

Sonlu Elemanlar Yöntemiyle Yumuşak Polietilen Bir Silindirik Borunun Gerilme Analizi

Muharrem ZEYTİNOĞLU*

ÖZET

Tarım, sanayii ve konut sektöründe kullanılan, sıvı ve gaz iletim boruları,maliyetlerinin düşük olması nedeniyle plastik boru olarak seçilmektedir. Bu tip borular, çalışma basınçlarından dolayı, metal borularda olduğundan daha sık hasara uğramaktadır. Bu nedenle plastik boruların seçimi,çalışma basınçlarına göre, gerilme analizlerinin sonucunda yapılmalıdır.

Bu çalışmada plastik boru olarak yumuşak polietilen bir silindirik boru incelemeye alınmıştır. İlk olarak borunun sonlu elemanlar yöntemine göre belirli bir çalışma basıncında, gerilme analizi yapılmış, daha sonra bu basınca göre boru cidarındaki gerilmelerin, emniyetli olup olmadıkları belirlenmiştir.

***Anahtar Sözcükler:** Yumuşak polietilen silindirik boru, Sonlu elemanlar yöntemi.*

ABSTRACT

The Strength analysis of a soft polyethylene cylindrical pipe by using finite elements method

The liquid and gas conduction pipes have been chosen as plastic pipe with respect to low cost in agriculture,industry and buildings. This type pipes have been often more damaged than the metal pipes with cause

* Uludağ Üniversitesi Ziraat Fakültesi Tarım Makinaları Bölümü, Bursa.

of working pressures. Therefore the plastic pipes must be chosen at the end of strength analysis according to the working pressure which is known before.

In this research a soft polyethylene cylindrical pipe was taken in to investigation as a plastic pipe. Firstly the strength analysis was done for a specific working pressure according to the finite elements method. At the end of research the strength of pipe wall was determined as being secured or not according to the pressure.

Key Words: Soft polyethylene cylindrical pipe, Finite elements method.

GİRİŞ

Günümüzde fiyatlarının daha düşük olması ve daha az tesis işçiliği gerektirmesi nedeniyle sıvı akışkanların iletiminde kullanılan, plastik boruların kullanımı, çelik boruları geçmiştir. Bu tip borular, sanayi ve tarım sektöründe yaygın olarak kullanılmakta ve, özellikle sulama alanında kullanımları gittikçe önem kazanmaktadır. Bu çalışmada sulama tesislerinde kullanılan yumuşak polietilen bir silindirik boru incelemeye alınmıştır. Boru malzemesi polietilen çok kullanılan ve Termoplastik malzeme grubuna giren bir malzemedir. Normal sıcaklıklarda, Polietilen malzemenin mekanik davranışları, çelik malzemelerin mekanik davranışına benzemektedir. Bu tip plastik malzemelerde, şekil değiştirmeler, çeliklerde olduğu gibi çekme gerilmesine (σ), bağlı olmaktadır. Polietilen malzeme çekme dayanımı esas olmak üzere belirli bir basınca göre, boru et kalınlığının mukavemeti belirlenebilmektedir. Bu çalışmada ilk olarak araştırmaya alınan borunun et kalınlığında, sonlu elemanlar yöntemiyle çalışma basıncına ilişkin olarak yer değiştirmeleri hesaplanmış, daha sonra bu yer değiştirme değerlerine bağlı olarak, borunun teğetsel ve radyal gerilmeleri hesaplanmıştır. Çalışmanın sonunda hesaplanan gerilme değerleri, boru malzemesi polietilenin çekme dayanımı ile karşılaştırılarak emniyetli olup olmadığı belirlenmiştir.

MATERYAL ve YÖNTEM

MATERYAL

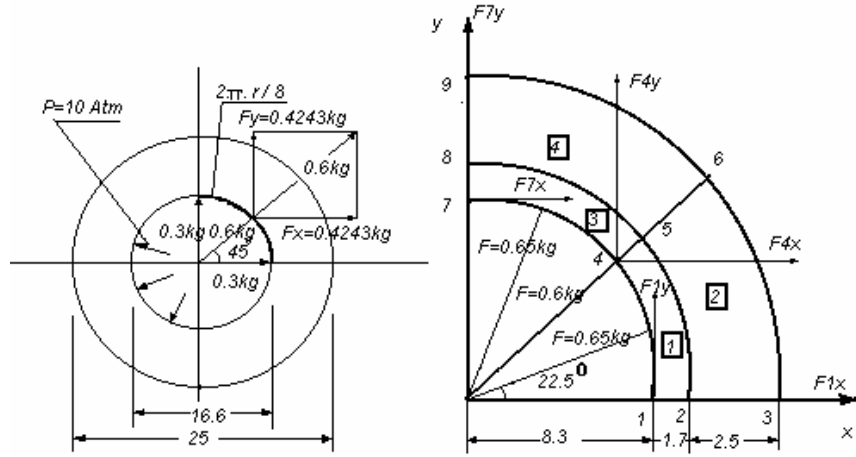
Araştırmada, materyal olarak TS 418/2-DIN 8072 standartlarına göre sulama amacıyla kullanılan yumuşak polietilen silindirik bir boru incelemeye alınmıştır. Boruya ilişkin teknik özellikler; dış çap; 25 mm, İç çap; 16.6 mm, et kalınlığı; 4.2 mm, birim ağırlık; 0.269 kg/m, yoğunluk; 0.980 gr/cm³, maksimum çalışma basıncı; 10 atmosferdir.

YÖNTEM

Araştırmaya alınan borunun kesiti üzerinde geometrik modelleme yapılarak, sonlu elemanlar yöntemine göre, boru duvarı gerilme analizine ilişkin çözüm adımları sırası ile verilmiştir.

Yumuşak polietilen silindirik borunun sonlu eleman modeli

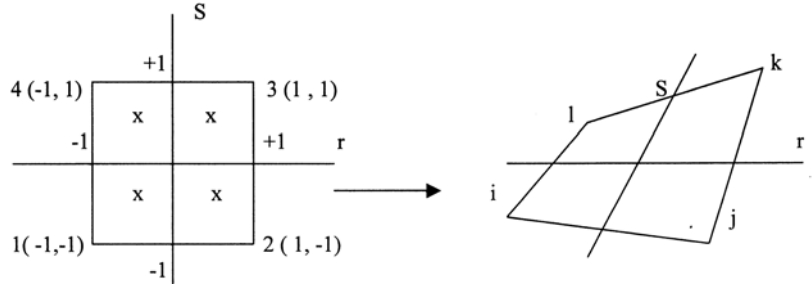
Silindirik borunun geometrisi, uzunluk doğrultusunda, uygulamada, değişmediği dikkate alınarak, kesit düzlemde gerilme analizi iki boyutlu gerilme esasıyla yapılmıştır. Kesit düzlemde, 'x' ve 'y' eksenlerine göre bir simetri söz konusu olduğundan model geometrisi ve sınır şartları, bütünü karakterize eden 1 / 4 formunda yapılmıştır (Fetvacı,2002). (Şekil 1).



Şekil 1.

Yumuşak polietilen silindirik borunun sonlu elemanlar modeli

Şekil 1'e göre iki boyutlu geometrik modelde, eleman tipi olarak, 4 düğüm noktalı eşparametrik dörtgen eleman kullanılmıştır. Burada eşparametrik terimi, eleman içinde yer değiştirme miktarlarının aynı olduğunu belirtmektedir. Gerilmelerin yüksek olması beklenen Geometrik modelin radyal doğrultusu, iç kısımlarında, daha yoğun eleman sayısı olması gerektiğinden iç eleman ölçüleri dar, dış eleman ölçüleri geniş tutulmuştur. Çevresel doğrultuda ise büyük kenarın, küçük kenara oranının 1'e yakın olmasına dikkat edilmiştir. (Şekil 2).



(x) işareti ile belirtilen entegral nokta değerleri; 'r' ve 's': ± 0.57735 'dir

Şekil 2.
Dört düğüm noktalı eşparametrik dörtgen eleman

Şekil 1 ve 2'ye göre her bir elemanda yer değiştirmelerin sürekliliğini sağlamak için yerel koordinat sisteminden (x - y), doğal koordinat sistemine (r - s) dönüşümü yapılmaktadır. Dönüşüm ile ilgili olarak her bir elemanın entegral noktalarındaki 'r' ve 's' değerleri kullanılarak, eleman katılık matrisleri (K_i) hesaplanabilmektedir.

Her bir elemanın katılık matrisinin hesaplanması,

$$[K_i] = \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} \left\{ (v.K2 - K1)^T \cdot \{x,y\} [x,y] K1.T1 + (K2 - v.K1)^T \cdot \{x,y\} [x,y] K2.T1 + [\Delta K]^T \cdot \{x,y\} [x,y] [\Delta K].T2 \right\} .dr. ds \quad (1)$$

Eleman katılık matrisine ilişkin entegral eşitliği yerine, hesaplaması daha kolay olan sayısal entegral eşitliğiyle yaklaşık aynı sonuçlar alınabilmektedir.

Her bir elemana ait katılık matrisinin sayısal entegral eşitliğiyle hesaplanması,

$$[K_i] = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \alpha_{ij} . K_{ij} \quad (2)$$

Eşitlik 2'de ' α ' değeri olarak '1' alınmaktadır.

Eşitlik 1'e göre eleman katılık matrisinde yer alan, elemanların tanım değerlerine ve koordinatlarına bağlı olarak oluşturulmuş özel matris eşitlikleri sırası ile verilmiştir (Nath, 1974).

Eşitlik 1'e göre [K1] matris eşitliği,

$$[K1]= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & (s-1) & 0 & (r-s) & 0 & (-r+1) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ (-s+1) & 0 & 0 & 0 & (-r-1) & 0 & (r+s) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ (s-1) & 0 & (r+1) & 0 & 0 & 0 & (-s-1) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ (r-1) & 0 & (-r-s) & 0 & (s+1) & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

'r' ve 's' değerleri yerine; ± 0.57735 değeri konularak hesaplanmaktadır.

[K2], matris eşitliği,

$$[K2]= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & (s-1) & 0 & (r-s) & 0 & (-r+1) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & (-s+1) & 0 & 0 & 0 & (-r-1) & 0 & (r+s) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & (s-r) & 0 & (r+1) & 0 & 0 & 0 & (-s-1) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & (r-1) & 0 & (-r-s) & 0 & (s+1) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

[\Delta K], matris eşitliği,

$$[\Delta K] = K1 - K2 \quad (5)$$

[xy], matris eşitliği,

$$[xy] = [x1 \ y1 \ x2 \ y2 \ x3 \ y3 \ x4 \ y4] \quad (6)$$

{xy}, matris eşitliği,

$$\{xy\} = [xy]^T \quad (7)$$

Eşitlik 6 ve 7'de 'x' ve 'y' değerleri, şekil 1'de geometrik model üzerindeki elemanların

'x' ve 'y' değerlerine göre belirlenmiştir. Bu değerler, Çizelge I 'düğüm koordinatlar tablosunda' verilmiştir.

Çizelge I.
Düğüm Koordinatlar Tablosu

Düğüm No	'x' Eksen (mm)	'y' Eksen (mm)
1	8.3	0
2	10	0
3	12.5	0
4	8.8	8.8
5	7	7
6	5.8	5.8
7	0	8.3
8	0	10
9	0	12.5

Şekil 1'de geometrik modele ilişkin olarak her bir elemana ait düğüm noktası, Çizelge II 'elemanlar tablosunda' verilmiştir.

Çizelge II.
Elemanlar Tablosu

Eleman No	1 Nolu düğüm	2 Nolu düğüm	3 Nolu düğüm	4 Nolu düğüm
1	1	2	5	4
2	2	3	6	5
3	4	5	8	7
4	5	6	9	8

Eşitlik 6'da yer alan 'x' ve 'y' değerleri şekil 2'ye göre değerlendirilmektedir. 'x1' ve 'y1' değerleri sol alt köşeyi, 'x4' ve 'y4' değerleri ise sol üst köşeyi gösterecek şekilde bir yazım geçerli olmaktadır.

T1, eşitliği,

$$T1 = \frac{E.t}{(1 - \nu^2).8.\det J} \quad (8)$$

T2, eşitliği,

$$T2 = \frac{E.t}{2.(1 + \nu).8.\det J} \quad (9)$$

olarak hesaplanmaktadır. Burada;

E= Elastikiyet modülü, polietilen malzeme için 280 kg / mm² 'dir.

t = Malzeme kalınlığı olarak polietilen boru aksenal uzunluğu üzerindeki kalınlığı, 1mm alınmıştır.

ν = Poisson oranı, polietilen boru için 0.4 alınmıştır.

ΔT , matris eşitliği,

$$\Delta T = 2 \cdot \begin{bmatrix} 0 & -(s-1) & (s-r) & (r-1) \\ (s-1) & 0 & (r+1) & -(s+r) \\ -(s-r) & -(r+1) & 0 & (s+1) \\ -(r-1) & (s+r) & -(s+1) & 0 \end{bmatrix} \quad (10)$$

olarak hesaplanmaktadır.

Eşitlik 8 ve 9'a ilişkin olarak 'det J' eşitliği,

$$\det J = \frac{1}{16} \cdot [x] \cdot \{y\} \cdot [\Delta T] \quad (11)$$

olarak hesaplanmaktadır.

Burada; $[x] = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4]$

$\{y\} = [y_1 \ y_2 \ y_3 \ y_4]^T$

matrisleri olarak yer almaktadır. 'x' ve 'y' değerleri düğüm noktalarına göre,

Çizelge I. Düğüm koordinatlar tablosundan alınmaktadır.

Şekil 1'e göre 1 / 4 boru kesit düzlemi dört elemana ayrılmıştır. Her bir elemanın katılık matrisi eşitlik 1 veya 2'ye göre hesaplanabilmektedir.

1 Nolu elemana ait sembolik gösterilme şeklinde, katılık matris eşitliği,

$$[K_i^1] = \begin{bmatrix} k_{11}^1 & k_{12}^1 & k_{13}^1 & k_{14}^1 \\ k_{21}^1 & k_{22}^1 & k_{23}^1 & k_{24}^1 \\ k_{31}^1 & k_{32}^1 & k_{33}^1 & k_{34}^1 \\ k_{41}^1 & k_{42}^1 & k_{43}^1 & k_{44}^1 \end{bmatrix} \quad (12)$$

olarak hesaplanmaktadır.

Şekil 1'e göre Genel katılık matrisi dört elemanın toplamı şeklinde (18 x 18)'lik bir kare matristir. Bu elemanlar 9 düğümlüdür ve her düğüm iki serbestlik derecesine sahiptir.

$[K]$, Genel katılık matrisi eşitliği,

$[K] =$

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	k11 ¹	k12 ¹	k13 ¹	k14 ¹			k17 ¹	k18 ¹
2	k21 ¹	k22 ¹	k23 ¹	k24 ¹			k27 ¹	k28 ¹
3	k31 ¹	k32 ¹	k33 ¹ k11 ²	k34 ¹ k12 ²	k13 ²	k14 ²	k37 ¹	k38 ¹
4	k41 ¹	k42 ¹	k43 ¹ k21 ²	k44 ¹ k22 ²	k23 ²	k24 ²	k47 ¹	k48 ¹
5			k31 ²	k32 ²	k33 ²	k34 ²		
6			k41 ²	k42 ²	k43 ²	k44 ²		
7	k71 ¹	k72 ¹	k73 ¹	k74 ¹			k77 ¹ k11 ³	k78 ¹ k12 ³
8	k81 ¹	k82 ¹	k83 ¹	k84 ¹			k87 ¹ k21 ³	k88 ¹ k22 ³
9	k51 ¹	k52 ¹	k53 ¹ k71 ²	k54 ¹ k72 ²	k73 ²	k74 ²	k57 ¹ k31 ³	k58 ¹ k32 ³
10	k61 ¹	k62 ¹	k63 ¹ k81 ²	k64 ¹ k82 ²	k83 ²	k84 ²	k67 ¹ k41 ³	k68 ¹ k42 ³
11			k51 ²	k52 ²	k53 ²	k54 ²		
12			k61 ²	k62 ²	k63 ²	k64 ²		
13							k71 ³	k72 ³
14							k81 ³	k82 ³
15							k51 ³	k52 ³
16							k61 ³	k62 ³
17								
18								

Genel katılık matrisine ait stnların diğer yarısı;

9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
k15 ¹	k16 ¹								
k25 ¹	k26 ¹								
k35 ¹	k36 ¹								
k17 ²	k18 ²	k15 ²	k16 ²						
k45 ¹	k46 ¹								
k27 ²	k28 ²	k25 ²	k26 ²						
k37 ²	k38 ²	k35 ²	k36 ²						
k47 ²	k48 ²	k45 ²	k46 ²						
k75 ¹	k76 ¹								
k13 ³	k14 ³			k17 ³	k18 ³	k15 ³	k16 ³		
k85 ¹	k86 ¹								
k23 ³	k24 ³			k27 ³	k28 ³	k25 ³	k26 ³		
k11 ⁴	k12 ⁴	k13 ⁴	k14 ⁴						
k55 ¹	k56 ¹								
k77 ²	k78 ²	k75 ²	k76 ²	k37 ³	k38 ³	k17 ⁴ k35 ³	k18 ⁴ k36 ³	k15 ⁴	k16 ⁴
k33 ³	k34 ³								
k21 ⁴	k22 ⁴	k23 ⁴	k24 ⁴			k27 ⁴	k28 ⁴	k25 ⁴	k26 ⁴
k65 ¹	k66 ¹								
k87 ²	k88 ²	k85 ²	k86 ²						
k43 ³	k44 ³			k47 ³	k48 ³	k45 ³	k46 ³		
k31 ⁴	k32 ⁴	k33 ⁴	k34 ⁴			k37 ⁴	k38 ⁴	k35 ⁴	k36 ⁴

k57 ²	k58 ²	k55 ²	k56 ²						
k41 ⁴	k42 ⁴	k43 ⁴	k44 ⁴			k47 ⁴	k48 ⁴	k45 ⁴	k46 ⁴
k67 ²	k68 ²	k65 ²	k66 ²						
k73 ³	k74 ³			k77 ³	K78 ³	k75 ³	k76 ³		
k83 ³	k84 ³			k87 ³	k88 ³	k85 ³	k86 ³		
k71 ⁴	k72 ⁴	k73 ⁴	k74 ⁴			k77 ⁴	k78 ⁴	k75 ⁴	k76 ⁴
k53 ³	k54 ³			k57 ³	k58 ³	k55 ³	k56 ³		
k81 ⁴	k82 ⁴	k83 ⁴	k84 ⁴			k87 ⁴	k88 ⁴	k85 ⁴	k86 ⁴
k63 ³	k64 ³			k67 ³	k68 ³	k65 ³	k66 ³		
k51 ⁴	k52 ⁴	k53 ⁴	k54 ⁴			k57 ⁴	k58 ⁴	k55 ⁴	k56 ⁴
k61 ⁴	k62 ⁴	k63 ⁴	k64 ⁴			k67 ⁴	k68 ⁴	k65 ⁴	k66 ⁴

(13)

* Genel katılık matrisinde üs numaraları eleman numaralarını belirtmektedir.

Şekil 1’de polietilen boru modeline ilişkin olarak düğüm noktalarının yer değiştirmeleri;

$$\{u\} = [K]^{-1} \cdot \{F\} \quad (14)$$

eşitliğine göre hesaplanmaktadır.

Burada;

F=Düğüm noktalarına karşılık gelen Kuvvetler. (kg),

K= Genel katılık matrisi.

Şekil 1’e göre 1/ 8 kesit diliminde, İç yüzey alanı = 2. π. r / 8. t

Burada;

r = Boru iç yarıçapı (8.3 mm),

t = Eksenel boru kalınlığı (1mm).

1 / 8 boru kesit dilimine düşen kuvvet;

F = Boru iç basıncı x iç yüzey alanı

Burada;

Boru iç basıncı = (0.1 kg/ mm²)

İç yüzey alanı = (6.5 mm²)

Sınır şartları gereği, 1,2,3 düğümleri, ‘y’ eksen yönünde sabit, ‘x’ eksen yönünde serbesttir. 7,8,9 düğümleri ise ‘x’ eksen yönünde sabit ‘y’ eksen yönünde serbesttir.

‘1’ Nolu düğüm noktasının yatay bileşeni;

$\cos \alpha = F_{1x} / F$, F_{1x} = Yatay bileşen, $\alpha = 22.5^\circ$

‘1’ Nolu düğüm noktasının düşey bileşeni ise;

$\sin \alpha = F_{1y} / F$, F_{1y} = Düşey bileşen, $\alpha = 22.5^\circ$

1,7 ve 4 nolu düğümler ortak düğümlerdir. 4 nolu düğüm bileşenleri, $\alpha = 45^\circ$ açığa göre hesaplanmaktadır.

Eşitlik 14'e göre; kuvvetler $\{F\}$ sütun matrisi;

$$\{F\} = [F_{1x} F_{1y} F_{2x} F_{2y} F_{3x} F_{3y} F_{4x} F_{4y} F_{5x} F_{5y} F_{6x} F_{6y} F_{7x} F_{7y} F_{8x} F_{8y} F_{9x} F_{9y}]^T \text{ Şeklinde yazılmaktadır.}$$

Eşitlik 14'e göre; Yer değiştirmeler $\{u\}$ sütun matrisi;

$$\{u\} = [u_1 v_1 u_2 v_2 u_3 v_3 u_4 v_4 u_5 v_5 u_6 v_6 u_7 v_7 u_8 v_8 u_9 v_9]^T$$

şeklinde yazılmaktadır.

Burada; 'u'; 'x' yönünde, 'v' ise 'y' yönünde, yer değiştirmelerdir.

Her bir elemanın 'x' 'y' ve 'xy' yönünde şekil değiştirme miktarları;

$$\varepsilon_x = (-1 / 8 \cdot \det J) \cdot [xy] \cdot [K1] \cdot \{u\} \quad (15)$$

$$\varepsilon_y = (1 / 8 \cdot \det J) \cdot [xy] \cdot [K2] \cdot \{u\} \quad (16)$$

$$\varepsilon_{xy} = (-1 / 8 \cdot \det J) \cdot [xy] \cdot [\Delta K] \cdot \{u\} \quad (17)$$

eşitliklerine göre hesaplanmaktadır.

Burada;

Eşitliklerde yer alan; $[xy] = [x_1 y_1 x_2 y_2 x_3 y_3 x_4 y_4]$

Çizelge I'e göre; 'x' ve 'y' değerleri, her bir elemanın köşe koordinatlarıdır. $\{u\}$ = Eşitlik 14'de hesaplanan yer değiştirmelerdir.

$[K1]$, $[K2]$, $[\Delta K]$, $\det J$ ve $[\Delta T]$ değerleri, eşitlik 3,4,5 ve 10'a göre hesaplanmaktadır.

Bu eşitlik matris hesaplamalarında, önceki $(r - s) = \pm 0.57735$ değerleri yerine

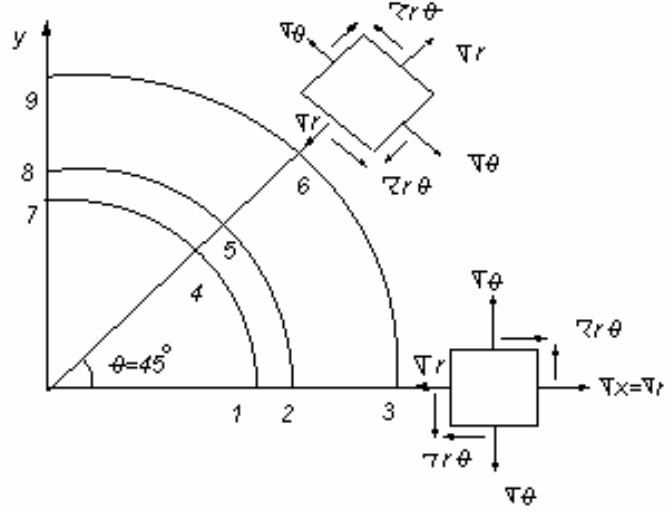
$(r - s) = \pm 1$ değerleri konulmaktadır.

Her bir elemanın düğüm noktalarına ait gerilmeler;

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = E / (1 - \nu^2) \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1 - \nu}{2} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_{xy} \end{Bmatrix} \quad (18)$$

eşitliğine göre hesaplanmaktadır.

Bu eşitliğe göre hesaplanan, σ_x , σ_y ve τ_{xy} gerilmeleri, boru kesit düzleminde, koordinat sisteme göre belirlenmiş gerilmelerdir. Bu gerilmelerin kartezyen sisteme (Silindirik sisteme) dönüştürülmesi gerekmektedir.



Şekil 3.

Boru kesit düzleminde Silindirik sisteme ilişkin gerilmeler

Şekil 3'e ilişkin olarak, Koordinat sistemden kartezyen sisteme geçişte, σ_x , σ_y ve τ_{xy} gerilmeleri;

$$\sigma_r = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \cdot \cos 2\theta + \tau_{xy} \cdot \sin 2\theta \quad (19)$$

$$\sigma_\theta = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cdot \cos (2\theta + 180) + \tau_{xy} \cdot \sin (2\theta + 180) \quad (20)$$

$$\tau_{r\theta} = - \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cdot \sin 2\theta + \tau_{xy} \cdot \cos 2\theta \quad (21)$$

verilen eşitliklere göre sırasıyla σ_r , σ_θ ve $\tau_{r\theta}$ gerilmelerine dönüştürülebilmektedir.

Burada;

σ_r = Radyal gerilme (kg / mm²),

σ_θ = Teğetsel gerilme (kg / mm²),

$\tau_{r\theta}$ = Kayma gerilmesi (kg / mm²).

θ = Dügüm noktalarına göre merkez açısı (⁰).

Polietilen boru mukavemetinin belirlenmesinde eş gerilme;

$$\sigma_{eş} = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt{(\sigma_r^2 + \sigma_\theta^2 - \sigma_r \cdot \sigma_\theta + 3 \cdot \tau_{r\theta}^2)} \leq \sigma_{em} \quad (22)$$

eşitliği ile hesaplanmaktadır.

Burada;

$\sigma_{eş}$ = Eş gerilme (kg / mm²),

$\sigma_r, \sigma_\theta, \tau_{r\theta}$ = Sırasıyla Radyal, Teğetsel ve Kayma gerilmeleri (kg / mm²)

Bu gerilmeler, verilen eşitlikte, tüm eleman düğümlerinin toplamı olarak yer almaktadır.

Eş gerilmenin emniyetli olup olmadığının belirlenmesinde, tüm düğümlere ait gerilmelerin, \pm işarete bakılmaksızın toplamı alınmaktadır.

SAYISAL SONUÇLAR ve TARTIŞMA

Araştırmada incelemeye alınan polietilen borunun geometrik modele göre 1/ 4 kesitinde, düğümlere ait yer değiştirme ve gerilme değerleri, ilgili matris eşitliklere göre 'MATLAB' programında çözümlenerek belirlenmiş ve sonuçlar çizelge (III,IV,V ve VI'da) verilmiştir.

Çizelge III.

Polietilen boru kesitine ait düğüm noktalarının yer değiştirmeleri (mm).

Sınır şartlarına göre belirlenen yer değiştirmeler x (10 ⁻⁴)												
$\{u\}$	u1	u2	u3	u4	v4	u5	v5	u6	v6	v7	v8	v9
$\{u\} =$	4	2	2	16	16	16	16	16	16	4	2	2

Çizelge IV.
Polietilen boru kesitinde düğüm noktalarına ait gerilmeler (kg/mm²).

1.Eleman Düğüm Numaraları		1	2	5	4
1. Eleman Gerilmeleri	σ_x	0.0150	0.0087	0.0253	0.0225
	σ_y	- 0.0449	-0.0605	-0.0347	-0.0450
	τ_{xy}	- 0.0064	- 0.0111	- 0.0020	-0.0048
2.Eleman Düğüm Numaraları		2	3	6	5
2. Eleman Gerilmeleri	σ_x	0.0305	- 0.0368	0.0203	0.0253
	σ_y	- 0.0762	- 0.0920	- 0.0277	- 0.0347
	τ_{xy}	0.0229	-0.0276	0.0016	0.0020
3. Eleman Düğüm Numaraları		4	5	8	7
3. Eleman Gerilmeleri	σ_x	0.0225	0.0253	0.0087	0.0150
	σ_y	- 0.0450	- 0.0347	- 0.0605	- 0.0449
	τ_{xy}	- 0.0048	- 0.0020	- 0.0111	- 0.0064
4. Eleman Düğüm Numaraları		5	6	9	8
4. Eleman Gerilmeleri	σ_x	0.0253	0.0203	- 0.0368	- 0.0305
	σ_y	- 0.0347	- 0.0277	- 0.0920	- 0.0762
	τ_{xy}	- 0.0020	- 0.0016	- 0.0276	- 0.0229

Çizelge V.
Polietilen boru kesitinde düğüm noktalarının, silindirik sisteme ilişkin gerilmeleri (kg/mm²).

1.Eleman Düğüm Numaraları		1	2	5	4
1. Eleman Gerilmeleri	σ_r	0.0150	0.0087	0.0303	0.0345
	σ_θ	- 0.0277	- 0.0377	0.0252	0.0228
	$\tau_{r\theta}$	- 0.0064	- 0.0111	- 0.0259	- 0.0280
2. Eleman Düğüm Numaraları		2	3	6	5
2. Eleman Gerilmeleri	σ_r	0.0305	- 0.0368	0.0271	0.0339
	σ_θ	- 0.0364	- 0.1030	0.0196	0.0245
	$\tau_{r\theta}$	- 0.0229	0.0276	- 0.0222	- 0.0277
3. Eleman Düğüm Numaraları		4	5	8	7
3. Eleman Gerilmeleri	σ_r	0.0345	0.0303	0.0590	0.0440
	σ_θ	0.0228	0.0252	- 0.0464	- 0.0296
	$\tau_{r\theta}$	- 0.0280	- 0.0259	0.0344	0.0278
4. Eleman Düğüm Numaraları		5	6	9	8
4. Eleman Gerilmeleri	σ_r	0.0303	0.0242	0.0883	0.0731
	σ_θ	0.0252	0.0202	- 0.0987	- 0.0818
	$\tau_{r\theta}$	- 0.0259	- 0.0207	0.0386	0.0320

Çizelge VI.
Silindirik sisteme ilişkin toplam gerilme,eş gerilme ve çekme dayanımı değerleri

Toplam gerilme Değerleri (kg / mm ²)	Eş gerilme (σ eş) (kg / mm ²)	Polietilen boru malzemesi İçin çekme dayanım(kg/mm ²)
$\sigma_{rT} = 0.600$ $\sigma_{\theta T} = 0.646$ $\tau_{r\theta T} = 0.405$	0.766	(0.8 - 3.5)

Çizelge IV’de boru kesit modeline ilişkin eleman düğümlerinde meydana gelen gerilmeler, Çizelge V’de ise bu gerilmelerin,silindirik sisteme göre dönüştürülmüş gerilme değerleri verilmiştir. Çizelge VI’da eşitlik 22’ye göre hesaplanmış eş gerilme değerleri ve polietilen boru malzemesinin çekme dayanımı verilmiştir (Akkurt 1991).

Polietilen boru kesit modeline ilişkin eş gerilme değeri $\sigma_{eş} = 0.766$ kg / mm² olarak belirlenmiştir. Bu değer,minimum çekme dayanımı ($\sigma_{ç} = 0.8$ kg / mm²) değerinden daha küçük değerdedir ve bu sonuca göre,materyal bölümünde verilen max. Çalışma basıncına göre araştırma konusu, polietilen borunun mukavemet açısından emniyetli olduğu belirlenmiştir.

KAYNAKLAR

- AKKURT,S., 1991. Plastik Malzeme Bilgisi İ.T.Ü. Makine Fakültesi İstanbul.
- FETVACI, M.C., 2002. Sonlu Elemanlar Metodu ile Gerilme analizi: Kalın Cidarlı Silindirik Borulara Uygulama, Mühendis ve Makina Dergisi, Sayı: 508.
- İNAN, M., 1988. Cisimlerin Mukavemeti. İ.T.Ü. Yayınları İstanbul.
- NATH, B., 1974. Fundamentals of Finite Elements for Engineers. The Athlone Press of the University of London.