenli çubukların başlangıç değerleri metoduyla statik hesabını araştırmıştır. Tüfekçi ve Doğruer [8], üniform kesitli dairesel kemerlerin düzlem dışı serbest titreşimini incelemiştir. Dönmez [9], değişken kesitli eğri eksenli çubukların düzlem içi ve düzlem dışı dinamik davranışlarını, eksenel uzama, kayma deformasyonu ve dönme eylemsizliği etkilerini göz önünde bulundurarak incelemiş ve çubukların diferansiyel denklem takımının yaklaşık çözümü için uygulanabilecek alternatif bir yöntem sunmuştur. Wu ve Chen [10], dairesel kesitli eğri eksenli yatay çubukların düzlem dışı

serbest titreşimini çalışmışlardır. Kawakami ve arkadaşları [11], eğri eksenli ve değişken kesitli yatay kirişlerin düzlem içi ve düzlem dışı serbest titreşimleri için yaklaşık bir analiz yöntemi sunmuşlardır. Doğruer [12], eğri eksenli düzlemsel çubukların düzlem dışı statik ve dinamik problemlerini, başlangıç değerler yöntemi ile kayma deformasyonu ve hem eğilme hem de burulma dönme eylemsizliği etkilerini de dikkate alarak etkin bir çözüm metodu ile çözmüştür. Manolis ve Beskos [13] ve Beskos ve Narayanan [14], doğru eksenli çubukların Laplace uzayında dinamik analizini incelemiştir. Huang ve arkadaşları [15], dairesel kemerlerin dinamik analizini dinamik rijitlik matrisi ve Laplace dönüşümü ile araştırmışlardır. Çalım [16], izotropik, anizotropik ve elastik viskoelastik malzemeden yapılmış silindirik helisel çubukların zamanla değişen yükler altında dinamik davranışını Laplace uzayında teorik olarak incelemiştir. Çözümlerde, Kelvin tipi sönüm modelini uygulamıştır. Kırac [17], zamanla değişen yükler altında doğru eksenli kompozit çubukların dinamik davranışını Laplace uzayında teorik olarak incelemiştir. Serbest titreşimi, zorlanmış titreşimin özel hali olarak ele almıştır. Akkurt [18], elastik zemine oturan doğru ve daire eksenli Timoshenko çubuklarının dinamik davranışını Laplace uzayında TFY yardımıyla teorik olarak incelemiştir. Karaca [19], düzlemi içinde ve düzlemine dik yüklü daire eksenli Timoshenko çubukların statik ve dinamik analizlerini teorik olarak incelemiştir. Temel ve arkadaşları [20], izotropik ve elastik malzemeden yapılmış olan eğri eksenli düzlemsel çubukların zorlanmış titreşimini TFY yardımıyla Laplace uzayında araştırmışlardır. Aslan [21], düzlemi içinde ve düzlemine dik yüklü eğri eksenli çubukların statik ve dinamik yükler altında davranışını Laplace uzayında TFY ile analiz etmiştir. Diferansiyel denklemlerin sayısal çözümleri için RK5 yöntemini kullanmıştır. Noori ve arkadaşları [22], düzlem içi dinamik yükler etkisindeki homojen, izotrop ve elastik kademeli dairesel kemerlerin zorlanmış titreşimini Laplace uzayında irdelemiştir. Aslan ve arkadaşları [23], düzlem dışı yüklü elastik kademeli

çubukların zorlanmış titreşimini TFY'ye dayanarak Laplace uzayında incelemiştir.

Yapılan araştırmalara göre, eğri eksenli düzlemsel yapı elemanların statik ve dinamik yüklemeler altındaki çözümlerinin farklı yöntemlerle birçok çalışmada ele alındığı görülmüştür. Ancak sikloid çubukların statik ve dinamik davranışı ile ilgili çok kısıtlı sayıda çalışma bulunmaktadır. Yazarların bilgisine göre, sikloid çubukların zamana bağlı dinamik yüklemeler altındaki zorlanmış titreşim davranışını TFY ile Laplace uzayında inceleyen herhangi bir çalışmaya rastlanılmamıştır. Sikloid çubukların sönümlü ve sönümsüz zorlanmış titreşimi, ilk defa bu çalışmada Laplace dönüşüm metodu ve TFY ile analiz edilmiştir. Bu araştırmada Laplace uzayında elde edilen çözümlerden zaman uzayına geçmek için Durbin'in modifiye edilmiş ters Laplace metodu kullanılmıştır. Bu yöntemle bulunan çözümlerin doğruluğu, ANSYS sonuçları ile karşılaştırılarak gösterilmiştir.

2. MATERYAL VE METOT

Düzlem dışı yükler altında sikloid çubukların davranışını idare eden adi diferansiyel denklemler Eşitlik 1-7'de verilmektedir.

$$\frac{\partial U_b}{\partial \phi} = -r\Omega_n + r \frac{T_b \alpha_b}{GA} \quad (1)$$

$$\frac{\partial \Omega_t}{\partial \phi} = \Omega_n + r \frac{M_t}{GI_t} \quad (2)$$

$$\frac{\partial \Omega_n}{\partial \phi} = -\Omega_t + r \frac{M_n}{EI_n} \quad (3)$$

$$\frac{\partial T_b}{\partial \phi} = r\rho A \frac{\partial^2 U_b}{\partial t^2} - rp_b \quad (4)$$

$$\frac{\partial M_t}{\partial \phi} = r\rho I_t \frac{\partial^2 \Omega_t}{\partial t^2} + M_n - rm_t \quad (5)$$

$$\frac{\partial M_n}{\partial \phi} = r\rho I_n \frac{\partial^2 \Omega_n}{\partial t^2} - M_t + rT_b - rm_n \quad (6)$$

$$A = bh ; I_n(\phi) = \frac{bh^3}{12} ; I_t = \beta bh^3 \quad (7)$$

Burada, E elastisite modülü, ρ kütsel yoğunluk, b kesit genişliği, h kesit yüksekliği, A kesit alanı, I_n eğilme atalet momenti, α_b kayma faktörü, r çubuğun eğrilik yarıçapı, p_b üniform yayılı yük, m_t yayılı burulma momenti, m_n yayılı eğilme momenti ve I_t burulma atalet momentini göstermektedir.

Sikloid çubukların zorlanmış titreşim durumu için, $\{Y(\phi, t)\}$ kolon matrisi Eşitlik 8'deki gibi elde edilir.

$$\{Y(\phi, t)\} = \{U_b, \Omega_t, \Omega_n, T_b, M_t, M_n\}^T \quad (8)$$

Zamana bağlı bir $f(t)$ fonksiyonunun Laplace dönüşümü $\bar{F}(s)$ 'ise,

$$L[f(t)] = \bar{F}(s) = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st} dt \quad (9)$$

şeklinde Eşitlik 9'da verilmektedir. Burada s , Laplace dönüşüm parametresini göstermektedir. Zamana bağlı birinci ve ikinci mertebeden türevleri Laplace dönüşümleri kapalı olarak eşitlik 10 ve 11'deki gibi ifade edilmektedir.

$$L\left[\dot{f}(t)\right] = s\bar{F}(s) - f(0) \quad (10)$$

$$L\left[\ddot{f}(t)\right] = s^2\bar{F}(s) - sf(0) - \dot{f}(0) \quad (11)$$

Burada $f(0)$ başlangıç yer değiştirmesi ve $\dot{f}(0)$ başlangıç hızı olup, bu çalışmada sıfır olarak alınmaktadır.

Viskoelastik malzeme durumunda Kelvin tipi sönüm modeli kullanılmıştır [24]. Viskoelastik malzeme modeli için bünye ifadesi Eşitlik 12'de verilmektedir.

$$S_{ij} = 2G \left(e_{ij} + g \frac{de_{ij}}{dt} \right) \quad (12)$$

Burada G , kayma modülü, g malzemenin viskoz sönüm oranıdır. Deviatorik gerilme tansörü, S_{ij} ve deviatorik şekil değiştirme tansörü, e_{ij} ; gerilme ve şekil değiştirme tansörünün deviatorik bileşenleri ise σ_{ij} ve ε_{ij} simgeleri ile tanımlanır.

$$S_{ij} = \sigma_{ij} - \delta_{ij} \frac{1}{3} \sigma_{kk}; \quad e_{ij} = \varepsilon_{ij} - \delta_{ij} \frac{1}{3} \varepsilon_{kk} \quad (13)$$

Eşitlik 14’de δ_{ij} , Kronecker delta birim matrisin bileşenlerini göstermektedir. Viskoelastik çözümlerde elastik sabitler, elastik-viskoelastik analogisi yardımıyla, Laplace uzayında kompleks karşılıkları ile değiştirilmektedir (Temel ve arkadaşları [25]).

$$E_v = E(1 + gs); \quad G_v = G(1 + gs) \quad (14)$$

Burada E_v ve G_v , viskoelastik malzeme sabitleri, s ise Laplace dönüşüm parametresidir.

Hareketli koordinat takımında elde edilen Eşitlik 1-6 denklemlerinin Eşitlik 9-11 tarifleri yardımıyla Laplace dönüşümü alınır, kısmi diferansiyel denklemler adi diferansiyel denklem takımı haline dönüşmektedir. Böylece, Laplace uzayında sabit kesitli viskoelastik sikloid çubukların dinamik davranışını idare eden adi diferansiyel denklem takımı, kanonik formda aşağıdaki şekilde elde edilmektedir.

$$\frac{d\bar{U}_b}{d\phi} = -r\bar{\Omega}_n + r \frac{\bar{T}_b \alpha_b}{G_v A} \quad (15)$$

$$\frac{d\bar{\Omega}_t}{d\phi} = \bar{\Omega}_n + r \frac{\bar{M}_t}{G_v I_t} \quad (16)$$

$$\frac{d\bar{\Omega}_n}{d\phi} = -\bar{\Omega}_t + r \frac{\bar{M}_n}{E_v I_n} \quad (17)$$

$$\frac{d\bar{T}_b}{d\phi} = rs^2 \rho A \bar{U}_b - r \bar{p}_b \quad (18)$$

$$\frac{d\bar{M}_t}{d\phi} = rs^2 \rho I_t \bar{\Omega}_t + \bar{M}_n - r \bar{m}_t \quad (19)$$

$$\frac{d\bar{M}_n}{d\phi} = rs^2 \rho I_n \bar{\Omega}_n - \bar{M}_t + r \bar{T}_b - r \bar{m}_n \quad (20)$$

Burada ($\bar{\quad}$) ile gösterilen ifadeler büyüklüklerin Laplace dönüşümünü göstermektedir.

$$\begin{aligned} L \left[\rho A \frac{\partial^2 U_b}{\partial t^2} \right] &= \rho A \left[s^2 \bar{U}_b - s U_b(\phi, 0) - \frac{\partial U_b(\phi, 0)}{\partial t} \right] \\ L \left[\rho I_t \frac{\partial^2 \Omega_t}{\partial t^2} \right] &= \rho I_t \left[s^2 \bar{\Omega}_t - s \Omega_t(\phi, 0) - \frac{\partial \Omega_t(\phi, 0)}{\partial t} \right] \\ L \left[\rho I_n \frac{\partial^2 \Omega_n}{\partial t^2} \right] &= \rho I_n \left[s^2 \bar{\Omega}_n - s \Omega_n(\phi, 0) - \frac{\partial \Omega_n(\phi, 0)}{\partial t} \right] \end{aligned} \quad (21)$$

Elde edilen eşitliğin sağ tarafındaki ikinci ve üçüncü terimler $t=0$ anında verilen başlangıç şartları olup, bu terimler sıfır olarak alınmıştır.

Laplace uzayında elde edilen birinci mertebeden 6 adet adi diferansiyel denklem takımı, matris formunda Eşitlik 22’deki gibi ifade edilebilir.

$$\frac{d\{\bar{Y}(\phi, s)\}}{d\phi} = [\bar{A}(\phi, s)] \{\bar{Y}(\phi, s)\} + \{\bar{F}(\phi, s)\} \quad (22)$$

Burada ϕ , bağımsız değişken ve s ise Laplace parametresidir. Sikloid çubuklarının durum vektörü aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır.

$$\{\bar{Y}(\phi, s)\} = [\bar{U}_b(\phi, s), \bar{\Omega}_t(\phi, s), \bar{\Omega}_n(\phi, s), \bar{T}_b(\phi, s), \bar{M}_t(\phi, s), \bar{M}_n(\phi, s)]^T \quad (23)$$

Eşitlik 22’nin denkleminin çözümü, başlangıç şartları yardımıyla TFY ile yapılmaktadır. Bu yöntem, sınır değer problemini başlangıç değer problemine indirgemektedir. Denklemin genel çözümü ise (Eşitlik 24),

$$\{Y(\phi, s)\} = \sum_{m=1}^n C_m [\bar{U}^{(m)}(\phi, s)] + \{\bar{V}(\phi, s)\} \quad (24)$$

şeklinindedir. $[U^{(m)}(\phi, s)]$ m ’inci bileşenine 1, diğerlerine sıfır değeri verilerek elde edilen homojen çözümdür. $\{V(\phi, s)\}$ ise, başlangıç şartları sıfır alınarak elde edilen özel çözümdür. Burada C_m integrasyon sabiti sınır şartlarından elde edilmektedir.

3. SAYISAL UYGULAMALAR

Bu çalışmada, lineer elastik veya viskoelastik malzemeden yapılmış sikloid çubukların zamana bağlı yükler altındaki dinamik analizini yapan FORTRAN dilinde bir bilgisayar programı hazırlanmıştır. Programda TFY'ne dayalı başlangıç değer probleminin çözümü için RK5 algoritması uygulanmıştır. Laplace uzayından zaman uzayına dönüşüm için Durbin [26] ve Temel [27], tarafından verilen Durbin'in modifiye edilmiş ters Laplace metodu kullanılmıştır.

İki ucu ankastre mesnetli ve ortasında tekil burulma ($M_{t0} = 1$ kgf-cm) ile yüklü bir sikloid çubuk göz önüne alınmıştır. Malzeme özellikleri şunlardır: kütsel yoğunluk, $\rho = 7850 \times 10^{-6}$ kg/cm³; Poisson oranı, $\nu = 0,3$ ve elastisite modülü $E = 2,1 \times 10^6$ kgf/cm². Üç farklı dinamik yükleme altında sistemin zorlanmış titreşimi incelenmiştir.

Kanonik formda elde edilen denklemleri, (Eşitlik 15-20) TFY yardımıyla Laplace uzayında çözülmüştür. Çözümler, ANSYS sonuçları ile grafik üzerinde karşılaştırılmıştır. Burada burulma ve eğilme rijitliği ile kesit alanı aşağıdaki gibidir.

$$GI_t = G\beta bh^3; EI_n = E \frac{bh^3}{12}; A = bh$$

Sikloidal çubuğun eğrilik yarıçapı değişimi Eşitlik 25'teki gibidir.

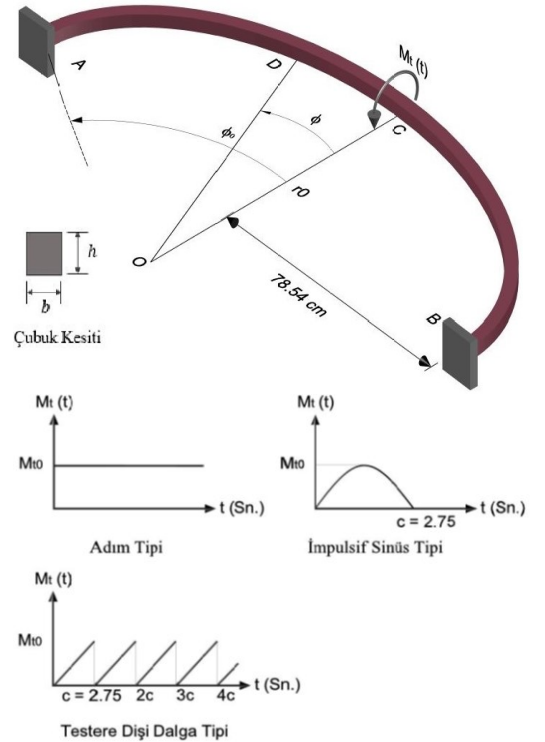
$$r = r_0 \cos(\phi) \quad (25)$$

Burada r_0 , C noktasının eğrilik yarıçapıdır. Sikloid merkezinin dairesel yarıçapı ile a aralarında $r_0 = 4a$ gibi bir bağıntı vardır. Simetri noktası ve ankastre ucun sınır şartları da aşağıdaki gibidir.

$$\phi = 0 \rightarrow \begin{cases} \Omega_n = 0 \\ T_b = 0 \\ M_t = M_{t0}/2 \end{cases} \quad \phi = \phi_0 \rightarrow \begin{cases} U_b = 0 \\ \Omega_t = 0 \\ \Omega_n = 0 \end{cases}$$

Çubuğun geometrik özellikleri:

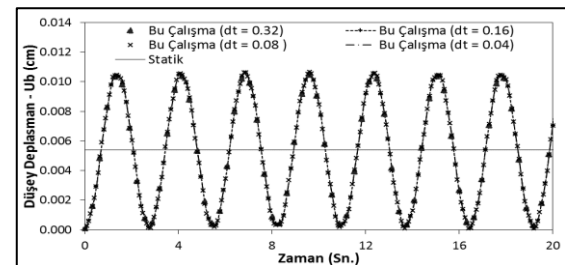
$$b = 1 \text{ cm}; h = 1 \text{ cm}; A = 1 \text{ cm}^2; \beta = 0,141; \\ I_t = 0,141 \text{ cm}^4; I_n = 0,08333 \text{ cm}^4; a = 25 \text{ cm}; \\ r_0 = 100 \text{ cm}; \phi_0 = \pi/2; \alpha_b = 1,20$$



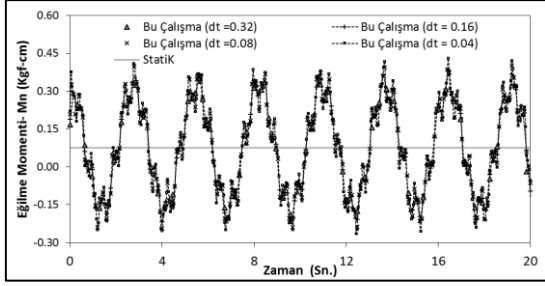
Şekil 1. Sikloid eksenli çubuk ve dinamik yük fonksiyonları

3.1. Elastik Malzeme Durumu

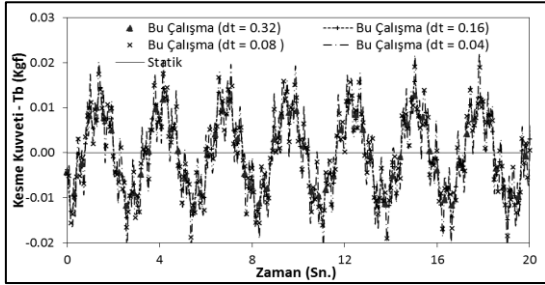
Elastik malzeme durumu için adım tipi yükleme altındaki sistemin bu çalışmada yapılan çözümleri sırasıyla 64, 128, 256 ve 512 adımlar için Şekil 2-5'te verilmiştir.



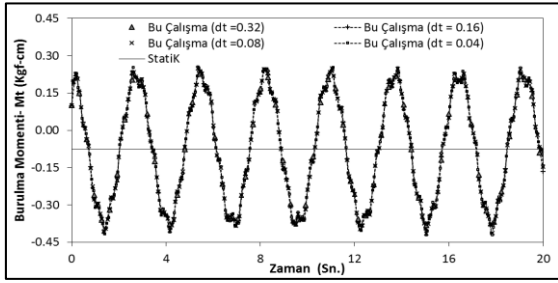
Şekil 2. Adım tipi yükleme için sikloid çubuğun ortasındaki düşey deplasman



Şekil 3. Adım tipi yükleme için sikloid çubuğun ortasındaki eğilme momenti



Şekil 4. Adım tipi yükleme için sikloid çubuğun ankastre ucundaki kesme kuvveti



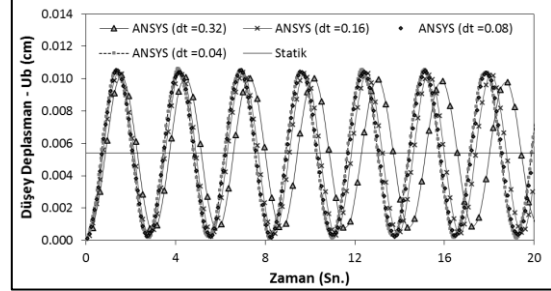
Şekil 5. Adım tipi yükleme için sikloid çubuğun ankastre ucundaki burulma momenti

Grafiklerden görüldüğü üzere, dinamik yükleme altında farklı zaman artım miktarları için bu çalışmada bulunan bütün çözümler birbirleri ile üst üste çakışmaktadır.

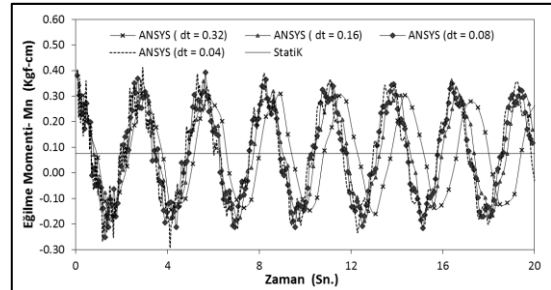
ANSYS çözümlerinde Timoshenko kiriş teorisine dayanan, her düğümünde 3 serbestlik derecesi bulunan uygun bir kuadratik eleman kullanılmıştır.

Ayrıca, sistemin adım tipi yük altındaki çözümleri yapılmış olup, simetri noktasının düşey deplasmanı ve eğilme momenti ile birlikte ankastre mesnedin

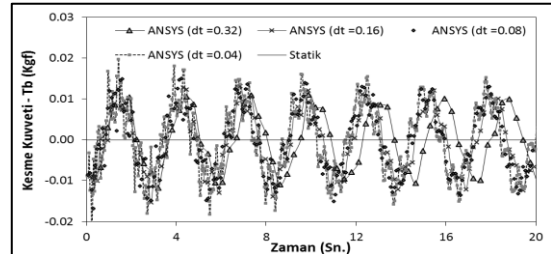
kesme kuvveti ve burulma momentinin zamanla değişimleri Şekil 6-9'da gösterilmiştir.



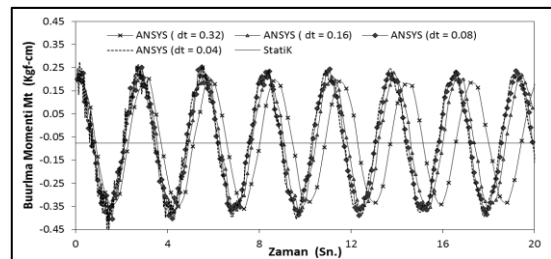
Şekil 6. Adım tipi yükleme için sikloid çubuğun ortasındaki düşey deplasman



Şekil 7. Adım tipi yükleme için sikloid çubuğun ortasındaki eğilme momenti



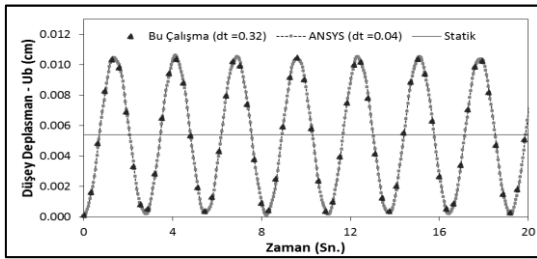
Şekil 8. Adım tipi yükleme için sikloid çubuğun ankastre ucundaki kesme kuvveti



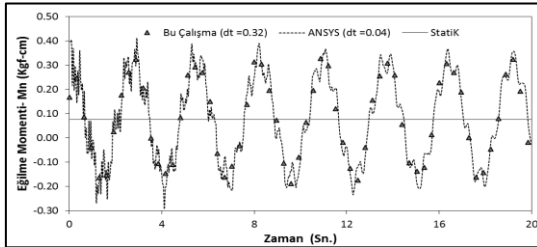
Şekil 9. Adım tipi yükleme için sikloid çubuğun ankastre ucundaki burulma momenti

Bu çalışmada bulunan çözümlerin doğruluğu zaman artım miktarlarından bağımsızdır. Bu yüzden, kaba zaman artımı ve az sayıda Laplace parametresi için elde edilen sonuçlar ile daha hassas bir zaman artım miktarı ve fazla sayıda Laplace parametresi kullanılarak elde edilen sonuçlar örtüşmektedir. Bu özellik, önerilen metodun etkinliğini ve üstünlüğünü göstermektedir.

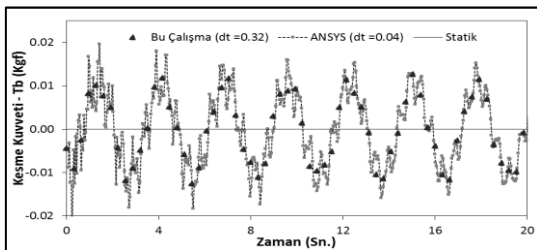
Geleneksel adım adım integrasyon yöntemlerinin doğruluğu, zaman artım miktarının doğru seçilmesine bağlıdır. Güvenilir sonuçların elde edilebilmesi için daha hassas bir zaman artımı seçilmelidir. İki yöntemin sonuçları Şekil 10-13'te karşılaştırılmıştır.



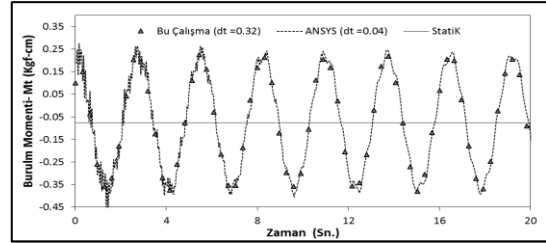
Şekil 10. Adım tipi yükleme için sikloid çubuğun ortasındaki düşey deplasman



Şekil 11. Adım tipi yükleme için sikloid çubuğun ortasındaki eğilme momenti



Şekil 12. Adım tipi yükleme için sikloid çubuğun ankastre ucundaki kesme kuvveti

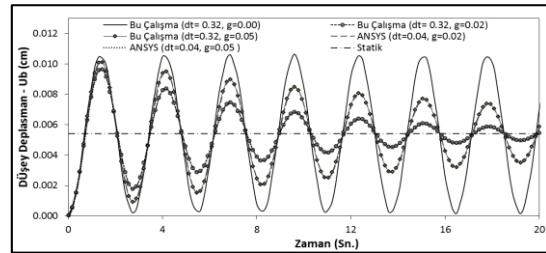


Şekil 13. Adım tipi yükleme için sikloid çubuğun ankastre ucundaki burulma momenti

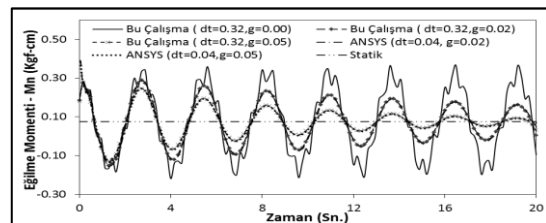
3.2. Viskoelastik Malzeme Durumu

Bu bölümde, çeşitli viskoz sönüm oranları ($g=0$, $g=0,02$ ve $g=0,05$) için adım tipi yük etkisindeki sikloid çubuğun viskoelastik analizleri bu çalışmada önerilen yöntem ve ANSYS ile yapılmış olup, karşılaştırmalar Şekil 14-17'de gösterilmiştir. Grafikler incelendiğinde, Laplace uzayında kaba zaman artımı (0,32 sn) kullanılarak elde edilen deplasman, eğilme momenti, kesme kuvveti ve burulma momenti değerleri ile, çok sık zaman artımı (0,04 sn) alınarak ANSYS programından elde edilen sonuçların birbiri ile örtüştüğü görülmektedir.

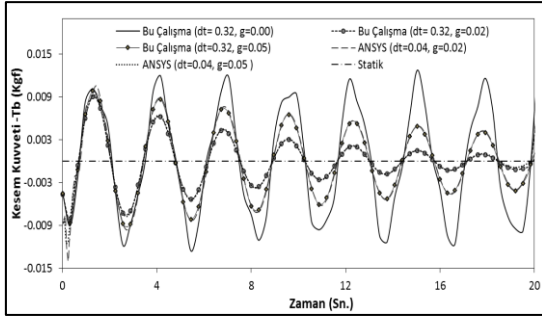
Sönüm oranları arttıkça viskoelastik salınımın genlikleri küçülerek statik değere yaklaşmaktadır.



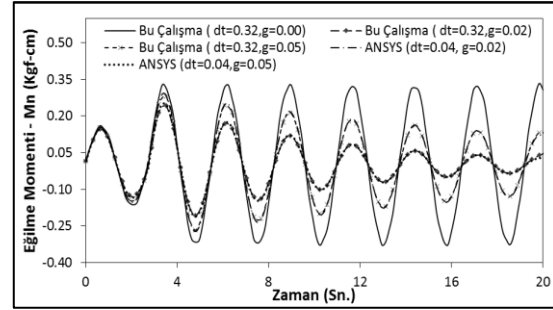
Şekil 14. Adım tipi yükleme için sikloid çubuğun ortasındaki düşey deplasman



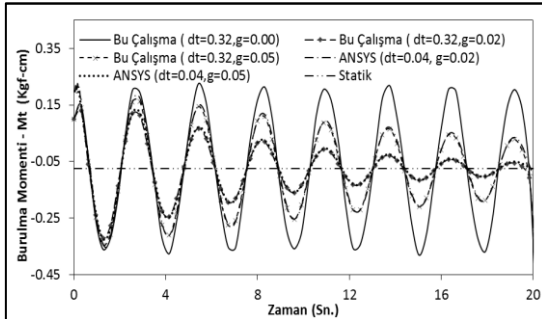
Şekil 15. Adım tipi yükleme için sikloid çubuğun ortasındaki eğilme momenti



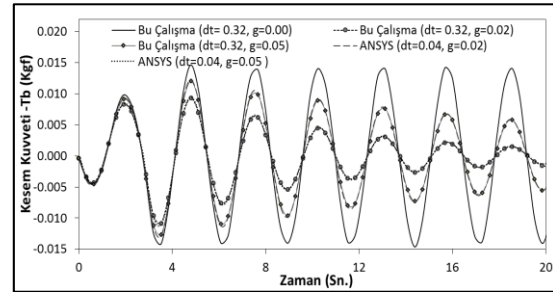
Şekil 16. Adım tipi yükleme için sikloid çubuğun ankastre ucundaki kesme kuvveti



Şekil 19. İmpulsif sinüs tipi yükleme için sikloid çubuğun ortasındaki eğilme momenti

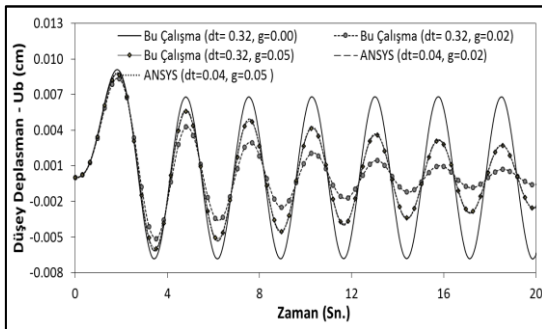


Şekil 17. Adım tipi yükleme için sikloid çubuğun ankastre ucundaki burulma momenti

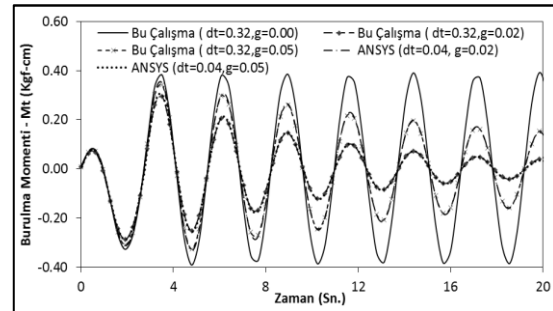


Şekil 20. İmpulsif sinüs tipi yükleme için sikloid çubuğun ankastre ucundaki kesme kuvveti

Ayrıca, sikloid çubukların sönümlü ve sönümsüz davranışları impulsif sinüs yük fonksiyonu için incelenmiştir. Çeşitli sönüm oranları ($g=0$, $g=0,02$ ve $g=0,05$) için viskoelastik çözümler, ANSYS sonuçları ile karşılaştırılmış ve grafik formunda Şekil 18-21'de sunulmuştur. Sönüm oranları arttıkça titreşim genlikleri statik değere daha çabuk yaklaşmaktadır.



Şekil 18. İmpulsif sinüs tipi yükleme için sikloid çubuğun ortasındaki düşey deplasman



Şekil 21. İmpulsif sinüs tipi yükleme için sikloid çubuğun ankastre ucundaki burulma momenti

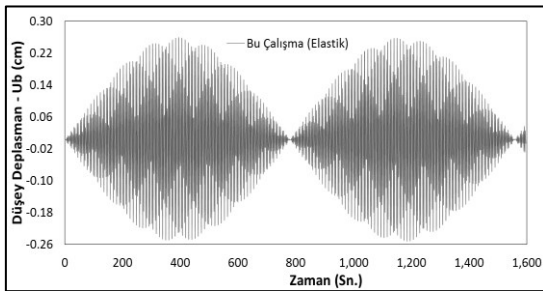
Sinüzoidal yük altında da, bu çalışmada kaba zaman artımı (0,32 sn) için bulunan değerlerin, sık zaman artımı (0,08 sn) için elde edilen ANSYS sonuçları ile örtüştüğü görülmektedir.

Viskoelastik malzeme durumunda deplasman ve kesit tesirlerinin salınım genlikleri zaman ilerledikçe statik değere yaklaşmaktadır.

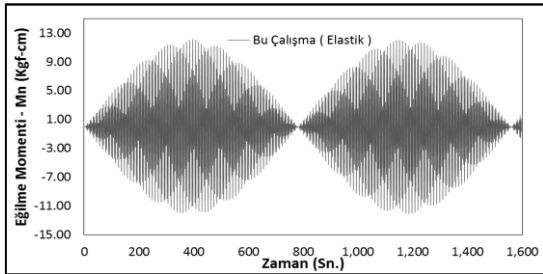
3.3. Dalga Tipi Yükleme için Vuruş Olayı

Son olarak, testere dişi şeklindeki dalga tipi yükün sikloid çubuğun elastik davranışına etkisi incelenmiştir.

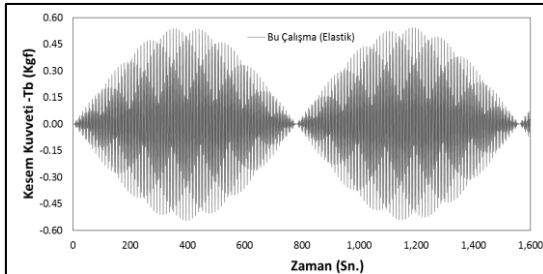
Testere dişi periyodik yükün frekansı, yapının doğal titreşim frekansına oldukça yakın olduğu için, Şekil 22-25’de görüldüğü üzere, vuruş olayı gözlemlenmiştir.



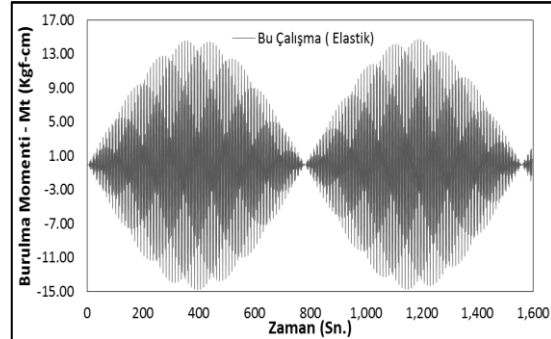
Şekil 22. Testere dişi dalga tipi yükleme için sikloid çubuğun ortasındaki düşey deplasman



Şekil 23. Testere dişi dalga tipi yükleme için sikloid çubuğun ortasındaki eğilme momenti



Şekil 24. Testere dişi dalga tipi yükleme için sikloid çubuğun ankastre ucundaki kesme kuvveti



Şekil 25. Testere dişi dalga tipi yükleme için sikloid çubuğun ankastre ucundaki burulma momenti

4. SONUÇLAR

Bu çalışmada, farklı tip dinamik yükler altında sikloid çubukların sönümlü ve sönümsüz zorlanmış titreşimleri ele alınmıştır. Bu tür çubukların dinamik davranışları Laplace uzayında TFY yardımıyla araştırılmıştır. TFY’ye dayalı başlangıç değer probleminin çözümleri için 5. mertebe RK5 algoritması kullanılmıştır. Laplace uzayında elde edilen lineer cebrik denklem takımı, bir dizi Laplace parametresi için çözülmüş ve zaman uzayına geçmek için güçlü bir ters dönüşüm algoritmasından yararlanılmıştır. Viskoelastik malzeme durumunda Kelvin sönüm modeli uygulanmıştır.

Kaba zaman artım miktarları kullanılarak bu çalışmadan elde edilen sonuçların, daha hassas zaman artım miktarları için ANSYS çözümleri ile örtüştüğü görülmüştür.

Dalga tipi periyodik yükün frekansının, yapının birinci doğal titreşim frekansına çok yakın ancak eşit olmaması durumunda vuruş olayı meydana gelmektedir. Bu gibi durumlarda, küçük şiddette periyodik yükler altında bile, çok büyük genlikler ortaya çıkmaktadır.

Sonuç olarak; bu çalışmada önerilen yöntemin, adım adım zaman integrasyon yöntemlerine göre daha etkin ve üstün olduğu örnekler üzerinde gösterilmiştir.

5. KAYNAKLAR

1. Haktanır, V., 1994. A New Method for the Element Stiffness Matrix of Arbitrary Planar Bars. *Computer and Structures*, 52(4), 679-691.
2. Bayhan, S., 1993. Daire Eksenli Düzlemsel Çubukların Taşıma ve Rijitlik Matrisi ile Analizi. Yüksek Lisans Tezi, Çukurova Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, 193, Adana.
3. Bozkurt, M., 1995. Silindirik Tonozlar Daire ve Helisel Eksenli Taşıyıcı Sistemlerin Tamamlayıcı Fonksiyonlar Yöntemi ile Analizi -Mathematica Uygulamaları-. Yüksek Lisans Tezi, Çukurova Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, 213, Adana.
4. Aslan, T.A., Noori, A.R., Temel, B., 2017. Forced Vibration of out of Plane Loaded Stepped Circular Rods. *International Conference on Civil and Environmental Engineering*, 2062-2074.
5. Tüfekçi, E., Arpacı, A., 1998. Exact Solution of in-Plane Vibrations of Circular Arches with Account Taken of Axial Extension, Transverse Shear And Rotatory Inertia Effects. *Journal of Sound and Vibration*, 209(5), 845-856.
6. Eroğlu, U., 2014. Eğri Eksenli Çubukların Analizi için Kesin Çözüm Yöntemi ile Sonlu Eleman Formülasyonu. Yüksek Lisans Tezi, İstanbul Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, 115, İstanbul.
7. Büyüközden, S., 1997. Düzlemine Dik Yüklü Sikloid Eksenli Çubukların Başlangıç Değerleri Metoduyla Statik Hesabı. Yüksek Lisans Tezi, İstanbul Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, 45, İstanbul.
8. Tüfekçi, E., Doğruer, O., 2006. Out of Plane Free Vibration of A Circular Arch With Uniform Cross-Section: Exact Solution. *Journal of Sound and Vibration*, 291, 525-538.
9. Dönmez, C.H., 2012. Değişken Kesitli Eğri Eksenli Çubukların Titreşimlerinin Teorik ve Deneysel Analizi. Yüksek Lisans Tezi, İstanbul Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul, 104.
10. Wu, J.S., Chen, Y.C., 2011. Out-of-Plane Free Vibration Analysis of A Horizontally Circular Curved Beam Carrying Arbitrary Sets of Concentrated Elements. *Journal of Structural Engineering*, 10.1061, ASCE_ST.1943-541X.0000290.
11. Kawakami, M., Sakiyama, T., Matsuda, H., Morita, C., 1995. In-Plane and Out-of-Plane Free Vibrations of Curved Beams With Variable Cross-Sections. *Journal of Sound and Vibration*, 187, 381-401.
12. Doğruer, O.Y., 1998. Eğri Eksenli Düzlemsel Kirişlerin Düzlem Dışı Statik Problemlerinin Analitik Çözümü. Yüksek Lisans Tezi, İstanbul Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, 73, İstanbul.
13. Manolis, G.D., Beskos, D.E., 1982. Dynamic Response of Framed Underground Structures. *Computers and Structures*, 15(5), 521-531.
14. Beskos, D.E., Narayanan, G.V., 1983. Dynamic Response of Frameworks by Numerical Laplace Transform. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 37(3), 289-307.
15. Huang, C.S., Teng, C.S., Leissa, A.W., 1996. An Accurate Solution for the in-Plane Transient Response of A Circular Arch. *Journal of Sound and Vibration*, 196(5), 595-609.
16. Çalım, F.F., 2003. Viskoelastik, Anizotropik, Eğri Eksenli Uzaysal Çubuk Sistemlerin Dinamik Analizi. Doktora Tezi, Çukurova Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, 160, Adana.
17. Kırac, M., 2007. Doğru Eksenli Kompozit Çubukların Dinamik Analizi. Yüksek Lisans Tezi, Mustafa Kemal Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, 63, Hatay.
18. Akkurt, F.G., 2011. Elastik Zemine Oturan Doğru ve Daire Eksenli Çubukların Dinamik Analizi. Yüksek Lisans Tezi, Mustafa Kemal Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Hatay, 74.
19. Karaca, N., 2014. Düzlemsel Çubukların Taşıma ve Rijitlik Matrisi Metodu ile Statik ve Dinamik Analizi. Yüksek Lisans Tezi, Mustafa Kemal Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Hatay, 67.
20. Temel, B., Aslan, T.A., Noori, A.R., 2017. An Efficient Dynamic Analysis of Planar Arches, *European Mechanical Science*, 1(3), 82-88.
21. Aslan, T.A., 2016. Eğrisel Yapı Elemanlarının Etkin Sayısal Analizi Üzerine Bir Araştırma.

- Yüksek Lisans Tezi, Çukurova Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Adana, 176.
22. Noori, A.R., Aslan, T.A., Temel, B., 2017. Transient Analysis of In-Plane Loaded Elastic Stepped Circular Arches. International Conference on Advances and Innovations in Engineering (ICAIE), 721-728.
 23. Aslan, T.A., Noori, A.R., Temel, B., 2017. Daire Eksenli Yapı Elemanlarının Tamamlayıcı Fonksiyonlar Yöntemi ile Statik Analizi. Çukurova Üniversitesi Mühendislik Mimarlık Fakültesi Dergisi, 32(1), 23-29.
 24. Boley, B.A., Weiner, J.H., 1960. Theory of Thermal Stresses, John Wiley and Sons, New York.
 25. Temel, B., Çalım, F.F., Tütüncü, N., 2004. Quasi-Static and Dynamic Response of Viscoelastic Helical Rods. Journal of Sound and Vibration, 271, 921-935.
 26. Durbin, F., 1974. Numerical Inversion of Laplace Transforms: an Efficient Improvement to Dubner and Abate's Method. Computer Journal, 17, 371-376.
 27. Temel, B., 2004. Transient Analysis of Viscoelastic Helical Rods Subject to Time-Dependent Loads. International Journal of Solids and Structures, 41, 1605-1624.

