

PİNYON TAKIMLA İMAL EDİLEN EVOLVENT HELİSEL DİŞLİLERİN DİŞ PROFİLİNİN BİLGİSAYAR ORTAMINDA OLUŞTURULMASI

Cüneyt Fetvacı

Doç. Dr.,
İstanbul Üniversitesi,
Mühendislik Fakültesi,
Makina Mühendisliği Bölümü, İstanbul
fetvacic@istanbul.edu.tr

ÖZ

Bu çalışmada, pinyon takımla imal edilen helisel dişli çarkların bilgisayar simülasyonu ele alınmaktadır. Dişli teorisi esas alınarak evolvent profilli kesici takımların ve imal edilen dişlilerin matematik modelleri verilmiştir. Profil kaydırma ve asimetric profil gibi tashihler de göz önüne alınmıştır. Matematik modellerden hareketle bilgisayar programları geliştirilmiş, evolvent profilli helisel dişlilerin bilgisayar grafikleri elde edilmiştir. 3-Boyutlu katı model ve sonlu eleman modelleri gösterilmiştir. Bu simülasyonla imalattan önce takım dizayn parametrelerinin dişli geometrisi üzerindeki etkileri incelenebilir.

Anahtar Kelimeler: Asimetric evolvent profil, pinyon takım, helisel dişliler, profil kaydırma, CAD/FEM model

COMPUTERIZED TOOTH PROFILE GENERATION OF INVOLUTE HELICAL GEARS MANUFACTURED BY SHAPER CUTTERS

ABSTRACT

This paper studies the computerized tooth profile generation of helical gears cut with pinion-type shaper cutters. Based on the theory of gearing the mathematical models of pinion-type shaper cutters and generated gears with involute teeth are given. The corrections on geometry such as addendum modification (profile shift) and asymmetric tooth profile are also considered. Computer simulation programs are developed to obtain graphs of generating tools and generated teeth surfaces. Also 3-D solid and finite element models of helical gears are obtained. The effect of tool parameters on generated gear can be investigated before manufacturing.

Keywords: Asymmetric involute profile, pinion cutter, helical gears, profile shift, CAD/FEM modeling

Geliş tarihi : 10.07.2015
Kabul tarihi : 14.04.2016

Fetvacı, C. 2016. "Pinyon Takımla İmal Edilen Evolvent Helisel Dişlilerin Diş Profilinin Bilgisayar Ortamında Oluşturulması," Mühendis ve Makina, cilt 57, sayı 677, s. 28-35.

1. GİRİŞ

Alın dişli çarklar paralel miller arasında güç iletiminde kullanılır ve dişlerin mil eksenine konumuna göre düz ve helisel olarak gruplandırılır. Helisel dişli çarklar aynı koşullar altında düz dişli çarklara göre daha sessiz çalışırlar ve daha fazla yük taşıyabilirler. Alın dişlilerde yaygın olarak kullanılan diş profili daire evolventidir. Yuvarlanma metodunu esas alan takımlar dişlilerin seri talaşlı imalatında kullanılmaktadır. İmal edilen dişli ile izafi hareketlerine göre takımlar kremayer, azdırma ve pinyon takım olarak gruplandırılmaktadır. Bu takımların en büyük avantajı verilen bir modül için tüm diş sayılarında imalat olanağı sağlamalarıdır. İç dişli çarkların imalatında da kullanılan pinyon takım planyalama prensibine göre talaş kaldırmaktadır [1-3].

Otomotiv, uçak-uzay teknolojisi gibi yüksek performans gerektiren uygulamalar için dişli çark dizaynında sonlu elemanlar metodu gibi sayısal yaklaşımlar yaygın olarak kullanılır. Böylelikle dişdibi mukavemeti, yüzey mukavemeti ve iletim hatası analizleri için hızlı ve güvenilir sonuçlar elde edilir. Güvenilir netice verebilecek bilgisayar destekli analiz için temel şart diş geometrisinin hassas modellenmesidir. Yuvarlanma mekanizmasına göre imal eden ve imal edilen yüzeylerin tam matematik modeli ifade edilmelidir.

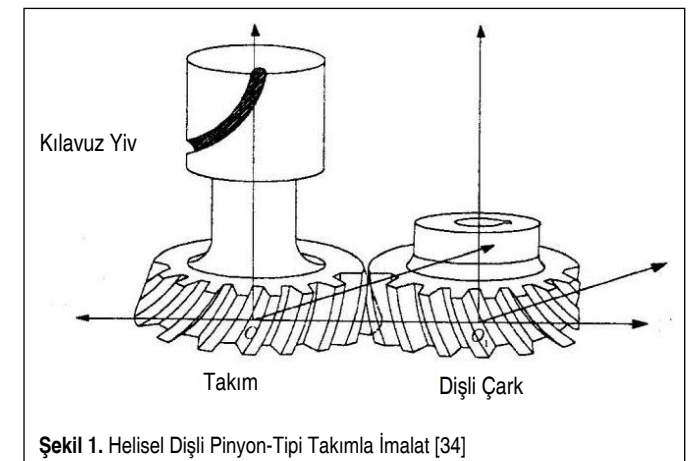
Yuvarlanma metodu ile imal edilen evolvent dişlilerde diş profili evolvent aktif yüzeyden, trokoid kök yüzeyinden ve daire yayı taban yüzeyinden oluşmaktadır. Literatürde çeşitli metotlarla diş profil oluşturmanın matematik modelleri verilmektedir [4-7]. Litvin, kesici takımları ve imal edilen yüzeyleri modellemek için vektör yaklaşım metodu geliştirmiştir [7]. Bu metotta takım yüzeyinin uygun kesit ve koordinat sisteminde vektörel ifadesinden hareket edilerek koordinat dönüşüm, diferansiyel geometri ve eş çalışma denklemi uygulanarak imal edilen dişli yüzeyi elde edilir. Litvin'in vektör yaklaşımından hareketle çok sayıda araştırmacı paralel, kesişen ve aykırı miller arasında güç nakleden çeşitli dişli mekanizmalarının matematik modellenmesi ve analizi ile ilgili çalışmalar sunmuştur [8-22]. Standart takımların yanı sıra, bombeli diş ve asimetric profil gibi modifikasyonlar ile talaşma ve raspalama paylı takımlarla imalat da modellenmektedir [13-16, 23-25]. Asimetric dişlilerde tahrik ve arka yanaklar farklı açılı dizayn edilmiştir. Mekanizma boyut ve ağırlık bakımından optimize edilir ve yük taşıma kapasitesinde artış sağlanır [26].

Kesici takımın uç geometrisi imal edilen dişlinin kök geometrisini ve dolayısıyla dişli çarkın eğilme mukavemetini belirlemektedir. Takım uçları keskin köşeli, köşelerinden yuvarlatılmış ve tam yuvarlak dizayn edilebilmektedir. Alipiev, simetric ve asimetric evolvent profilli dişlileri imal eden kremayer takımların yuvarlatılmış uçlarının geometrik çeşitlilik-

lerini incelemiştir [27]. Bu çalışmaya paralel olarak pinyon takımla imalatta standart diş başı yüksekliğine göre tasarımı mümkün uç geometrileri Fetvacı tarafından sunulmuştur [28]. Yaygın olarak, köşelerinden yuvarlatılmış uçlu takım kullanılmakta, yüksek performans istenen dişlilerde ise kökteki gerilme yığılmasını minimize etmek için tam yuvarlatılmış uçlu takımlar tercih edilmektedir. Yuvarlanma prosesinde takımın yuvarlatılmış ucunun eğrilik merkezinin takip ettiği yörünge, trokoid eğrisi formdadır. Bu eğri birincil trokoid olarak adlandırılır [29]. Bu eğriye uç eğrilik, yarıçapı mesafede paralel eğri ise dişli çarkın kökünü tayin etmektedir ve ikincil trokoid olarak adlandırılmaktadır. Pinyon takımla dış dişli imalatında epitrokoid ve iç dişli imalatında hipotrokoid eğrileri söz konusudur.

Çeşitli yayınlarda pinyon-tipi takımla imalatın matematik modellenmesi ele alınmıştır. Chang ve Tsay [9], evolvent pinyon-tipi takımın taslağı şekillendiren yüzeylerinin matematik modelini vermiş ve eliptik dişli çarkların bu takımla imalatı için gerekli dönüşümleri sunmuştur. Figliolini ve Angeles [11], sivri uçlu pinyon takımla keyfi sayıda loblu eliptik dişlilerin imalatını incelemiştir. Lian [30], helisel pinyon takımla imal edilen iç ve dış dişlilerin kök geometrisinin tayini ile ilgili ifadeleri sunmuştur. Fetvacı [20-21, 28], eliptik dişlilerin evolvent düz pinyon-tipi simetric takımla imalatı için Chang ve Tsay'in sunduğu matematik modeli [9], dönüşümleri sadeleştirerek, asimetric düz dişli profili oluşturmak için adapte etmiştir. Kesici takımın taslağına göre izafi konumlarını görselleştiren çalışmalarda literatürde mevcuttur [17, 19-21, 28, 31, 32].

Pinyon-tipi takımla imalatın üretkenliği yüksektir. Takım, imal ettiği dişliye görünüş olarak benzemekle birlikte dişbaşı yüksekliği artırılmış ve yüzeylere talaş kaldırmacı özellikler verilmiştir. Fellow prensibi olarak bilinen bu metotta, düz ve helisel iç ve dış dişliler imal edilebilmektedir. Düz dişli imalatında düz dişli takım kullanılır. Helisel dişli imalatında ise kesme strokunda helisel dişli takıma genişlik boyunca vida



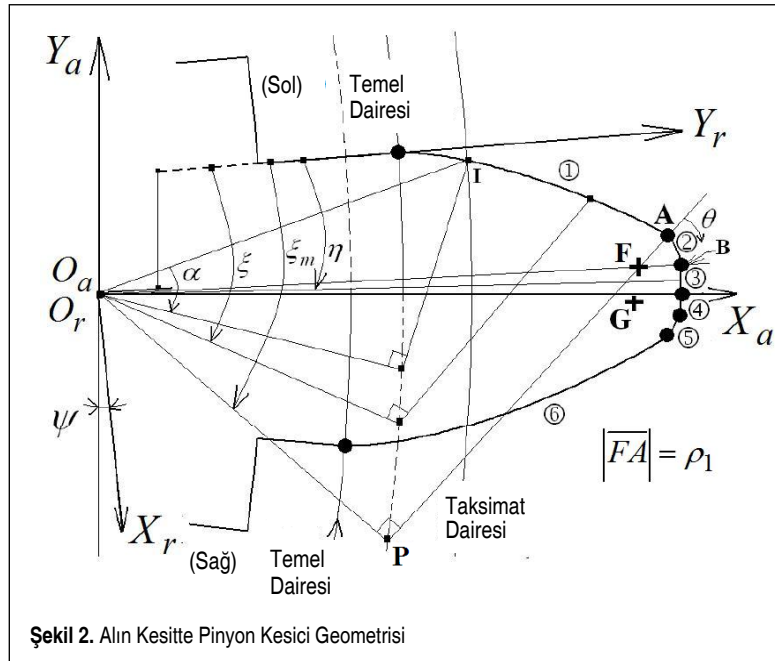
Şekil 1. Helisel Dişli Pinyon-Tipi Takımla İmalat [34]

hareketi (dönme+öteleme) verilerek diş açma sağlanır. Bu hareket için tutturma tertibatındaki kılavuz yiv takım dişi ile aynı helis yönlü, helis açılı ve hatveli olmalıdır. Şekil 1'de, sağ helisli dişli takım ve imal ettiği sol helisli dişli çark görülmektedir [2, 6, 33, 34].

Bu çalışmada, yaygın olarak kullanılan pinyon-tipi takımla helisel dişli imalatının bilgisayar simülasyonu ele alınmıştır. Literatürde simetrik evolvent profilli düz dişli çark imali için verilen modelden hareketle, uygun düzenlemelerle asimetrik evolvent helisel dişli modeli geliştirilmiştir. Çalışmanın ikinci bölümünde, kesici takım geometrisi ve matematik modeli verilmiştir. Takım-taslak arasındaki koordinat bağı üçüncü bölümde ele alınmıştır. İmal edilen yüzeylerin matematik modeli verilmiştir. Çalışmada verilen matematik modeller esas alınarak bir bilgisayar programı geliştirilmiştir. Bu program çeşitli dizayn parametreleri için çalıştırılmıştır. Dördüncü bölümde, program çıkışı dosyaları görselleştirilerek takdim edilmiştir. Böylelikle çeşitli dizayn parametrelerinin imal edilen dişli çark üzerindeki etkileri incelenebilir, gerilme analizi için sonlu eleman modelleri elde edilebilir.

2. PİNYON TAKIMIN MATEMATİK MODELİ

Chang ve Tsay'in [9] düz dişli çark için tesis ettiği matematik model bu çalışmada asimetrik evolvent profilli helisel dişliye uyarlanmıştır. Denklemler helisel pinyon takımın alın kesitinde ifade edilmektedir. Şekil 2'de gösterildiği üzere, pinyon takımında 6 adet imal edici bölge vardır. Alın kesitte gösterilen kesici takımının taslağı şekillendiren bölgeleri evolvent yanak, yuvarlatılmış uç kenarı ve düz tavandan oluşmaktadır.



Şekil 2. Alın Kesitte Pinyon Kesici Geometrisi

Chang ve Tsay'in çalışmasına paralel olarak matematik model tesis edilirken orijinleri takımın ağırlık merkezinde konumlu $S_r (X_r, Y_r)$ referans koordinat sistemi ve $S_a (X_a, Y_a)$ takım alın kesit koordinat sistemi tanımlanmıştır. Referans koordinat sisteminde tesis edilen 1, 2 ve 3. bölgelerin denklemleri aşağıda verilmektedir.

Şekil 2'de görüldüğü üzere, takımın 1. bölgesi imal edilen helisel dişlinin evolvent yanağını oluşturmaktadır. Eğrisel parametre ξ evolvent bölgedeki bir noktanın konumunu tayin etmekte ve $0 \leq \xi \leq \xi_m$ aralığında değişmektedir. Takımın 1. bölgesinin yer vektörleri S_r koordinat sisteminde aşağıdaki denklemle ifade edilmektedir.

$$\mathbf{R}_r^1 = \begin{Bmatrix} x_r^1 \\ y_r^1 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} r_b \sin \xi - r_b \xi \cos \xi \\ r_b \cos \xi + r_b \xi \sin \xi \end{Bmatrix} \quad (1)$$

Burada r_b helisel dişli pinyon takımın temel dairesi yarıçapıdır.

Takımın 2. bölgesi imal edilen helis dişlinin diş kökünü şekillendirmektedir. Şekil 2'de görüldüğü üzere, θ eğrisel parametresi yuvarlatılmış uçtaki bir noktanın koordinatını tayin etmekte ve $0 \leq \theta \leq \pi/2 - \tan^{-1}(\xi_m - (\rho/r_b))$ aralığında değişmektedir. Yuvarlatılmış ucun eğrilik merkezi maksimum evolvent noktası A'dan temel dairesine indirilen teğet doğrusu \overline{PA} üzerindeki F noktasında konumlandırılır. Takımın 2. bölgesinin yer vektörü koordinat sisteminde aşağıdaki denklemle ifade edilmektedir.

$$\mathbf{R}_r^2 = \begin{Bmatrix} r_b \sin \xi_m - r_b \xi_m \cos \xi_m + \rho \cos \xi_m - \rho \cos(\theta + \xi_m) \\ r_b \cos \xi_m + r_b \xi_m \sin \xi_m - \rho \sin \xi_m + \rho \sin(\theta + \xi_m) \end{Bmatrix} \quad (2)$$

Bu denklemde ρ , takımın yuvarlatılmış ucunun eğrilik yarıçapı ve ξ_m maksimum evolvent açısıdır.

Kesici takımın 3. bölgesi imal edilen dişlinin tabanını şekillendirmektedir. Eğrisel parametre η takımın tabanındaki bir noktanın konumunu tayin etmekte ve $\xi_m + \delta - \pi/2 \leq \eta \leq \tan \alpha_s - \alpha_s + \pi/2N_c$ aralığında değişmektedir. S_r koordinat sisteminde 3. bölgenin denklemleri aşağıda verilmiştir.

$$\mathbf{R}_r^3 = \begin{Bmatrix} x_r^3 \\ y_r^3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} r_B \sin \eta \\ r_B \cos \eta \end{Bmatrix} \quad (3)$$

Bu denklemde $r_B = \sqrt{r_b^2 + (r_b \xi_m - \rho)^2} + \rho$ takımın baş dairesi yarıçapıdır ve $(\delta = \pi/2 - \tan^{-1}(\xi_m - (\rho/r_b)))$ 'dir.

Koordinat dönüşümü uygulanarak kartezyen koordinatlarda takım geometrisi elde edilmektedir. Evolvent geometrisinden hareketle koordinat dönüşümü aşağıdaki matris ifade ile sağlanmaktadır.

$$\mathbf{R}_a^i = \begin{Bmatrix} x_a^i \\ y_a^i \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin \psi & \cos \psi \\ -\cos \psi & \sin \psi \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_r^i \\ y_r^i \end{Bmatrix} \quad (4)$$

Bu denklemde ψ döndürme açısı evolvent geometrisinden bulunur ve α_s yuvarlanma noktasındaki alın kavrama açısı, N_c takım diş sayısı olmak üzere, $\psi = \pi/2N_c + \tan \alpha_s - \alpha_s$ olarak hesaplanır. Alın kavrama açısı α_s , normal kesitteki kavrama açısı α_n ve helis açısı β verildiğinde $\tan \alpha_s = \tan \alpha_n / \cos \beta$ ifadesinden hesaplanır. Üst indis i sırasıyla 1, 2 ve 3. bölgeleri ifade eder.

Takımın sağ tarafında karşı gelen bölgelerin y_a^i koordinatları uygun işaretlemelerle yazılabilir. Sol ve sağ profil farklı α_n kavrama açısı ile dizayn edilebileceğinden, bağlı tüm büyüklükler ve takım ucu yuvarlatma yarıçapları sırasıyla L ve R alt indisleriyle gösterilebilir. Elde edilen bölge denklemleri aşağıda verilmektedir.

Takımın 1 ve 6. bölgelerinin yer vektörleri S_a koordinat sisteminde aşağıdaki denklemlerle ifade edilmektedir.

$$\mathbf{R}_a^1 = \begin{Bmatrix} x_a^1 \\ y_a^1 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} r_{bL} \cos(\xi_L - \psi_L) + r_{bL} \xi_L \sin(\xi_L - \psi_L) \\ -r_{bL} \sin(\xi_L - \psi_L) + r_{bL} \xi_L \cos(\xi_L - \psi_L) \end{Bmatrix} \quad (5)$$

$$\mathbf{R}_a^6 = \begin{Bmatrix} x_a^6 \\ y_a^6 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} r_{bR} \cos(\xi_R - \psi_R) + r_{bR} \xi_R \sin(\xi_R - \psi_R) \\ r_{bR} \sin(\xi_R - \psi_R) - r_{bR} \xi_R \cos(\xi_R - \psi_R) \end{Bmatrix} \quad (6)$$

Takımın 2 ve 5. bölgelerinin yer vektörleri S_a koordinat sisteminde aşağıdaki denklemlerle ifade edilmektedir.

$$\mathbf{R}_a^2 = \begin{Bmatrix} r_{iL} \cos(\xi_{iL} - \psi_{iL}) + r_{iL} \xi_{iL} \sin(\xi_{iL} - \psi_{iL}) - \rho_L \sin(\xi_{iL} - \psi_{iL}) + \rho_L \sin(\theta_L + \xi_{iL} - \psi_{iL}) \\ -r_{iL} \sin(\xi_{iL} - \psi_{iL}) + r_{iL} \xi_{iL} \cos(\xi_{iL} - \psi_{iL}) - \rho_L \cos(\xi_{iL} - \psi_{iL}) + \rho_L \cos(\theta_L + \xi_{iL} - \psi_{iL}) \end{Bmatrix} \quad (7)$$

$$\mathbf{R}_a^5 = \begin{Bmatrix} r_{iR} \cos(\xi_{iR} - \psi_{iR}) + r_{iR} \xi_{iR} \sin(\xi_{iR} - \psi_{iR}) - \rho_R \sin(\xi_{iR} - \psi_{iR}) + \rho_R \sin(\theta_R + \xi_{iR} - \psi_{iR}) \\ r_{iR} \sin(\xi_{iR} - \psi_{iR}) - r_{iR} \xi_{iR} \cos(\xi_{iR} - \psi_{iR}) + \rho_R \cos(\xi_{iR} - \psi_{iR}) - \rho_R \cos(\theta_R + \xi_{iR} - \psi_{iR}) \end{Bmatrix} \quad (8)$$

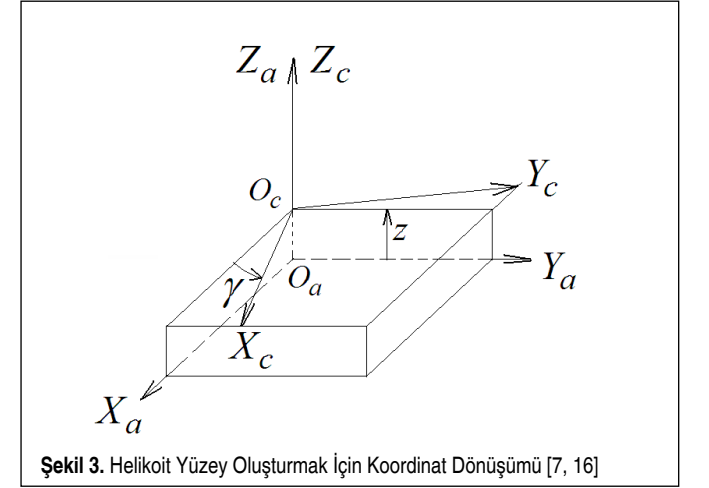
Takımın 3 ve 4. bölgelerinin yer vektörleri S_a koordinat sisteminde aşağıdaki denklemlerle ifade edilmektedir.

$$\mathbf{R}_a^3 = \begin{Bmatrix} x_a^3 \\ y_a^3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} r_B \cos(\eta_L - \psi_L) \\ r_B \sin(\eta_L - \psi_L) \end{Bmatrix} \quad (9)$$

$$\mathbf{R}_a^4 = \begin{Bmatrix} x_a^4 \\ y_a^4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} r_B \cos(\eta_R - \psi_R) \\ -r_B \sin(\eta_R - \psi_R) \end{Bmatrix} \quad (10)$$

Şekil 3'te gösterildiği üzere, alın kesitte vida hareketi uygulanarak helisel dişli takımın diş yüzeyi S_c koordinat sisteminde (11) numaralı ifade ile elde edilebilir. Burada döndürme açısı $\gamma = z \tan \beta / r_c$ olarak hesaplanır ve r_c takımın taksimat dairesi yarıçapını gösterir.

$$\mathbf{R}_c^i = \begin{Bmatrix} x_c^i \\ y_c^i \\ z_c^i \\ 1 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \gamma & -\sin \gamma & 0 & 0 \\ \sin \gamma & \cos \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_a^i \\ y_a^i \\ 0 \\ 1 \end{Bmatrix} \quad (11)$$



Şekil 3. Helikoit Yüzey Oluşturmak İçin Koordinat Dönüşümü [7, 16]

Diferansiyel geometriden, koordinat sisteminde ifade edilen takım yüzeylerinin normal vektörleri (12) numaralı denklemle, birim normal vektörleri ise (13) numaralı denklemle hesaplanır [7].

$$N_c^i = \frac{\partial \mathbf{R}_c^i}{\partial l_j} \times \frac{\partial \mathbf{R}_c^i}{\partial z} \quad (12)$$

$$\mathbf{n}_c^i = \frac{\frac{\partial \mathbf{R}_c^i}{\partial l_j} \times \frac{\partial \mathbf{R}_c^i}{\partial z}}{\left| \frac{\partial \mathbf{R}_c^i}{\partial l_j} \times \frac{\partial \mathbf{R}_c^i}{\partial z} \right|} \quad (13)$$

Burada l_j parametresi sırasıyla, takımın eğrisel parametreleri ξ , θ ve η 'yi gösterir.

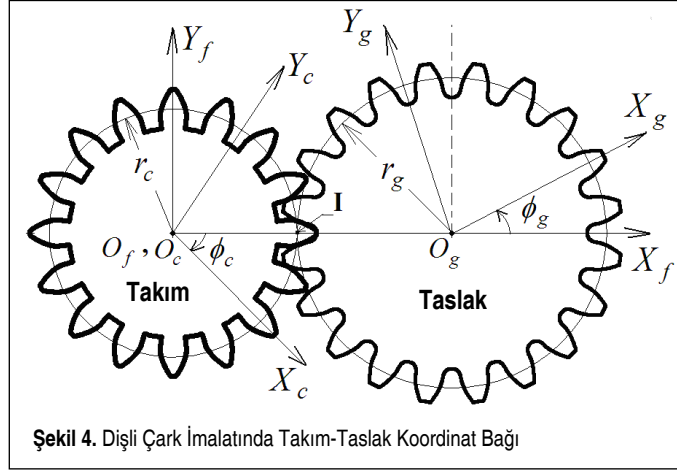
Takımın evolvent formda 1 ve 6. bölgelerinin normal vektörleri (5), (6) ve (13) numaralı ifadelerden hesaplanabilir. (14) numaralı denklemde üst işaret, birinci (sol) ve alt işaret, altıncı (sağ) bölgeleri ifade eder.

$$N_c^i = \frac{\partial \mathbf{R}_c^i}{\partial l_j} \times \frac{\partial \mathbf{R}_c^i}{\partial z} = r_{bL,R} \xi_{L,R} \begin{Bmatrix} \mp \sin(\xi_{L,R} - \psi_{L,R} \mp \gamma) \\ -\cos(\xi_{L,R} - \psi_{L,R} \mp \gamma) \\ \cos \alpha_{sL,R} \tan \beta \end{Bmatrix} \quad (i = 1 \text{ ve } 6) \quad (14)$$

3. İMAL EDİLEN DİŞLİNİN MATEMATİK MODELİ

Pinyon takım ile imal edilen dişli çark arasındaki koordinat bağı Şekil 4'te gösterilmiştir. $S_c (X_c, Y_c)$ pinyon takımın koordinat sistemi, $S_g (X_g, Y_g)$ imal edilen çark dişlisinin koordinat sistemi ve $S_f (X_f, Y_f)$ sabit olan referans koordinat sistemidir. Yuvarlanma sürecinde pinyon takım ϕ_c açısı kadar dönerken imal edilen çark ise ϕ_g açısı kadar dönmektedir.

S_c takım koordinat sisteminde S_g taslak koordinat sistemine



Şekil 4. Dişli Çark İmalatında Takım-Taslak Koordinat Bağı

dönüşümü sağlayan koordinat dönüşüm matrisi (15) numaralı ifadede verilmiştir [7].

$$[M_{gc}] = \begin{bmatrix} \cos(\phi_c + \phi_g) & \sin(\phi_c + \phi_g) & -(r_c + r_g + e) \cos \phi_g \\ -\sin(\phi_c + \phi_g) & \cos(\phi_c + \phi_g) & (r_c + r_g + e) \sin \phi_g \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (15)$$

ϕ_g ve ϕ_c dönme açıları arasındaki ilişki N_c takım diş sayısı ve N_g imal edilen diş sayısı olmak üzere $\phi_g = (N_c / N_g) \phi_c$ 'dir. I noktası ani dönme merkezi; r_c takım taksimat yarıçapı ve çark taksimat yarıçapıdır. Normal modül m_n ve profil kaydırma faktörü x_n değerlerinden profil kaydırma miktarı $e = m_n \cdot x_n$ olarak hesaplanır.

Pinyon takım yüzeylerinin geometrik yeri imal edilen dişli çarkın koordinat sisteminde ifade edilir [7].

$$\mathbf{R}_g^i = [M_{gc}] \mathbf{R}_c^i, \quad (i = 1, \dots, 6) \quad (16)$$

Dişli Ana Kanunu gereğince eşlenik diş profillerinin temas noktasındaki müşterek normali izafi ani dönme merkezinden (yuvarlanma dairelerinin değme noktası) geçmelidir. Bu ka-

nunun matematiksel ifadesi eş çalışma denklemi S_c koordinat sisteminde (17) numaralı denklemde verilmiştir [7].

$$\frac{X_c - x_c^i}{n_{cx}^i} = \frac{Y_c - y_c^i}{n_{cy}^i} \quad (17)$$

Burada $X_c = r_c \cos \phi_c$ ve $Y_c = r_c \sin \phi_c$, koordinat sisteminde I noktasının koordinatları; x_c^i ve y_c^i kesici takım yüzeyinin koordinatları; n_{cx}^i ve n_{cy}^i birim normal vektörlerin kartezyen bileşenleridir.

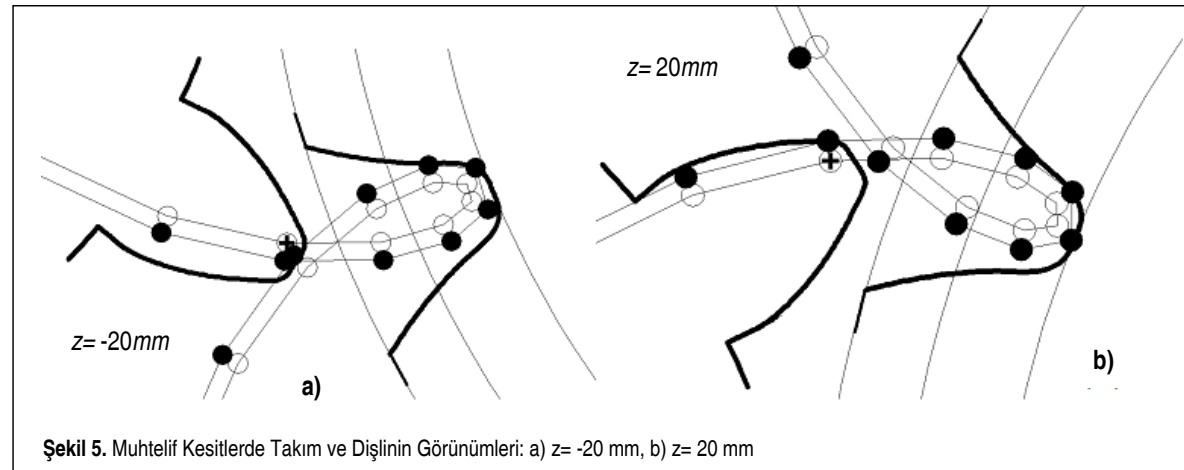
İmal edilen dişli çarkın matematik modeli ise pinyon kesici takımın geometrik yeri ile eş çalışma denkleminin bir kombinasyonudur. (16) ve (17) numaralı denklemler eşzamanlı çözümlenerek imal edilen dişli çark yüzeylerinin matematik modeli elde edilir.

4. BİLGİSAYAR UYGULAMALARI

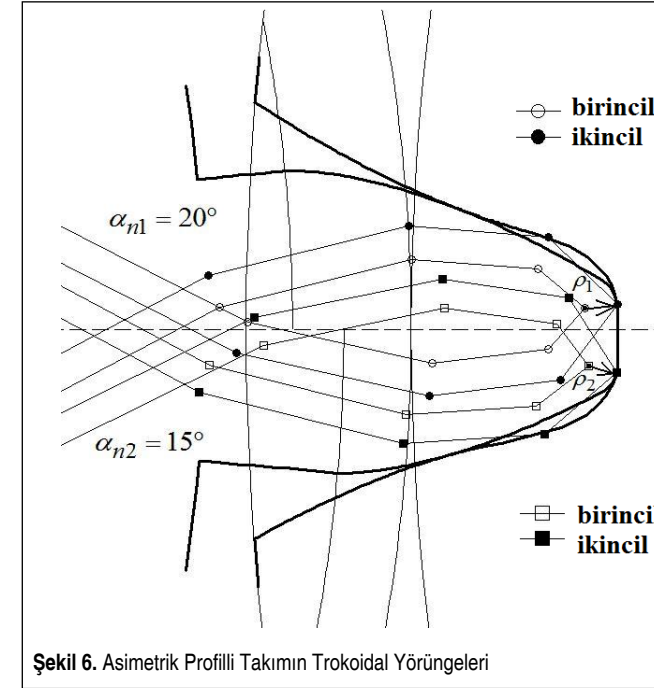
Önceki bölümlerde verilen denklemler uygun bir programlama dili ile bilgisayar ortamına aktarılabilir. Bir grafik işleme programı ile sonuçlar görselleştirilebilir. Bu çalışmada, GW-BASIC derleyicide bir hesaplayıcı program yazılmıştır. Hesaplayıcı programa normal modül, diş sayısı, sağ ve sol profillerin normal kavrama açıları, helis açısı, uç yuvarlatma yarıçapı gibi tasarım parametreleri girilmiştir. Kesici takım, imal edilen dişli, takım ucunun geometrik yeri ve takım izafi konum koordinatlarını listeleyen çıkış dosyaları elde edilmiştir. Bu dosyalar GRAPHER grafik işleme programında ve ANSYS Önışlemci modülünde değerlendirilmiştir. Programın akış diagramı Ek'te verilmiştir.

Şekil 5'te, diş genişliği boyunca muhtelif kesitlerde takım ve imal edilen dişli gösterilmektedir.

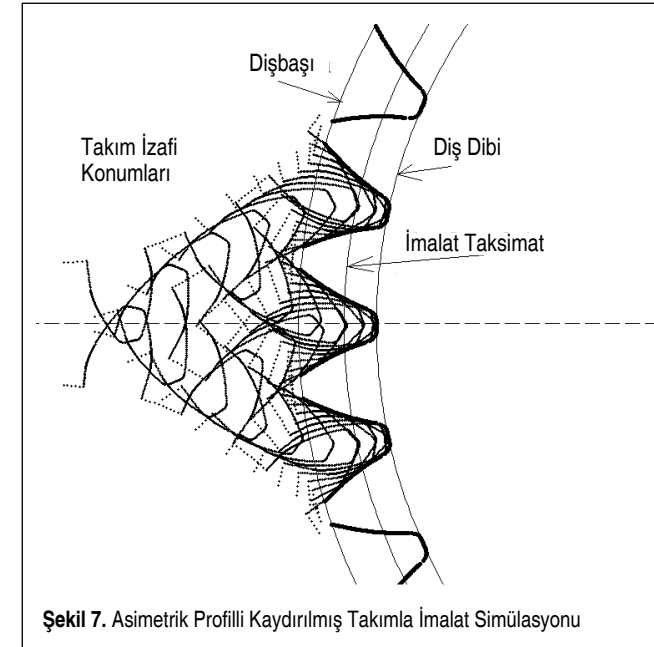
Şekil 6'da, asimetrik profilli takım, imal edilen diş geometrisi, birincil trokid eğrileri ve ikincil trokid eğrileri göster-



Şekil 5. Muhtelif Kesitlerde Takım ve Dişlinin Görünümleri: a) z = -20 mm, b) z = 20 mm



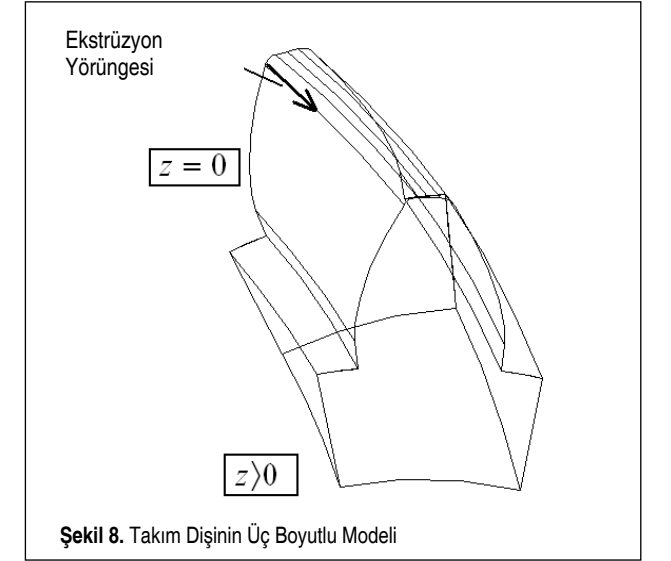
Şekil 6. Asimetrik Profilli Takımın Trokoidal Yörüngeleri



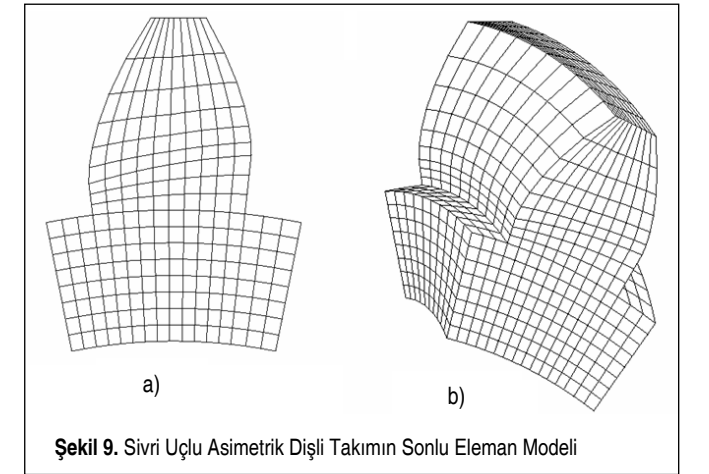
Şekil 7. Asimetrik Profilli Kaydırılmış Takımla İmalat Simülasyonu

ılmaktadır. Bu örnekte normal modül $m_n = 3 \text{ mm}$, takım diş sayısı $N_c = 20$, çark diş sayısı $N_g = 30$, sol profil kavrama açısı $\alpha_{n1} = 20^\circ$, sağ profil kavrama açısı $\alpha_{n2} = 15^\circ$ ve helis açısı $\beta = 20^\circ$ alınmıştır. Uç yuvarlatma yarıçapları $\rho_1 \times (1 - \sin \alpha_{n1}) = \rho_2 \times (1 - \sin \alpha_{n2})$ bağıntısına göre hesaplanır ve $\rho_1 = 0.2 \times m_n$ 'dir.

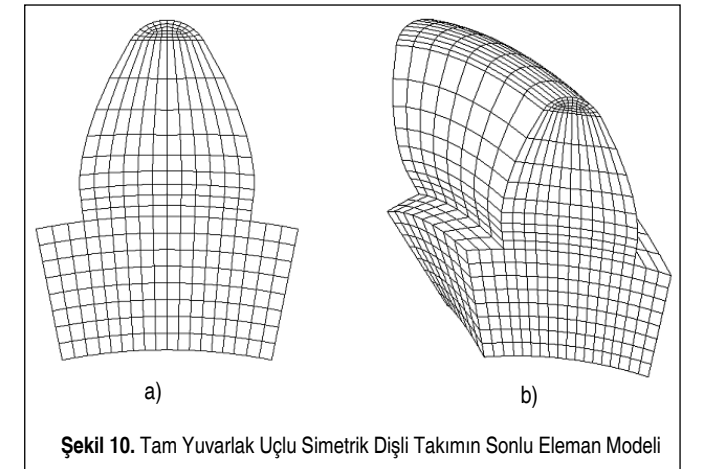
Şekil 7'de, yuvarlanma prosesinde kesici takımın taslağa göre izafi konumları ve imal edilen çark diş profili gösterilmektedir. Dizayn parametreleri önceki örnekle aynıdır ve pozitif profil kaydırma miktarı uygulanmıştır.



Şekil 8. Takım Dişinin Üç Boyutlu Modeli



Şekil 9. Sivri Uçlu Asimetrik Dişli Takımın Sonlu Eleman Modeli



Şekil 10. Tam Yuvarlak Uçlu Simetrik Dişli Takımın Sonlu Eleman Modeli

Tasarım ve analiz için üç boyutlu katı model elde edilebilir. Alın kesitte elde edilen iki boyutlu diş profili aksenele doğrultuda helikoit formda eğri boyunca ötelenerek üç boyutlu diş modeli oluşturulur [35-36]. Şekil 8'de kesici takım dişinin üç boyutlu modeli gösterilmektedir.

Dişli çarkın üç boyutlu sonlu eleman modeli alın kesitte oluşturulan modelden elde edilebilir. Şekil 9'da gösterildiği üzere, sivri uçlu asimetric dişli takımın alın kesiti iki boyutlu elemanlarla modellendikten sonra helikoit yörünge boyunca ötelenerek üç boyutlu sonlu eleman modeli oluşturulmuştur. Şekil 10'da ise tam yuvarlak uçlu simetric takımın sonlu eleman modelleri gösterilmektedir.

5. SONUÇLAR

Bu çalışmada, literatürde mevcut evolvent profilli düz dişli pinyon takım matematik modelinden hareketle, uygun dönüşüm ve düzenlemelerle evolvent helisel dişli imalat simülasyonu için model geliştirilmiştir. Asimetric dizayn ve profil kaydırma da göz önüne alınmıştır. Takım uç eğrilik merkezinin trokoid yörüngesi incelenmiştir. Uygun programlama yaklaşımı ile çeşitli dizayn parametreleri için imal eden ve imal edilen dişli yüzeylerinin grafikleri elde edilmiştir. Böylelikle imalattan önce dizayn parametrelerinin dişli üzerindeki etkileri incelenebilir. Ayrıca ileri nümerik analiz için 2 ve 3 boyutlu sonlu eleman modelleri gösterilmiştir. Kesici takımın taslağa göre izafi konumları da görselleştirilmiştir. Bu görselleştirme talaş geometrisinin tayininde ve buna bağlı olarak takımın ömür analizinde kullanılabilir. Sunulan matematik model, eliptik dişli çarklara ve beveloid (evolvent konik) dişli çarklara genişletilebilir.

TEŞEKKÜRLER

Bu çalışma İstanbul Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projeleri Birimi (Proje No. BYP- 38122) tarafından desteklenmiştir.

KAYNAKÇA

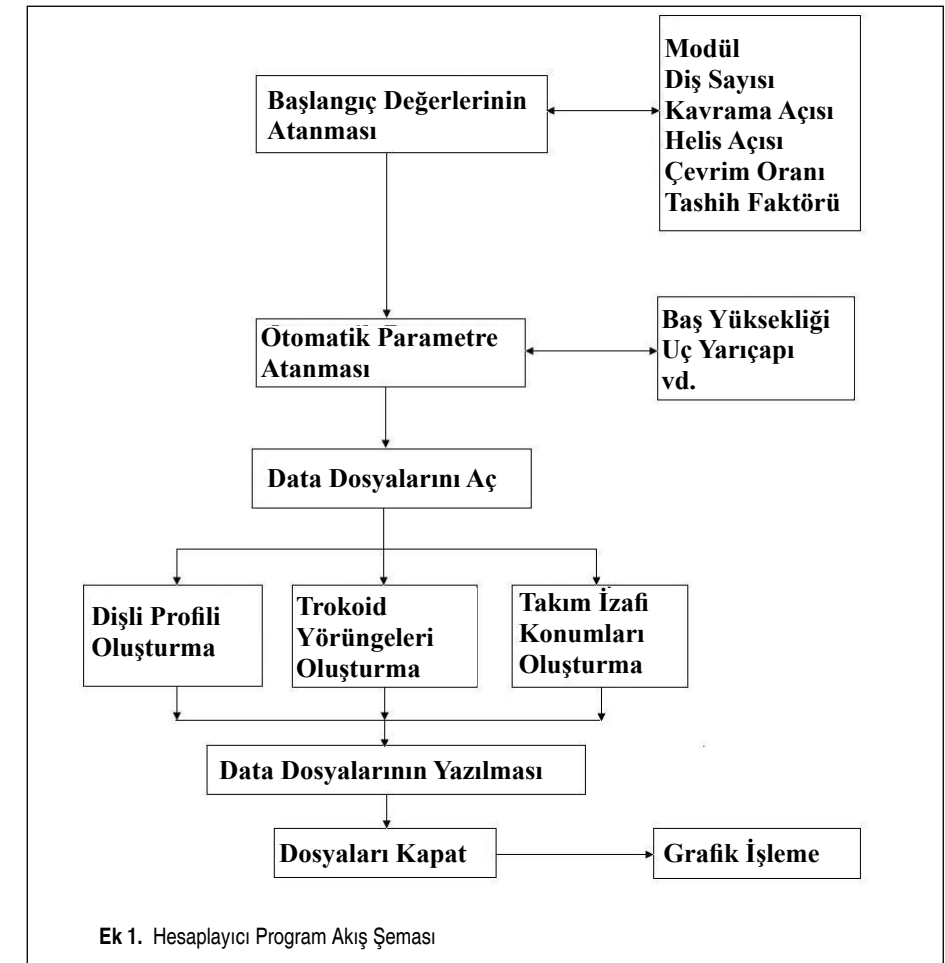
1. Akkurt, M. 1999. Makina Elemanları: Dişli Çarklar ve Diğer Güç İletim Elemanları, Birsen Yayınevi, İstanbul.
2. Çakmak, S. 1980. Dişli Çarklar: Geometri-Mukavemet-Teknoloji, İstanbul.
3. Jelaska, D. 2012. Gears and Gear Drives, Wiley, West Sussex, UK.
4. Buckingham, E. 1988. Analytical Mechanics of Gears, McGraw-Hill, New York, USA.
5. Salamoun, C., Suchy, M. 1973. "Computation of Helical or Spur Gear Fillets," Mechanism and Machine Theory, vol. 8 (3), p. 305-323.
6. Colbourne, J. R. 1987. The Geometry of Involute Gears, Springer-Verlag, New Jersey, USA.
7. Litvin, F. L. 1994. Gear Geometry and Applied Theory, Prentice Hall, New Jersey, USA.
8. Tsay, C. B. 1988. "Helical Gears with Involute Shaped Teeth: Geometry, Computer Simulation, Tooth Contact Analysis and

9. Chang, S. L., Tsay, C. B. 1998. "Computerized Tooth Profile Generation and Undercut Analysis of Noncircular Gears Manufactured with Shaper Cutters," Journal of Mechanical Design, vol. 120 (1), p. 92-99.
10. Liu, C. C., Tsay, C. B. 2001. "Tooth Undercutting of Beveloid Gears," Journal of Mechanical Design, vol. 123 (4), p. 569-576.
11. Figliolini, G., Angeles, J. 2003. "The Synthesis of Elliptical Gears Generated by Shaper-Cutters," Journal of Mechanical Design, vol. 125 (4), p. 793-801.
12. Brauer, J. 2004. "A General Finite Element Model of Involute Gears," Finite Elements in Analysis and Design, vol. 40 (13-14), p. 1857-1872.
13. Chen, C. F., Tsay, C. B. 2005. "Tooth Profile Design for the Manufacture of Helical Gear Sets with Small Numbers of Teeth," International Journal of Machine Tools and Manufacture, vol. 45 (12-13), p. 1531-1541.
14. Yang, S. C. 2005. "Mathematical Model of a Helical Gear with Asymmetric Involute Teeth and Its Analysis," International Journal of Advanced Manufacturing Technology, vol. 26 (5-6), p. 448-456.
15. Yang, S. C. "Study on an Internal Gear with Asymmetric Involute Teeth," Mechanism and Machine Theory, vol. 42 (8), p. 977-994.
16. Tsay, M. F., Fong, Z. H. 2007. "Novel Profile Modification Methodology for Moulded Face-gear Drives," Journal of Mechanical Engineering Science, vol. 221 (6), p. 715-725.
17. Fetvacı, C., İmrak, E. 2008. "Mathematical Model of a Spur Gear with Asymmetric Involute Teeth and Its Cutting Simulation," Mechanics Based Design of Structures and Machines, vol. 36 (1), p. 34-46.
18. Wu, S. Z., Tsai, S. J. 2009. "Contact Stress Analysis of Skew Conical Involute Gear Drives in Approximate Line Contact," Mechanism and Machine Theory, vol. 44 (9), p. 1658-1676.
19. Fetvacı, C. 2010. "Computer Simulation of Helical Gears with Asymmetric Involute Teeth", Journal of The Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University, vol. 25 (3), p. 441-447.
20. Fetvacı, C. 2010. "Definition of Involute Spur Gear Profiles Generated by Gear-Type Shaper Cutters," Mechanics Based Design of Structures and Machines, vol. 38 (4), p. 481-492.
21. Fetvacı, C. 2010. "Generation Simulation of Involute Spur Gears Machined by Pinion-Type Shaper Cutters," Strojniski vestnik-Journal of Mechanical Engineering, vol. 56 (10), p. 644-652.
22. Chen, W. L., Tsay, C. B. 2011. "Mathematical Model and Tooth Surfaces of Recess Action Wormgears with Double-depth Teeth," Mechanism and Machine Theory, vol. 46 (12), p. 1840-1853.
23. Chen, Y. C., Tsay, C. B. 2002. "Stress Analysis of a Helical

Gear Set with Localized Bearing Contact," Finite Elements in Analysis and Design, vol. 38 (8), p. 707-723.

24. Kuang, J. H., Chen, W. L. 1996. "Determination of Tip Parameters for the Protuberance Preshaving Cutters," Mechanism and Machine Theory, vol. 31 (7), p. 839-849.
25. Tsay, C. B., Liu, W. Y., Chen, Y. C. 2000. "Spur Gear Generation by Shaper Cutters," Journal of Materials Processing Technology, vol. 104 (3) p. 271-279.
26. Kapelevich, A. L., McNamara, T. M. 2005. "Direct Gear Design for Automotive Applications," SAE 2005 World Congress & Exhibition, Detroit, MI, USA.
27. Alipiev, O. 2011. "Geometric Design of Involute Spur Gear Drives with Symmetric and Asymmetric Teeth using the Realized Potential Method," Mechanism and Machine Theory, vol. 46 (1), p. 10-32.
28. Fetvacı, C. 2011. "Yuvarlanma Metodu ile İmal Edilen Asimetric Evolvent Düz Dişlilerin Bilgisayar Simülasyonu," Mühendis ve Makina, cilt 52, no. 516, s. 60-69.
29. Su, X., Houser, D. R. 2000. "Characteristics of Trochoids and their Application to Determining Gear Teeth Fillet Shapes," Mechanism and Machine Theory, vol. 35 (2), p. 291-304.

30. Lian, G. 2006. "Determining the Shaper Cut Helical Gear Fillet Profile," Gear Technology, vol. 23, p. 56-67.
31. Tang, X., Ren, F., Jiang, Y., Gao, S. 2008. "Geometric Modeling and Dynamic Simulation of Involute Gear by Generating Method," 13th International Conference on Geometry and Graphics, August 4-8, Dresden.
32. Alipiev, O., Antonov, S., Grozeva, T. 2013. "Generalized Model of Undercutting of Involute Spur Gears Generated by Rack-cutters," Mechanism and Machine Theory, vol. 64, p. 39-52.
33. Ulukan, L., Özsoy, T. 1973. Dişli Çark Mekanizmaları, İTÜ Makina Fakültesi Makina Elemanları Kürsüsü, İstanbul.
34. Chen, C. K., Lai, H. Y., Wu, C. T., Li, T. J. 2001. "A High-Precision Tool Model for Helical Pinion Cutters," Imeche Journal of Engineering Manufacture, vol. 215 (2), p. 161-168.
35. Hedlund, J., Lehtovaara, A. 2008. "A Parameterized Numerical Method for Generating Discrete Helical Gear Tooth Surface Allowing Non-standard Geometry," Journal of Mechanical Engineering Science, vol. 222 (6), p. 1033-1038.
36. Fetvacı, C. 2011. "Computer Simulation of Helical Gears Generated by Rack-Type Cutters," Arabian Journal for Science and Engineering, vol. 36 (7), p. 1321-1332.



Ek 1. Hesaplayıcı Program Akış Şeması