



$^{124-134}\text{Xe}$ İzotopları için Triaxial RMF Hesaplamaları

Tuncay BAYRAM¹, Serkan AKKOYUN², Şevki ŞENTÜRK³

¹ Sinop Üniversitesi, Nükleer Enerji Mühendisliği Bölümü, Sinop,

² Cumhuriyet Üniversitesi Fizik Bölümü, Sivas

³ Sinop Üniversitesi, D. Kuantum Sistemleri Modelleme Anabilim Dalı, Sinop

Received: 30.09.2016; Accepted: 15.11.2016

Özet. Bu çalışmada çift-çift $^{124-134}\text{Xe}$ çekirdekleri için Relativistik Ortalama Alan (RMF) Modeli kullanılarak taban durum nükleer özellik hesaplamaları yapılmıştır. Bu çekirdekler için RMF+DDM2 etkileşmesi ile taban durum bağlanma enerjileri için deneysel değerlere çok yakın sonuçlar elde edilmiştir. Triaxial simetriye dayalı hesaplamalar yapılarak $^{124-134}\text{Xe}$ izotop zincirinde izotopların taban durum şekilleri üzerine bir analizde sunulmaktadır. Özellikle deneysel olarak ^{130}Xe çekirdeğinin E(5) simetrisine sahip kritik nokta çekirdeği olduğu iddia edilmektedir. Bu bağlamda Xe izotopları için RMF modeli çerçevesinde elde edilen potansiyel enerji yüzeyleri (PES) kullanılarak E(5) simetrik çekirdek taraması yapılmıştır. Çift-çift $^{124-134}\text{Xe}$ izotopları için izotop zinciri boyunca şekil evrimi detaylıca tartışılmıştır.

Anahtar kelimeler: RMF modeli, Bağlanma enerjisi, Xe izotopları, PES, E(5) simetrisi

Triaxial RMF Calculations for $^{124-134}\text{Xe}$ Isotopes

Abstract. In this study, ground-state nuclear properties of even-even $^{124-134}\text{Xe}$ nuclei have been calculated by using Relativistic Mean Field (RMF) model. By using RMF+DDM2 interaction the ground-state binding energies of these nuclei have been predicted as very close to experimental values. Also, an analyzing on the ground-state shape of $^{124-134}\text{Xe}$ isotopes is presented by using calculations based on triaxial symmetry. In particular, ^{130}Xe nuclei has been pointed out as possible critical point nuclei with E(5) symmetry from experimental studies. For this reason, by using potential energy surfaces (PES) of $^{124-134}\text{Xe}$ nuclei obtained from RMF model, scanning for E(5) symmetry in this isotopic chain has been done. For even-even $^{124-134}\text{Xe}$ nuclei, shape evolution has been discussed in detail.

Keywords: RMF model, Binding energy, Xe isotopes, PES, E(5) symmetry

1. GİRİŞ

Geçen on yıllık zaman içerisinde nükleer kuantum faz geçişleri (QPT) hem deneysel ve hem de teorik çalışmaların önemli konularından birisi olmuştur. Nükleer fizikte faz geçişleri sıfır sıcaklıkta termal olmayan kontrol parametresinin (nükleon sayısı) değişimiyle ortaya çıkan çekirdeğin taban durumları arasındaki birinci ve ikinci mertebeden QPT'lerle ilişkilidir [1]. İyi bilindiği gibi atomik çekirdek kolektif hareket modlarına ve küresel titreşen, dönel elipsoid ve deforme şekil gibi geometrik şekillere sahiptir. [2-4]. Çekirdeğin nötron ve proton sayısı değiştiğinde bir kolektif hareket türünden diğerine olan şekil geçişlerinin sonucu olarak çekirdeğin enerji seviyeleri ve elektromanyetik geçiş oranları değişebilir. Denge durumundaki taban durum yapısındaki değişimleri tanımlayan bu geçişler QPT'lerdir [5] ve sıcaklığın bir fonksiyonu olarak ortaya çıkan termal faz geçişlerinden farklıdır. Bu çekirdeğin şeklinde bir değişim anlamına gelmekte olup kontrol parametresi nükleonların sayısıdır.

Atomik çekirdek için yeni tür simetrier E(5) [6] ve X(5) [7] kolektif Bohr Hamiltonyeni kullanılarak şekil faz geçişlerini tanımlamak için önerildi. Bu simetrier deneysel olarak Ba-134 [8] ve Sm-152 [9]

* Corresponding author. Email address: t.bayram@ymail.com

çekirdeklerinin spektrumlarından belirlendi. Genellikle QPT'ler geometrik modellerle [10-12] ve cebirsel modellerle [12-20] çalışılmasına rağmen teorik çalışmalar RMF modeli [21-25] ve Hartree–Fock–Bogoliubov (HFB) modeli [3, 26, 27] ile de gerçekleştirilmiştir. Bu çalışmalarda hem RMF ve hem de HFB modelinde kısıtlı kuadrupol moment değerleri ile elde edilen potansiyel enerji eğrileri hesaplanmaktadır (PEC). Elde edilen PEC'lerde küresel şekilden deforme şekillere gidilirken kuadrupol deformasyon değerinin sıfır olduğu nokta etrafında elde edilen görelî düz eğriler E(5) ve X(5) simetrisine sahip kritik nokta çekirdeklerinin işaretçisi olabilmektedir. Bu çalışmalarda silindirik simetri dikkate alınarak hesaplamalar gerçekleştirilmekte ve sadece potansiyel enerji değerinin deformasyon parametresi değerine bağlı değişimi incelenmektedir. Sunulan bu çalışmada olduğu gibi triaxial hesaplamalar yapılarak elde edilen PES değerleri daha nicel sonuçlar verebilmektedir.

Deneyssel olarak olası E(5) simetriye sahip çekirdek olarak belirlenenlerden de birisi ¹³⁰Xe çekirdeğidir [28]. Bu nedenle bu çalışmada çift-çift ¹²⁴⁻¹³⁴Xe izotoplarının taban durum çekirdek şekillerinin evrimi triaxial RMF modeli kullanılarak hesaplanan PES'ler üzerinden analiz edilmiş ve tartışılmıştır. Ayrıca DD-M2 etkileşme seti kullanılarak elde edilen ¹²⁴⁻¹³⁴Xe çekirdeklerinin taban durum bağlanma enerjileri deneyssel sonuçlar ile uyumlu bir şekilde elde edilmiştir.

2. YÖNTEM

RMF modeli çekirdekleri çeşitli mezonların ve fotonların değiş-tokuşu ile etkileşen nükleonlardan oluşan bir Dirac sistemi olarak ele alır. RMF modelinin en basit sürümünde mezonların kendi aralarında etkileşmeleri dikkate alınmamıştır. Ancak bu durum nükleer maddenin sıkıştırılamazlığı ve yüzey özellikleri üzerinde bazı problemlerin ortaya çıkmasına neden olmuştur. Bundan dolayı Boguta ve Bodmer [29] σ mezonlarının öz etkileşme terimlerinin bu modeli de kullanılması gerekliliği üzerine çalışmışlardır. Bunun sonucunda geliştirdikleri lineer olmayan RMF modeli son 30 yıldır çeşitli nükleer özelliklerin belirlenmesinde yaygın bir biçimde kullanılmıştır. Çünkü bu model nükleer deformasyon [23] ve sıkıştırılamazlık [29] gibi özelliklerin belirlenmesinde oldukça başarılı olmuştur. Günümüzde lineer olmayan RMF modelinin yanı sıra ω mezonu ve ρ mezonunun öz etkileşmesini dikkate alarak geliştirilen RMF modelleri de bulunmaktadır [30-32]. Ayrıca alternatif olarak yoğunluk bağımlı mezon-nükleon etkileşmelerini hesaba katan RMF modeli de geliştirilmiştir [33-37]. Bu çalışmada kullanılan RMF modeli son olarak bahsedilen yoğunluk bağımlı RMF modelidir.

RMF modelinin başlangıç noktası fenomenolojik etkin bir Lagranjiyen yoğunluğudur. Bu Lagranjiyen yoğunluğu serbest nükleonlar, serbest mezonlar ve nükleonlar ve mezonların etkileşmesini betimleyen terimler içerir. Lineer olmayan RMF modeli için Lagranjiyen yoğunluğu:

$$\begin{aligned}
 L \equiv & \bar{\psi}_i \left\{ i\gamma^\mu \partial_\mu - M \right\} \psi_i \\
 & + \frac{1}{2} \partial^\mu \sigma \partial_\mu \sigma - U(\sigma) - g_\sigma \bar{\psi}_i \psi_i \sigma \\
 & - \frac{1}{4} \Omega^{\mu\nu} \Omega_{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega^\mu \omega_\mu - g_\omega \bar{\psi}_i \gamma^\mu \psi_i \omega_\mu \\
 & - \frac{1}{4} \vec{R}^{\mu\nu} \vec{R}_{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\rho^2 \vec{\rho}^\mu \vec{\rho}_\mu - g_\rho \bar{\psi}_i \gamma^\mu \vec{\tau} \psi_i \vec{\rho}_\mu \\
 & - \frac{1}{4} \mathbf{F}^{\mu\nu} \mathbf{F}_{\mu\nu} - e \bar{\psi}_i \gamma^\mu \frac{(1-\tau_3)}{2} \psi_i \mathbf{A}_\mu
 \end{aligned} \tag{1}$$

şeklinde yazılabilir. Bu denklemde M nükleon kütleini temsil ederken m_σ , m_ω ve m_ρ ise sırası ile σ , ω ve ρ mezonlarının kütleine karşılık gelmektedir. g_σ , g_ω ve g_ρ ise ilgili mezonlar ile nükleonların çiftlenim sabitleridir. $U(\sigma)$ ise

$$U(\sigma) = \frac{1}{2} m_\sigma \sigma^2 + \frac{1}{3} g_2 \sigma^3 + \frac{1}{4} g_3 \sigma^4 \quad (2)$$

şeklinde verilen σ mezonlarının öz etkileşme terimlerini de içeren terimdir. Bu Lagranjiyen yoğunluğu ifadesi Euler-Lagrange denkleminde kullanılarak hareket denklemleri türetilir. Bu uygulamayla nükleonlarla ilişkili bir Dirac denklemi ve mezonlarla ilişkili dört Klein-Gordon türü denklem elde edilir. Bu denklemlerin analitik çözümü mümkün olmayıp bu denklemler iteratif bir yöntemle çözülebilir. Buraya kadar anlatılan bölüm RMF modelinin lineer olmayan sürümü olup yoğunluk bu çalışmada kullanılan yoğunluk bağımlı RMF modeli ile yakın bir analogiye sahiptir. Bu çalışmada Xe izotoplarının potansiyel yüzeylerinin incelenmesi için gerekli olan bağlanma enerjileri RMF modeli ile hesaplamak için bu denklemler DIRHB bilgisayar kodu [38] ile iteratif bir şekilde çözülmüştür. Bunun için DD-M2 yoğunluk bağımlı RMF modeli parametreleri kullanılmıştır. Hem nötron ve hem de nötronlar için kabuk sayısı 20 olarak seçilmiştir. Çiftlenim etkileri sabit G yaklaşımı kullanılarak hesaba katılmıştır. Buradaki hesaplarımız daha önce Cr izotopları için uyguladığımız yöntemle aynı şekilde hesaplandığından daha ayrıntılı inceleme için Bayram ve Akkyoun [39] çalışmasına bakılabilir.

3. BULGULAR VE TARTIŞMA

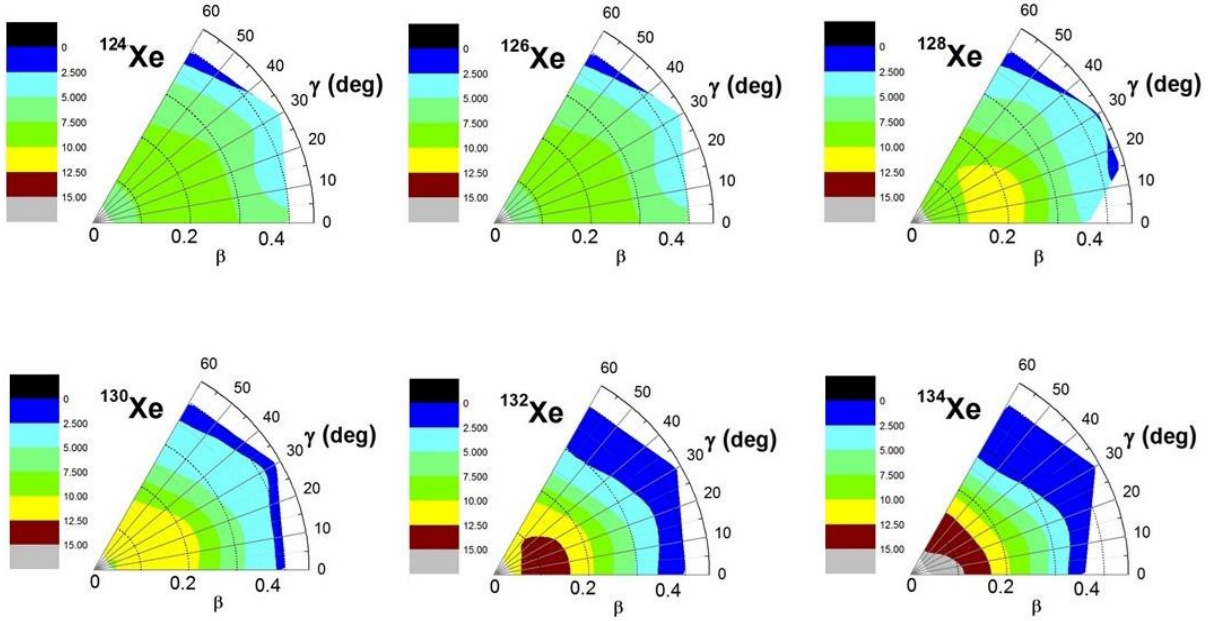
$^{124-134}\text{Xe}$ çift-çift çekirdekleri için RMF+DD-M2 ile hesaplanan taban durum bağlanma enerjileri Tablo 1'de listelenmiştir. Aynı tabloda bu çekirdekler için deneysel bağlanma enerjileri de [40] karşılaştırma için listelenmiştir. Tablo incelendiğinde RMF+DD-M2 ile hesaplanan taban durum bağlanma enerjilerinin deneysel değerlere çok yakın olduğu görülmektedir.

Tablo 1. Çift-çift $^{124-134}\text{Xe}$ izotopları için RMF+DD-M2 etkileşmesi ile elde edilen taban durum bağlanma enerjileri ve deneysel değerler.

<i>Isotopes</i>	<i>Binding Energy [Mev] this work</i>	<i>Binding Energy [Mev] Experimental [40]</i>
<i>Xe-124</i>	<i>1023,892</i>	<i>1046,258</i>
<i>Xe-126</i>	<i>1039,925</i>	<i>1063,885</i>
<i>Xe-128</i>	<i>1054,490</i>	<i>1080,742</i>
<i>Xe-130</i>	<i>1068,387</i>	<i>1096,905</i>
<i>Xe-132</i>	<i>1081,706</i>	<i>1112,446</i>
<i>Xe-134</i>	<i>1097,470</i>	<i>1127,434</i>

Bohr hamiltoniyenin özel bir durumu olarak $E(5)$ simetrisine sahip kritik nokta simetrisinin gerçek bir çekirdekte $U(5)$ simetrisinden (küresel çekirdek) $O(6)$ simetrisine (gama-kararsız) geçişte ortaya çıkması beklenir. Potansiyelin gama değil sadece beta değişkenine bağlı olduğu varsayılır. Değişkenlerin ayrılması gerçekleştirilerek betaya göre sonsuz kuyu potansiyeli çözümü gerçekleştirilebilir. Sonlu sayıda parçacık içeren bir sistem için aynı işlem etkileşen bozon modeli (IBM) kullanılarak ta gerçekleştirilebilir. Bu durumda $E(5)$ simetrisi için tabanı geniş ve düz bir potansiyel elde

edilir. Bu açıdan bakıldığında bir izotop zincirinde çekirdeklerin potansiyel enerji eğrileri veya potansiyel yüzey enerjilerindeki değişim incelenerek ilgili izotop zincirinde nitel olarak kritik nokta simetrisine sahip bir çekirdeğin var olup olmadığı belirlenebilir. Bu nedenle bu çalışmada $^{124-134}\text{Xe}$ çift-çift çekirdekleri için RMF+DD-M2 ile elde edilen PES'ler elde edilmiştir. Elde edilen PES'ler Şekil 1'de gösterilmektedir. PES'lerin hesaplanmasında öncelikle sabit β ve γ değerleri için bağlanma enerjisi hesaplanmıştır. Ardından en büyük bağlanma enerjisi değeri referans alınıp diğer bağlanma enerjileri bu değerden çıkarılarak Şekil 1'de görülen PES'ler elde edilmiştir. Bu haritalandırılmanın gerçekleştirilmesi için 75 nokta belirlenmiştir.



Şekil 1. Çift-çift $^{124-134}\text{Xe}$ izotopları için RMF+DDM2 etkileşmesi ile elde edilen PES'ler.

Şekil 1'deki PES'ler incelendiğinde $^{124-128}\text{Xe}$ gama soft çekirdeğe yakın bir PES karakteri sergilerken ^{130}Xe 'dan başlayarak küresel simetrik bir çekirdek karakterine doğru bir eğilim görülmektedir. Buradan hareketle ^{130}Xe çekirdeğin bu iki simetri arasında kritik nokta simetrisine sahip olabileceği hakkında bir nitel değerlendirmeye ulaşılabilmektedir. Buda ^{128}Xe çekirdeğinin E(5) simetrisine sahip bir çekirdek olabileceği anlamına gelmektedir. Elbette kesin bir yargıya ulaşabilmek için çekirdeklerin geçiş enerji oranları üzerinden bir yorum yapmak daha anlamlı olmakla birlikte bu hesaplar çok büyük bilgisayar zamanı gerektirmektedir. Bu hedef olarak belirlenmiş olup Xe çekirdekleri için geçiş oranları hesaplama işi planlanmıştır.

4. SONUÇLAR

Bu çalışmada yoğunluk bağımlı RMF modeli kullanılarak çift-çift $^{124-134}\text{Xe}$ izotopları için taban durum bağlanma enerjileri deneysel deneysel değerlerle uyumlu bir şekilde elde edilmiştir. Bu başarılı uygulamanın ardından aynı izotoplar için triaxial RMF modeli hesaplamaları yapılarak potansiyel enerji yüzeyleri elde edilmiştir. Potansiyel enerji yüzeyi incelemelerinden ^{128}Xe çekirdeğinin E(5) simetrisine sahip bir çekirdek olabileceği yönünde nitel sonuca ulaşılmıştır. Bu çekirdekler için geçiş oranları hesaplanarak E(5) simetrisine dair bulguların artırılması kayda değer bir çalışma olacağı düşünülerek hedefler arasına konmuştur.

REFERANSLAR

1. Z. P. Li et al., “Microscopic analysis of nuclear quantum phase transitions in the N 90 region”, *Phys. Rev. C*, vol. 79, p. 054301, 2009.
- A. Bohr ve B. R. Mottelson, *Nuclear Structure vol II* (Reading, MA: Benjamin), 1975.
2. P. Ring ve P. Schuck, *The Nuclear Many-Body Problem* (Berlin: Springer), 1980.
3. S. Cwiok, P.-H. Heenen ve W. Nazarewicz, “Shape coexistence and triaxiality in the superheavy nuclei”, *Nature*, vol. 433, pp. 705, 2005.
4. F. Iachello, “Quantum phase transitions in mesoscopic systems”, *Int. J. Mod. Phys. B*, vol. 20, pp. 2687, 2006.
5. F. Iachello, “Dynamic symmetries at the critical point”, *Phys.Rev. Lett.* vol. 85, pp. 3580, 2000.
6. F. Iachello, “Analytic description of critical point nuclei in a spherical-axially deformed shape phase transition”, *Phys.Rev. Lett.*, vol. 87, pp. 052502, 2001.
7. R. F. Casten ve N. V. Zamfir, “Evidence for a possible E(5) symmetry in 134Ba”, *Phys. Rev. Lett.*, vol. 85, pp. 3584, 2000.
8. R. F. Casten ve N. V. Zamfir, “Empirical realization of a critical point description in atomic nuclei”, *Phys. Rev. Lett.*, vol. 87, pp. 052503, 2001.
9. F. Iachello, “Phase transitions in angle variables”, *Phys. Rev. Lett.*, vol. 91, pp. 132502, 2003.
10. F. Iachello, “Dynamic supersymmetries of differential equations with applications to nuclear spectroscopy”, *Phys. Rev. Lett.*, vol. 95, pp. 052503, 2005.
11. D. Bonatsos, D. Lenis, D. Petrellis, P. A. Terziev ve I. Yigitoglu, “X(3): an exactly separable rigid version of the X(5) critical point symmetry”, *Phys. Lett. B*, vol. 632, pp. 238, 2006.
12. D. Bonatsos, “Shape/phase transitions and critical point symmetries in atomic nuclei”, arXiv:0807.4492 [nucl-th], 2008.
13. P. Cejnar, J. Jolie ve R. F. Casten, “Quantum phase transitions in the shapes of atomic nuclei”, *Rev. Mod. Phys.*, vol. 82, pp. 2155, 2010.
14. J. Meng, W. Zhang, S. G. Zhou, H. Toki ve L. S. Geng, “Shape evolution for Sm isotopes in relativistic mean-field theory”, *Eur. Phys. J. A*, vol. 25, pp. 23, 2005.
15. R. Fossion, D. Bonatsos ve G. A. Lalazissis, “E(5), X(5) and prolate to oblate shape phase transitions in relativistic Hartree–Bogoliubov theory”, *Phys. Rev. C*, vol. 73, pp. 044310, 2006.
16. M. Yu, P. –F. Zhang, T. N. Ruan ve J. Y. Guo, “Shape evolution for Ce isotopes in relativistic mean-field theory”, *Int. J. Mod. Phys. E*, vol. 15, pp. 939, 2006.
17. J. –Y. Guo, X. Z. Fang ve Z. Q. Sheng, “Shape phase transitions and possible E(5) symmetry nuclei for Ti isotopes”, *Int. J. Mod. Phys. E*, vol. 17, pp. 539, 2008.
18. R. Rodriguez-Guzman ve P. Sarriguren, “E(5) and X(5) shape phase transitions within a Skyrme–Hartree–Fock + BCS approach”, *Phys. Rev. C*, vol. 76, pp. 064303, 2007.
19. T. Bayram, “An investigation on shape of Ti isotopes with Hartree–Fock–Bogoliubov theory”, *Mod. Phys. Lett. A*, vol. 27, pp. 1250162, 2012.
20. H. Yılmaz ve T. Bayram, “A detailed investigation on the ground-state Nuclear properties of even-even Mo isotopes by using the relativistic mean field approach”, *Journal of Korean Physical Society*, vol. 39, pp. 55-59, 2011.
21. D. Serot ve J. D. Walecka, *Advances in Nuclear Physics: The Relativistic Nuclear Many-Body Problem*, vol. 16 (New York: Plenum), 1986.
22. Y. K. Gambhir, P. Ring ve P. Thimet, “A Relativistic mean field-theory for finite nuclei”, *Ann. Phys.*, vol. 198, pp. 132, 1990.
23. P. Ring, “Relativistic mean field theory in finite nuclei”, *Prog. Part. Nucl. Phys.*, vol. 37, pp. 193, 1996.

24. J. Meng, H. Toki, S. G. Zhou, S. Q. Zhang, W. H. Long ve L. S. Geng, “Relativistic continuum Hartree Bogoliubov theory for ground-state properties of exotic nuclei”, *Prog. Part. Nucl. Phys.*, vol. 57, pp. 470, 2006.
25. H. Flocard, P. Quentin, A. K. Kerman ve D. Vautherin, “Nuclear deformation energy curves with constrained Hartree–Fock method”, *Nucl. Phys. A*, vol. 203, pp. 433, 1973.
26. J. Decharge ve D. Gogny, “Hartree–Fock–Bogolyubov calculations with the D-1 effective interaction on spherical nuclei”, *Phys. Rev. C*, vol. 21, pp. 1568, 1980.
27. L. Coquard et al., “Robust test of E(5) symmetry in Xe-128”, *Phys. Rev. C*, vol. 80, pp. 061304, 2009.
28. J. Boguta ve A. R. Bodmer, “Relativistic calculation of nuclear-matter and nuclear surface”, *Nucl. Phys. A*, vol. 292, pp. 413, 1977.
29. Y. Sugahara ve H. Toki, “Relativistic mean-field theory for unstable nuclei with nonlinear sigma-term and omega-term”, *Nucl. Phys. A*, vol. 579, pp. 557, 1994.
30. J. Piekarewicz, “Correlating the giant-monopole resonance to the nuclear-matter incompressibility”, *Phys. Rev. C*, vol. 66, pp. 034305, 2002.
31. W. H. Long, J. Meng, N. V. Giai ve S. G. Zhou, “New effective interactions in relativistic mean field theory with nonlinear terms and density-dependent meson–nucleon coupling”, *Phys. Rev. C*, vol. 69, pp. 034319, 2004.
32. G. A. Lalazissis, T. Niksic, D. Vretenar ve P. Ring, “New relativistic mean-field interaction with density-dependent meson–nucleon couplings”, *Phys. Rev. C*, vol. 71, pp. 024312, 2005.
33. H. Lenske ve C. Fuchs, “Rearrangement in the density-dependent relativistic field-theory of nuclei”, *Phys. Lett. B*, vol. 345, pp. 355, 1995.
34. H. Shen, Y. Sugahara ve H. Toki, “Relativistic mean field approach with density dependent couplings for finite nuclei”, *Phys. Rev. C*, vol. 55, pp. 1211, 1977.
35. F. Hofmann, C. M. Keil ve H. Lenske, “Density dependent hadron field theory for asymmetric nuclear matter and exotic nuclei”, *Phys. Rev. C*, vol. 64, pp. 034314, 2001.
36. S. Typel, “Relativistic model for nuclear matter and atomic nuclei with momentum-dependent
37. T. Niksic et al., “DIRHB-A relativistic self-consistent mean-field framework for atomic nuclei”, *Computer Physics Communications*, vol. 185, pp. 1808-1821, 2014.
38. T. Bayram ve S. Akkoyun, “An analysis of E(5) shape phase transitions in Cr isotopes with covariant density functional theory”, *Physica Scripta*, vol. 87, pp. 065201, 2013.
39. G. Audi, A. H. Wapstra ve C. Thibault, “The AME2003 atomic mass evaluation”, vol. 729, pp. 337, 2003.