Ekonomi-tek Volume / Cilt: 5 No: 1 January / Ocak 2016, 1-24

BELİTSEL YAKLAŞIM, İKTİSAT VE Von NEUMANN'IN KAYGILARI

Hasan Ersel[*]

Özet

Modern belitsel yaklaşım David Hilbert tarafından geliştirilmiştir. Hilbert bu yaklaşımı önce geometriye sonra fiziğe uygulamıştır. Hilbert'in belitsel yaklaşım anlayışı zaman içinde evrilmiş ve matematik ve fizik alanlarındaki çalışmaları arasında önemli farklılıklar göstermiştir. Hilbert'in matematiğin tutarlılığını göstermek konusundaki derin ilgisi onu "biçimsel belitsel yaklaşıma" dayanmaya yönlendirmiştir. Buna karşılık Hilbert belitsel yaklaşımın fizikte katı bir biçimde uygulanamayacağını görmüş, fizikte ve daha sonra "esnek belitsel yaklaşım" olarak adlandırılan daha gevşek bir yaklaşımı izlemiştir.

Hilbert bilim dünyası üzerinde çok büyük bir etki yapmıştı. Onun geliştirdiği belitsel yaklaşım, özellikle Bourbaki'nin çalışmalarının katkısıyla, matematikte yaygın olarak kullanılmış, fizik ve iktisat dahil diğer bilim alanlarındaki araştırmacıların dikkatini çekmiştir. Belitsel yaklaşım iktisada üç değerli bilim insanının çalışmaları yoluyla kazandırılmıştır. Bunlar John von Neumann, Gerard Debreu ve Kenneth J. Arrow'dur. Gerard Debreu, Bourbaki'nin biçimsel belitsel yaklaşımını izleyerek Walras'gil genel denge kuramının biçimselleştirilmesi üzerinde çalışmış ve tutarlılığını göstermiştir. Von Neumann ve Arrow ise aynı yaklaşımı tamamen yeni iki araştırma alanını, sırasıyla oyun kuramı ve toplumsal tercih kuramı, geliştirmek için kullanmışlardır.

Belitsel yaklaşımı iktisatta kullanmalarının benzerliğine rağmen, von Neumann, bu yaklaşımın genelde bilim alanında kullanılmasına yönelttiği eleştirileriyle, Debreu ve Arrow'dan farklı konumda görülebilir. Von Neumann, iktisada belirtik biçimde gönderme yapmamakla birlikte, hem fizik alanında yaptığı çalışmalarda hem de yöntem konusundaki görüşlerinde, biçimsel belitsel yaklaşımın "matematiğin estetiğine" kapılma tehlikesine açık

---

[*] İktisatçı, hasanersel@yahoo.com. Bu yazının ilk taslağını okuyup görüşlerini ileten derginin seçtiği hakemlere, Fatih Özatay ve Kemal Yıldız'a teşekkür borçluyum. Eleştiri ve önerilerinden çok yararlandım ve metni, elimden geldiğince, bunların ışığında gözden geçirip hataları düzeltmeye ve eksiklikleri tamamlamaya çalıştım. Metnin son biçiminde kalan hatalar ve eksikliklerden doğal olarak sadece ben sorumluyum.

olduğu uyarısını yapmıştır. Von Neumann'ın bu konudaki çözümü matematiğin katı biçimselciliği ile bilimsel araştırma alanının gereksinimleri arasında belirtik ve etkin bir ödünleşim kurulmasıdır. Bunun bilim insanı ile matematikçi arasında güçlü bir işbirliği gerektirdiği açıktır.

Jel Kodları: B16, B23, B41, C02

Anahtar kelimeler: Belitsel yaklaşım, Debreu, biçimsel belitsel yaklaşım, von Neumann, esnek belitsel yaklaşım

THE AXIOMATIC APPROACH, ECONOMICS, AND Von NEUMANN'S CONCERNS

Abstract

The modern axiomatic approach was developed by David Hilbert, the prominent German mathematician of the last century, who first applied it to geometry and then to physics. His concept evolved over time, exhibiting considerable differences between its application in mathematics and in physics. Motivated by his deep interest in demonstrating the consistency of mathematics, Hilbert decided on pursuing the so-called "formalist axiomatic approach" for that field. However, realizing that this strict interpretation would not do for use in physics, Hilbert came up with a more relaxed scheme for the latter, which was later termed the "soft axiomatic approach."

Hilbert had an enormous influence on the scientific community, and his axiomatic approach was adopted widely throughout the mathematics community. This was notably due to Nicholas Bourbaki's work, which drew the attention of researchers involved in physics and other sciences, including economics. Economists learned of the axiomatic method through the publications of three distinguished scientists: John von Neumann, Gerard Debreu, and Kenneth J. Arrow. Following Bourbaki's formal axiomatic approach, Debreu aimed to formalize Walrasian general equilibrium theory and proved its consistency. Von Neumann and Arrow, on the other hand, used the same approach to develop completely new fields of research, i.e., game theory and social choice theory, respectively.

Despite the similarity of their applications of the axiomatic method to economics, von Neumann distinguishes himself from both Debreu and Arrow with his criticism of the axiomatic approach's use in science in general. Despite never having explicitly referred to economics, he warned of the vulnerability of the formalist axiomatic approach to capture by what he called the "aesthetics of mathematics." Von Neumann's solution was to introduce an explicit and effective trade-off between the strict formalism of the mathematical reasoning and the requirements of the scientific field of research. Obviously, this requires rather strong cooperation between the scientist and the mathematician.

JEL Codes: B16, B23, B41, C02

Keywords: Axiomatic approach, Debreu, formal axiomatic approach, von Neumann, soft axiomatic approach

1. Giriş

İktisatta yöntem açısından 1950'lerde köklü bir değişim yaşandı. Bu değişim iktisadın "biçimselleşmesi" [formalization], bir "matematiksel bilime [mathematical science] dönüşmesi" ya da "belitselleşmesi" [axiomatization] biçiminde başlıklar altında ele alınıyor. Üç farklı kavramın aynı olguyu ifade etmek için kullanılması ilk bakışta şaşırtıcı gelebilir. Biçimselleştirme matematiğin yanı sıra bilime, sanata, müziğe, edebiyata da uygulanabilen geniş bir kavram. Matematikselleşme ise ele alınan konunun matematik ile ifade edilmesi ve matematiksel düşünme yoluyla bazı sonuçlar türetilmesi çabası olarak tanımlanabilir. Belitselleşme ise, bir alanda kuramsal sonuçlar elde etmek için, aynı adı taşıyan düşünme yönteminin benimsenmesi demektir.

Kuşkusuz iktisatta 1950'lerde yaşanan köklü değişimi ele alan araştırmacılar bu kavramların farklı olduklarını biliyorlardı. Dolayısıyla bu üç kavramın aynı sorun bağlamında bir arada yaşaması bir rastlantı ya da hata olarak düşünülemez. Bu birliktelik bir tarihsel temelden kaynaklanıyordu. Sorunun kökeninde XIX. Yüzyılın sonlarında David Hilbert'in (d.1862- ö.1943) "*Matematiğin* temellerini *biçimsel belitsel* yöntem (formal axiomatic method) yoluyla ortaya çıkarma" çabası yatmaktadır.[1] Hilbert'in bu çalışması matematikte büyük yankı yapmış, sadece onu izleyenlerin değil Hilbert'in programını kısmen de olsa sekteye uğratan Kurt Gödel'in (d.1906-ö.1978) ünlü teoremleriyle de, mantık ve matematik alanlarında önemli gelişmelere yol açmıştır. 1950'lerde iktisatta yaşanan değişim, Hilbert'in bu katkılarının iktisada gecikmeli bir yansıması olarak düşünülebilir. Dolayısıyla, bu yansımayı değerlendirmeye yönelik çalışmaları yapanların, Hilbert'in bu üç kavramı yoğuran yaklaşımını önemli gördükleri boyutuna ağırlık vererek, kendi çalışmalarını adlandırdıklarını düşünmek daha doğru olur.

Bu yazıda "belitleştirme" vurgusunun öne çıkarılmasının nedenleri şöyle sayılabilir. Bir kere iktisatta matematik çok uzun süredir kullanılmaktadır.[2] "İktisatta matematik kullanmak" ile "iktisadı matematikselleştirmek" arasındaki sınırın bulanıklığı nedeniyle, bu kavram ile matematiğe yapılacak bir göndermenin iktisatta yaşanan değişimi yeterince açıklığa kavuşturamayacağı söylenebilir. İkinci neden ise Hilbert'in yöntemsel yaklaşımını iktisada ilk taşıyan kişi olan John von Neumann'ın (d.1903-ö.1957)[3] matematik dışındaki

---

1 Hilbert'in belitsel yöntem anlayışı konusunda bkz. Corry (2006a).

2 İktisatta ilk matematiksel metin olarak Giovanni Ceva'nın 1711 de yayımlanan 60 sayfalık kitapçığı kabul edilmektedir. XIX yüzyılda, özellikle Marjinalist Okul içinde yer alan iktisatçılardan pek çoğu iyi matematik biliyor ve bu bilgilerini iktisat çalışmalarında kullanıyorlardı.

3 Macar asıllı olan von Neumann'ın doğumunda adı *Margittai Neumann János Lajos idi.*

bilimlerde (örneğin fizikte) belitselleşmeyi, biçimselleştirmeyi dışlayan bir yorumuyla benimsemiş olmasıdır. Bu noktada von Naumann'ın iktisat bağlamında yaptığı çalışmalarda biçimsel belitsel yaklaşımı uygulamış olduğunu dolayısıyla yöntem konusundaki bu genel tutumu ile çelişki yarattığını belirtmek gerekir. Ancak von Neumann'ın, Debreu gibi iktisat kuramına ilişkin tartışmalarda bulanıklık ve özensizlikten şikâyetçi olduğu, bu nedenle de öncelikle bu sorunları ele almaya yöneldiği düşünülebilir. von Neumann'ın iktisada ve hatta toplumsal bilimlere en önemli katkısı olarak kabul edilen *Oyun Kuramı* biçimsel belitsel yöntemin en başarılı uygulamalarından birisidir. von Neumann ve Morgenstern (1944).

Öte yandan, Hilbert'in çalışmalarının iktisada etkisine bakıldığında von Neumann'ın, çok önemli olmakla birlikte, tek kanal oluşturmadığı da söylenebilir. Bu bağlamda en az onun kadar önemli ikinci kişi Gerard Debreu'dur. Debreu'nun Hilbert'ten etkilenmesi von Neumann kadar doğrudan ve çok yönlü olmamıştır.[4] Debreu, Ecole Normale Superior'da Henri Cartan'ın öğrencisi olmuştu. Bourbaki grubunun[5] bir üyesi olan Cartan'dan çok etkilendiği anlaşılan Debreu, söz konusu grubun matematik ve belitsel yöntem anlayışını benimsemişti.

Bourbaki'nin matematik dünyasında ve matematik eğitimindeki etkisi çok büyük oldu. Modern matematik büyük ölçüde onun açtığı yoldan ilerledi. Ancak, Bourbaki'nin matematik dışı alanlarla hiç ilgilenmediğinin de altını çizmek gerekir. Dolayısıyla Debreu'nun katkısı Bourbaki'nin benimsediği belitsel yaklaşımı alıp iktisada uygulamış olmasına indirgenemez. Debreu, bu yöntemin iktisat gibi bir alanda nasıl kullanılabileceği ve neler katabileceği üzerinde dikkatle düşünmüş ve kendi geliştirdiği çizgide ilerlemiştir.

İktisatta belitsel yöntemin kullanılması konusunda üçüncü öncü isim Kenneth J. Arrow'dur. Arrow bu üç öncü arasında, deyim yerindeyse, "en iktisatçı" olandır. İlgilendiği sorunları hep iktisat/toplumsal bilim alanından

---

[4] Von Neumann, Hilbert'in bir süre asistanı olmuştu ve onun matematiğe katkıları çerçevesinde küme kuramının belitselleştirilmesi, matematiğin temelleri gibi konularda çok önemli katkılar yapmıştı. Öte yandan von Neumann, Hilbert gibi, niceysel işleybilim (quantum mechanics) alanında çalışmış, bu alanın matematikselleşmesi yönünde köklü adımlar atmasını sağlamıştı; von Neumann (1932 [1955]).

[5] Bourbaki grubunun kısa öyküsü ise şöyle özetlenebilir: 1930'larda Nicholas Bourbaki (1934-?) takma adı altında toplanan bir grup matematikçi matematiğin büyük bir kısmını belitsel temele oturtmaya ve bu anlamda birörnekleştirmeye yönelik devasa bir projeyi başlatmışlardı. 1934 yılında ilk toplantısını yapan grup, 1939'da *Éléments de Mathématique* adlı dizinin ilk kitabını yayımladı. Grubun çalışmaları üyelerinin farklılaşmasına rağmen (grubun kurallarına göre 50 yaşına gelen her üye ayrılmak zorundaydı) devam etti. Bourbaki'nin son kitabı 1998'de yayımlandı.

seçmiş, varsayımlarını ve akıl yürütmesini iktisadın gerekleri doğrultusunda yapmıştır. Arrow'un herkesçe takdir edilen, örneğin Feiwell (1987, Robert J. Aumann ile söyleşi bölümü), sağlam matematik bilgisi onun matematikteki gelişmeleri yakından izleyebilmesine ve iktisat açısından gerekli gördüğü konularda matematiğe katkı yapmasına olanak sağlamıştır. Arrow'un belitsel yöntem konusunda bilgi sahibi olması, büyük ölçüde kendisinin gençliğinde matematiksel mantığa duyduğu ilgiden kaynaklanmış görünmektedir. Ancak, Arrow öğrenciliğinde bu açıdan önemli bir şansa sahip olmuş, Polonya'lı büyük mantıkçı Alfred Tarski'den (d.1901-ö.1983) ders almış ve onun ilgisini çekmiştir. Tarski bunun üzerine ünlü mantık kitabının, Tarski (1941), İngilizce ilk basımının editörlüğünü yapmasını Arrow'dan rica etmişti.

Sağlam bir matematik/mantık bilgisinin yanı sıra geniş bir ilgi alanı olan Arrow, iktisadın ve buradan hareketle diğer toplumsal bilimlerin pek çok alanına önemli katkılar yapmıştır. Belitsel yöntem kullanımı bağlamında yaptığı iki önemli katkıdan ilki, Walras'gil rekabetçi genel denge modelinde dengenin varlığı ve Pareto anlamında etkin olduğunun kanıtlamasıdır. Arrow (1951a), Arrow ve Debreu (1954).[6]

Arrow'un ikinci katkısı ise ilkinden nitelik olarak farklıdır. Arrow doktora tezinde Marquis de Condorcet'in (d.1743-ö.1794) ünlü karşıtlamından (paradox) hareketle bireysel tercihler ile toplumsal tercihler arasında tutarlı bir bağlantı kurulup kurulamayacağını araştırmıştır. Bu bağlamda ulaştığı ünlü *Arrow Olanaksızlık Teoremi*, daha sonra "toplumsal tercih kuramı" adı verilen yeni bir disiplinin doğmasına yol açmıştır.[7] Bu nedenle de Arrow'un bu katkı-

---

[6] Arrow bu konunun hem belitsel yaklaşım ile özenli bir biçimde ele alınmasının yolunu açmış hem de eleştirisi konusunda da öncü olmuştur. Arrow'un ikinci başlık altında ele alınabilecek ilk yazısı Arrow (1952, [1964])dır. Bu yazının iktisatta belirsizlik, eksik (incomplete) piyasalar gibi daha sonra çok büyük önem kazanan alanların araştırılmasına öncülük ettiği söylenebilir. Öte yandan rekabetçi genel denge modelinin iktisada neler kazandırdığı ve sınırları üzerine durmuş, bu konudaki çalışmalarını Frank Hahn ile birlikte yazdıkları kitapta, Arrow ve Hahn (1971), ortaya koymuştur. Bu kitabın, rekabetçi genel denge modelinin sağlam bir eleştirel temele dayanılarak ele alındığı ve sınırlarının sorgulandığı ilk ve klasikleşmiş bir çalışma olduğu söylenebilir. Hemen aynı tarihte, bu çalışmadan bağımsız olarak Macar iktisatçısı Janos Kornai'nin de Walras'gil rekabetçi genel denge modelinin köklü eleştirisini yapan kitabını yayımlanmıştı. Kornai (1971). Bu çalışmalardan birkaç yıl sonra Türkiye'de Tuncer Bulutay'ın bu modelin dikkatli bir sunumunu ve eleştirisini içeren kitabını yayımlamış olduğunu vurgulamak gerekir, Bulutay (1979).

[7] Arrow bu katkısını önce Arrow (1950)'de, daha sonra da büyük ilgi çeken Arrow (1951b)'de kamuoyuna kazandırmıştır. 1963'de ikinci baskısı yapılan) bu klasik metin, Arrow (1963, toplumsal tercih kuramının kurucu başyapıtı olarak kabul edilmektedir. Arrow olanaksızlık teoremi daha sonra da iktisat, siyaset bilimi, matematik, mantık ve felsefe gibi alanlarda pek çok araştırmacının ilgisini çekmiştir. Bu konuyu kapsamlı bir biçimde ele alan klasikleşmiş bir başka yapıt Sen (1970)'dir. Yakın yıllardaki gelişmeleri de kapsayacak bi-

sıyla von Neumann gibi yeni bir alanı temellendirmede biçimsel belitsel yöntemden yararlandığı söylenebilir.

Bu açıdan bakıldığında Debreu'nun iktisatta biçimsel belitsel yaklaşımı kullanması von Neumann ve Arrow'dan farklılık göstermektedir. Von Neumann ve Arrow biçimsel belitsel yaklaşımı uygulamak yoluyla önemli katkılarını yaparken yeni disiplinlerin (oyun kuramı ve toplumsal seçme kuramı) temellerini atıyorlardı. Bu nedenle onlar biçimselleştirmeyi yaparken, bu disiplinlerin gereksinmeleri doğrultusunda hareket ediyor ve dolayısıyla Debreu'ya oranla daha özgürce varsayımlarını seçebiliyorlardı. Oysa Debreu Walras'gil rekabetçi genel denge, karar ve fayda kuramları bağlamında önemli katkılarını yaparken bu alanların tarihçelerinden gelen kısıtları ve yönlendirmeleri hesaba katmak zorundaydı. Bu ifade Debreu'nun bunlara tümüyle bağlı kaldığı ve dolayısıyla orijinal bir katkısı olmadığı anlamına kesinlikle gelmemekte, tersine bu onun daha çapraşık bir yolu izlemeyi göze alarak, bir anlamda, daha cesur bir maceraya atılmış olduğunu göstermektedir.[8]

Belitsel yöntem hiçbir zaman iktisadın tek yöntemi konumuna gelmemiştir. İktisadın ele aldığı farklı sorunlar göz önüne alındığında bu doğal karşılanabilir. Burada şaşırtıcı olan bu yöntemin, belki de Debreu'nun tahmin ettiğinden fazla, iktisat alanında etki yaratmasıdır. Bu etki kendisini iki kanaldan göstermiştir. Bunlardan ilki, bu yöntemi kullanarak yapılan çalışmaların, belli alanlarda toplanmakla birlikte, artmasıdır.[9] İkinci etki kanalı ise iktisadın bu yöntemin vurguladığı açıklık (clarity), özenlilik (rigor) ve mantıksal tutarlılık gibi ölçütleri eskiye oranla çok daha fazla benimsemiş olmasıdır. Nitekim iktisat alanyazınının son 50 yılına bakıldığında bu ölçütler açısından daha önceye oranla çok daha dikkatli olunduğu görülür.

2. Belitsel Yaklaşım (Axiomatic Approach)

Belitsel yöntem bir bilimsel kuramın belit olarak adlandırılan bazı başlangıç (primitive) varsayımları[10] ile temellendirilmesi ve kurama ilişkin diğer teo-

---

çimde bu konuyu ele alan önemli bir kaynak Maskin ve Sen (2014)'dir. Toplumsal tercih kuramı zaman içinde daha da gelişmiş ve kendi başına bir çalışma alanı oluşturmuştur. Bu konuda yakın yıllarda yapılan katkılara örnek olarak Aleskerov (1999) ve konuyu tarayan çok değerli bir derleme olan Arrow, Sen ve Suzumura (2002 ve 2011) verilebilir.

[8] Bu yazının ilk taslağında bu noktayı yanlış ifade ettiğimi saptayarak beni uyaran Sayın Kemal Yıldız'a teşekkür borçluyum.

[9] Bu konuda iktisat alanında XXI. yüzyıl başına kadar yapılan çalışmaları tarayan bir kaynak olarak bkz. Thomson (2001).

[10] Bir sonucu kanıtlayabilmek için başka kanıtlanmış bilgilerin kullanılması gerekir. Böyle olunca da kanıtlama "sonuz geriye giden" bir sürece dönüşmektedir (infinite regress). Bu so-

remlerin bu belitlerin mantıksal sonuçları olarak türetilmesi yoluyla oluşturulması demektir. Matematikte mantıksal olarak teoremler türetmek üzere belirlenen herhangi bir belit kümesi ve türetme kuralları/süreçlerinin bütününe *belitsel dizge* (system) adı verilir. Bir (matematiksel) *kuram* da bir belitsel dizge ve bundan türetilen tüm teoremlerin bütünüdür. Belitsel dizgelerde aşağıdaki özelliklerin sağlanması istenir:

i) Bağımsızlık (independence): Bir belitsel dizgenin hiçbir belitinin diğerlerinden türetilmiş bir teorem olmadığı durumdur.

ii) Tutarlılık (consistency) : Bir belitsel dizgenin çelişkisiz olması demektir. Burada çelişkisizlik bir dizgeden hem bir önerme hem de onun *olumsuzunun* (negation) türetilememesi olarak tanımlanır.

iii) Tamlık (completeness): Her önerme ya da onun olumsuzunun dizgeden türetilmesidir.

Belitsel yaklaşımın tarihçesi M.Ö. IV. yüzyıla kadar uzanır. Bu bağlamda akla gelen ilk isim *Euklides* (Öklid) (d.M.Ö. 330-ö.M.Ö. 275) olsa da, bu yöntemin ondan önce Yunanlı düşünürler tarafından bilindiği ve tartışıldığı anlaşılmaktadır. Örneğin Aristotoles (d.M.Ö. 384-ö.M.Ö. 322), *Analytica Posteriora* adlı kitabında bu yöntemin ana fikirlerini tartışmıştı. Buna karşılık, Euklides'in *Elements* adlı yapıtı, belitsel yöntemin ilk önemli uygulaması olarak öne çıkmaktadır.[11]

Çağdaş belitsel yaklaşım anlayışını geliştiren ve biçimlendiren ise David Hilbert'dir. Hilbert 1899'da yayımlanan *Grundlagen der Geometrie* [Geometrinin Temelleri], adlı kitabında Euklides'gil geometrinin modern belitsel temellerini atmıştır, (Hilbert, 1899 [1950]). Hilbert'in bu katkısının önemini artıran bir unsur da onun belitsel yöntemin matematik dışında her bilimsel çalışma için geçerli olduğuna olan inancı ve bu inancını fizik alanındaki çalışmalarıyla desteklemiş olmasıydı.[12]

Matematiği yapısal bir çerçeve içine oturtmak isteyen Hilbert, ve onu bu anlamda izleyen Bourbaki belitsel yönteme dayanmışlardır. Bu yaklaşımda matematik bazı yapılardan (örneğin kümeler) hareket edilmesi ve bunlar ara-

---

runu çözebilmek için başvurulan bir yöntem bazı bilgilerin kanıtlanmalarına gerek olmaksızın doğru kabul edilmesidir. Bu tür bilgilere *belit* (başlangıç varsayım) adı verilir.

[11] Euklides öncesi dönemde belitsel yöntemin gelişmesine katkı yapanlar sayıldığında Thales, Phytogoras ve, matematikçi olmamasına rağmen, özellikle Aristotoles'in adları öne çıkmaktadır. Ancak, elde bilgiler bu yöntemi kimin ilk defa ortaya attığını saptamaya yeterli görünmemektedir. Bu konuda Bkz. Eves (1997, s. 1-25 ve 29-32).

[12] Hilbert, olgunlaşmış fiziğin bir matematiksel bilim olduğu görüşünü savunuyordu. Hilbert'in fizik alanındaki çalışmalarının değerlendirilmesi için Bkz. Corry (2004 ve 2006b).

sındaki bağıntıların belitsel yöntem yoluyla incelenmesi hedeflenmiştir. Başka bir deyişle, belitsel yöntem, yapılarla ilgili önermelerin değil, yapıların kendilerinin belitselleştirilmesine odaklanmıştır. Hintikka (2011, s. 70).

Bu çerçeve içinde belitsel yaklaşımın aşağıdaki aşamalardan oluştuğu söylenebilir. Debreu (1986, s. 1265):

1) Bazı başlangıç kavramlarının (primitive concepts) belirlenmesi ve bunların birer matematiksel nesne ile temsil edilmesi. Bu araştırmacının üstlendiği bir çabadır. Kendi amacına uygun olarak bunları belirler. İlkel kavramların belli bir anlamı olmayabilir ya da bunlar bulanık bir biçimde tanımlanmış olabilirler. Ancak yine de onları matematiksel nesnelerle ilişkilendirmek olanaklıdır. Örneğin Debreu mal kavramını uzun uzun tanımlayıp, neyin mal olduğunu anlatmamakta, buna rağmen buradan hareketle tüketimi mal uzayının bir alt kümesi (belit) olarak tanımlamaktadır.

2) İlkel kavramları temsil eden matematiksel nesnelere ilişkin varsayımların ortaya konulması ve bunun sonuçlarının matematiksel yolla türetilmesi, başka bir deyişle kanıtlanması (proof). Bu aşamada yapılan işlemlerde eldeki matematiksel yapıyla ilgilenilmekte, bunun içeriğiyle uğraşılmamaktadır. Örneğin tüketim kümesinin n-boyutlu Öklid uzayının bir dışbükey alt kümesi olmasının sonuçları (teoremler) tüketimin niteliğinden tümüyle bağımsızdır.

3) Son aşamada ise ulaşılan sonuçların yorumlanması söz konusudur. Matematiksel yapılar söz konusu olduğunda bir teoremin kanıtlanması bir son değildir. Poincare bu noktada ortaya konulan sonucun hangi yeni sorulara yol açtığı üzerinde durulması gerektiğini söylemektedir. Debreu de bilim alanında (iktisat) belitsel yaklaşımın uygulanması durumunda, ulaşılan sonuçların ele alınan konu bağlamında ne anlama geldiğinin bu aşamada tartışılması gerektiğini ısrarla vurgulamaktadır.[13]

Bu yaklaşıma sıkıca bağlanılarak sonuçlar türetilmesine Redei ve Stöltzner (2006) *"biçimsel belitsel yaklaşım"* (formal axiomatic approach) adını vermektedir. Genelde belitsel yaklaşım denildiğinde akla gelen bu anlayıştır. Matematik alanında Hilbert ve Bourbaki, iktisatta ise Debreu bu yaklaşımın önde gelen savunucuları olarak kabul edilebilir.

---

[13] Debreu rekabetçi genel denge modelinin çözümü olduğuna ilişkin kanıtlamasına verilen tepkilerin farklılığının, olumlu bir biçimde, görüşünü desteklediğini söylemektedir. Ona göre bazı iktisatçılar siyasa (policy) önermelerini bu sonucun üzerine inşa ederken (ya da hiç olmazsa bunla ilişkilendirirken) diğerlerinin seçilen varsayımların kısıtlılığı nedeniyle bu kanıtlamanın piyasa ekonomilerini anlayabilmek için pek anlam taşımadığını savunmakta olmaları izlenen yöntemin bir zaafı değil, meziyetidir. Debreu (1986, s. 1266).

3. Belitsel Yaklaşımın Uygulanmasını Anlamaya Yönelik Bir Çerçeve

Bu alt bölümün amacı belitsel yaklaşım konusunda bir yenilik getirmek değil, nasıl çalıştığına ilişkin, yazının amacına uygun, basit bir çerçeve sunmaktır.

A) X_0 herhangi bir belit kümesi olsun. Bu kümenin bir belitsel dizgeyi tanımlayabilecek ölçüde zengin olduğunu ve tanım gereği tutarlılık, bağımsızlık ve tamlık koşullarını sağladığını düşünelim.

B) F, X_0 belit kümesinin kendi üzerinde yapılmasına izin verdiği tüm eşlemeleri (mapping) ifade etsin. Bu kümenin tipik öğesini f_j ile gösterelim. j=1,…,m olsun.

C) İlk aşamada sadece X_0 içinde yer alan belitler kullanılarak yeni sonuçlar elde edilmektedir. Bunun anlamı sadece belitlere dayanılarak bu sonuçların kanıtlanabileceğidir. Bu yolla elde edilen sonuçlara "birinci sıra teoremler" adını verelim. Bunların oluşturduğu kümeyi de X_1 ile ifade edelim. Öte yandan bu işlemin sonunda araştırmacının elinde hem belitler kümesi ve hem de birinci sıra teoremlerden oluşan bir bilgi kümesi oluşmuş olmaktadır. Bu durum aşağıdaki eşleme bağıntısı ile ifade edilebilir.

$$(X_1, X_0) = f_1 (X_0) \tag{1}$$

(1)'de verilen ifade iktisattaki bağlı üretim (joint production) modeline benzemektedir. X_0, f_1 yoluyla hem kendisini ve hem de X_1 kümesini beraberce üretmektedir. Bu aşamada ulaşılan yeni sonuçlar sadece belitlere dayanmaktaysa da buradaki sonuçlar belitlerden türetildiği için bağımsızlık koşulunu sağlamamaktadırlar. Bu nedenle de bunlara belit değil, "teorem" adı verilmektedir.

D) İkinci aşamada ise belit birinci sıra teoremlerin bazıları ile birlikte kullanılarak yeni sonuçlara ulaşılabilir.

$$(X_2, X_1, X_0) = f_2 (X_1, X_0) \tag{2}$$

E) Bu süreci devam ettirildiğinde n-inci sıradaki sonuç kümesi

$$(X_n, X_{n-1},\ldots,X_1, X_0) = f_n (X_{n-1}, X_{n-2},\ldots,X_1, X_0) \tag{3}$$

biçiminde elde edilir. Bu sonuçtan da anlaşılacağı üzere k'ıncı (k, n'den küçük bir doğal sayı) aşamadaki teoremler belitler ve tüm k-h'ıncı (Burada h, 0 ile k arasında yer alan bir doğal sayı) aşamalarda yer alan teoremlerin bir kısmı kullanılarak kanıtlanmıştır.

Bu çerçeveden hareketle belitsel yöntem hakkında yapılabilecek ilk gözlem bu yolla belitlerce oluşturulan çerçeve içinde sonuçlar elde edilebileceği, bu yöntemin yeni bir şey icat etmek amacıyla kullanılamayacağıdır.[14] Nitekim f_j eşlemelerinin zincirleme kullanılması durumunda (3) aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$(X_n, X_{n-1},\ldots,X_1, X_0) = f_n \bullet f_{n-1} \bullet f_{n-2} \bullet \ldots \bullet f_1 (X_0) \tag{4}$$

Yani sonuç başta kabul edilen belitler tarafından tamamen belirlenmektedir. Bu özellik belitsel yöntem ile uğraşanlarca, başta Hilbert olmak üzere, hep vurgulanmıştır. Ancak bu belitsel yöntem ile hiçbir yeni bilgi elde edilemeyeceği anlamına da gelmemektedir. Tam tersine bu yöntem sadece belitlere bakılarak kolayca çıkarılamayacak sonuçların türetilmesine, ele alınan konunun zenginleştirilmesine, derinleşmesine ve bunların sonucunda yeni konulara açılım yapılmasına olanak sağlamaktadır. Unutulmaması gerekir ki bir alanda kanıtlanan bir teorem bir başka alanda, tekrar kanıtlanmaya gerek olmaksızın, belit olarak kullanılabilir.

Eğer her hangi bir k-ıncı sıradaki sonuç kümesi, x_k, bir boş küme ise, bir önceki sırada elde edilen sonuçlar, yani teoremler, x_{k-1}, bu belitsel dizge içinde bir işe yaramıyor demektir. Başka bir deyişle Poincare'nin dikkat çektiği önemli bir sorunla karşılaşılmıştır. Poincare, bir teoremin kanıtlanmasının sorunun sonu değil, başlangıcı olduğunu, araştırmacıların zihinlerinde yeni ufuklar açmayan bir teorem kanıtlamasının değeri olmadığını ifade etmişti.[15]

Burada akla gelen bir başka soru da bir belitsel çalışmanın yeni sonuçlara yol açma sürecinin kaçıncı sırada sona ereceğidir. Eğer kabul edilen belitler kümesi, güçlü bir taban ve sürecin işleyişini belirleyen zengin bir çözümlemesel (analytical) araç kümesini belirleyebiliyorsa bu yolla çok sayıda yeni sonuçlara ulaşılabilir. Dolayısıyla bu sürecin hangi aşamada sona ereceğini önceden kestirmek olanaklı değildir. Doğal olarak bu sürecin ne kadar süreceği zamanla da ölçülemez. Bir sonraki sıraya geçmek çok hızlı olabileceği gibi yıllar da alabilir.

---

[14] Poincare bu noktayı sezgiciliğe pay çıkararak şöyle belirtiyor: *"Biz mantık yoluyla kanıtlarız ama sezgiyle keşfederiz"*.

[15] Erdal İnönü (d.1926-ö.2007), videosu izlenebilen bir toplantıda her zamanki şakacı tavrıyla ile şöyle bir anısını anlatmaktadır: *"Hocam Eugene Paul Wigner (1902-1995) ile yaptığımız bir ortak çalışmada bir teorem kanıtladık (İnönü-Wigner Büzülme Teoremi). Bir süre sonra bir araya gelip bu teoremin ne işe yaradığını araştırdık. Hiçbir şeye yaramadığını bulduk!"* Söz konusu teoreme yapılan göndermelerin çokluğu göz önüne alındığında bu ifadenin son cümlesinin şaka oluğu kolaylıkla anlaşılır. Aslında Erdal İnönü'nün dikkat çekmek istediği ikinci cümlesidir. İnönü ve Wigner, Poincare'nin önerisi çizgisinde kanıtladıkları teoremin ne gibi açılımlar getirebileceği üzerinde durmuş, kanıtı yapmış olmakla görevlerinin bittiğini düşünmemişlerdir.

Yukarıda belitsel yaklaşım yoluyla türetilen bir belitsel dizgenin bağımsızlık, tutarlılık, ve tamlık ölçütlerini sağlaması gerektiği belirtilmişti. Bağımsızlık ilkesi belitlerin herhangi bir bileşiminin yeni bir belit olmayacağı bunun ancak bir teorem olarak kabul edilebileceği anlamına gelir. Dikkatli bir araştırıcının bu hataya düşmemesi beklenir. Buna karşılık diğer iki belitin sağlanması bu kadar kolay değil hatta bazı durumlarda olanaksızdır.

Örneğin başta Hilbert olmak üzere bu konuyla uğraşan mantıkçıların ve matematikçilerin üzerinde duyarlıkla durdukları tutarlılık koşulunu sağlamayan dizgeler vardır. XX. Yüzyıl başlarında Rus mantıkçılar Nicolai Alexandrovich Vasil'ev (d.1880-ö.1940) 1910 yılında ve Ivan Efimovich Orlov (d.1886-ö.1936) ise 1929'da bu konuda öncü sayılabilecek çalışmalar yapmışlardı. Bu çalışmalardan bağımsız olarak Polonyalı mantıkçı Jan Lukasiewicz (d.1878-ö.1956) Aristoteles'in *Çelişmezlik İlkesi* konusundaki görüşlerini eleştirmiş, öğrencisi Stanislew Jaskowski (d.1906-ö.1965) ilk defa çelişkiyi kapsayan biçimsel bir sistem geliştirmişti. Bu alandaki çalışmalar özellikle Florencio Gonzales Asenjo (d.1926-ö.2013) ve Newton C. A. Da Costa Jr. (d.1929)'ın öncülüğünde Güney Amerika'lı felsefeci, mantıkçı ve matematikçilerin çabalarıyla giderek ilgi topladı ve bu konunun alan-yazını içinde yer almaya başladı.[16] Bu çabaları Peru'lu felsefeci Miró Quaseda *tutarlımsı mantık* (paraconsistent logic) olarak adlandırmıştı. Daha sonra bu isim dünya ölçüsünde benimsendi ve bu konuda pek çok ülkede araştırmalar yapılmaya başlandı. Bu yaklaşım çeşitli disiplinlerde de uygulama alanı buldu.[17]

Tamlık ölçütü de Hilbert'in düşünce dünyası açısından ciddi bir soruna yol açmıştı. Hilbert Programı adı verilen çalışmasının amaçlarından birisi, tüm klasik matematik için tutarlılık kanıtlaması yapılabileceği, başka bir deyişle, klasik matematiğin bir belitsel temele oturtulabileceği ve belitsel yöntem ile tüm matematiksel kanıtlamaların elde edilebileceğini göstermekti. Bu program matematik dünyasında derin yankılar yaptı. Bu yönde atılan ilk adımlar olarak Hilbert'in geometri, Wilhelm Ackerman (d.1896-ö.1962) ve John von Neumann'ın doğal sayılar ile ilgili kanıtlamaları izledi. Ancak von Neumann 1929'da benzer bir tutarlılık kanıtının küme kuramı için yapılabilirliğine ilişkin kaygısını dile getirdi. 1930 yılında ise Kurt Gödel (d.1906-ö.1978) Königsberg'de toplanan felsefe kongresine sunduğu tebliğinde bu yolun çıkmaz olduğunu ortaya koydu. Gödel, 1931 yılında makaleye dönüştürdüğü bu çalışmasında iki önemli sonucu ortaya koyuyordu: a) Yalın aritmetiği içeren herhangi bir belitsel dizge tutarlı ise tam değildir, tam ise tutarlı değildir ve

[16] Bu konuyu tarayan önemli bir kaynak için bkz. Priest, Koji ve Z. Weber (2015). Ayrıca Usó-Domènench vd. (2015, s. 2-6) bu konuda yararlı bir tarihçe vermektedir.
[17] İktisatta bu türde uygulamaya örnek olarak Dill, Da Costa Jr. ve Santos (2013) gösterilebilir.

b) Yalın aritmetiği içeren herhangi bir belitsel dizgenin tutarlığını söz konusu dizge içinde (onun kuralları kullanılarak) kanıtlamak olanaksızdır.[18]

Kolaylıkla tahmin edilebileceği üzere Gödel'in kanıtlaması büyük ilgi topladı. Gödel'in Köningsberg toplantısında sunduğu I. Teoreminin önemini ilk kavrayanlardan birisi von Neumann oldu. Toplantı sonrasında bu konuyla uğraşıp II. Teoremi ortaya attı ve kanıtladı. Bu sonucu Gödel'e gönderdi. Ancak Gödel de II. Teoremi bulmuştu. Bunun üzerine von Neumann kendi kanıtını bastırmaya kalkışmadı. Gödel'in ulaştığı sonuçlar, zaten uygulamaya yönelmekte olan von Neumann'ın, büyük bir olasılıkla, matematiği belitsel bir yapıya dayandırma projesinden uzaklaşmasına katkı yaptı.

XX. yüzyılın kalanında, her ne kadar Hilbert Programının gerçekleşemeyeceği konusunda genel kanı oluştuysa da bu durum Hilbert'in belitsel yöntem konusundaki katkılarının önemini etkilemiş değildi. Bu nedenle de Hilbert'in çizgisi bir yandan "kanıt kuramının" (proof theory) geliştirilmesine uzanırken, öte yandan da bilim alanında uygulanmaya devam etti.

4. Debreu'nun Belitsel Yöntem Anlayışı

Bu tartışmalar sonrasındaki dönemde aykırı sayılabilecek bir yaklaşım Bourbaki grubunca izlenmiştir. Bourbaki matematiği diğer bilim dallarından kesin olarak ayırmak ve bağımsızlığını oluşturmak düşüncesinden hareket ediyordu. Böylelikle mükemmel bir özen (rigor) ile matematiği tümüyle biçimlendirip, sağlam bir belitsel temele oturtarak bütünlük kazanmasına çalışıyordu. Bu çabayı sürdürmesi modern matematiğin kurgulanmasında Gödel Teoremlerinin önemli bir engel teşkil etmediğini düşündüklerini gösteriyor. Bu yaklaşımın doğru olup olmadığı tartışmalıdır. Ancak açık olan

[18] Bu teoremlerden ilkine göre tutarlı olarak kabul edilen bir dizge (örneğin matematik) ne doğruluğu ne de yanlışlığı kanıtlanamayacak en az bir önerme içerir. İkinci teorem ise bir dizgenin tutarlı olduğunu göstermek için kendi kuralları yetmez, mutlaka bir dış dayanak noktasına gerek vardır. Ancak ilk değinilen sorun bu noktayı da içeren daha geniş dizge için de geçerlidir. Bu durumda bir matematiksel kanıtın "ebedi doğru" sonuç verdiğinden söz edilemez. Dolayısıyla matematikle ifade edilebilen diğer yapılar (örneğin fizik, iktisat) aynı sorunla karşı karşıyadır.
Gödel'in yaşamı ve ünlü teoremleri için görece kolay anlaşılabilir kaynaklar olarak Casti ve DePauli (2000[2004]) ile Nagel ve Newman (2001) verilebilir. Holfstadter (1979 [2001]) Gödel'in teoremlerini farklı alanları kapsayacak biçimde ele alan düşündürücü ve hoş bir kitaptır. Bu teoremler konusunda daha derinlemesine bir çalışma için ise bkz. Smith (2013).

Boubaki'nin belitsel yaklaşımı uygulayarak matematik dışında herhangi bir bilim dalının biçimselleştirilmesi yönünde hiçbir çaba göstermediğidir.[19]

Debreu'nun iktisatta yapmak istediği Bourbaki'nin programından farklıydı. Nitekim Debreu Bourbaki'den etkilenmiş olduğunu gizlememekte birlikte kendi yaptıklarıyla bu grubun sorunsalı arasında dolaylı bile olsa bir sorumluluk bağıntısı kurmamaya dikkat etmiştir. Debreu'nun yaşamöyküsüne bakıldığında iktisatla ilgilenmeğe başladığında bu alandaki özenlilik eksikliği ve bulanıklıktan (lack of clarity) rahatsız olduğu anlaşılmaktadır. Debreu bu iki köklü sorunun çözümünün, ne yapıldığının anlaşılabilmesi için birincil önemde olduğunu düşünmekteydi. Dolayısıyla çalışmalarını bu yönde ilerletmiş ve Hilbert'in anlayışına uygun olarak "tutarlılığa" (consistency) çok önem vermişti.[20]

Debreu bu görüşü doğrultusunda Adam Smith'den beri tartışılan, XIX. yüzyılın ikinci yarısında, özellikle Leon Walras'ın katkılarıyla biçimlenen ve daha sonra da tartışılmaya devam eden rekabetçi ekonominin eşgüdüm (coordination) işlevini sağlayıp sağlayamayacağı sorununun çözümü ile ilgilenmişti. Eşgüdüm sorunun çözümü, basit anlamda, bütün piyasalarda istem ve sunumun eşitliğini sağlayacak, daha doğru bir deyişle "istem fazlasının" (excess demand) artı olmayacağı, bir denge fiyat kümesi olabileceğini göstermekten geçiyordu. Debreu'nun bu sorunu 1950lerin başında, Debreu (1951 ve 1952), ele almış ve daha sonra da bulgularını Arrow'unkilerle birleştirerek Walras'gil rekabetçi genel dengenin varlığını kanıtlamıştır. Arrow ve Debreu (1954). Debreu'nun bu alandaki en önemli yapıtı ise, hiç kuşkusuz, bu konuyu Walras'gil rekabetçi dengenin Pareto etkin olduğunu da eklediği klasikleşmiş kitabıdır, Debreu (1959). Debreu, bu çalışmalarıyla iktisatta belitsel yöntemin kullanılmasının en önemli ilk örneklerini sunmuştur.

Debreu bu yolculuğunda yalnız değildi. Yukarıda değinildiği üzere Arrow ile ortak bir yazı yazmıştı. Bunlar dışında hemen aynı yıllarda Lionel W. McKenzie (d.1919-ö.2010) de bu sonucu kanıtlayan yazısını yayımlandı.

[19] Bourbaki'nin yaklaşımı konusunda bkz. Bourbaki (1950)), Mashaal (2006) ve Düppe (2015). Bourbaki'nin yaklaşımının eleştirisi için ise Mathias (1992) ve Velupillai (1992)'den yararlanılabilir.

[20] Debreu'nun içine kapalı kişiliğinin gizem kattığı yaşam öyküsü ve çalışmalarının değerlendirilmesi için bkz. Arrow (2011) ve Düppe ile Weintraub (2014, s.47-64). Weintraub'un Debreu'ya olan ilgisi Walras'gil rekabetçi genel denge modelinin tarihçesine ilişkin yaptığı kapsamlı çalışmalarla 1980lerin başına kadar uzanmaktadır. Kendisinin iktisadi yöntem bağlamında Debreu'yu ele alan çalışmalarına iyi bir örnek olarak Weintraub (2002, s. 101-154) gösterilebilir. Düppe'nin Debreu'ya olan ilgisi doktora tezi çalışmasıyla ilk ürününü vermiştir, Düppe (2009, s. 254-342). Kendisi, daha sonra, bu tez çalışmasından Debreu'nun iktisatta oynadığı rolü yorumlayan bir dizi makale yayımlamıştır. Düppe (2010, 2012a, 2012b).

McKenzie (1954). Daha sonraki yılarda bu konuda başka iktisatçılar (örneğin David Gale, Hukukane Nikaido) da benzer kanıtlar ortaya koydular. Daha sonra ise genellikle Arrow-Debreu modeli olarak bilinen bu yapıyı ele alan, genişleten çok sayıda çalışma ortaya çıktı.[21]

Bu öncü çalışmalar iktisatta "genel denge kuramı" başlığı altında bir alt dalın gelişmesine yol açtı. Bu çalışmalar iktisat alanı içinde belitsel yöntemin yerleşmesinde önemli bir rol oynadılar. Hatta bu yolla tüm iktisadın belitsel bir çerçeveye oturtulabileceği görüşü bile filizlenmeye başladı. Bekleneceği üzere bu görüşe karşı çıkanlar oldu. Bu çalışmaların bazıları iktisatta matematik kullanımına ilişkin eleştiriler getirirken, bir kısmı da genel denge kuramı adı verilen yaklaşımın uğraştığı konuların iktisadi açıdan geçerliliğini sorgulamıştır. Bu eleştirilerin bir kısmı iktisat kuramının gelişmesine ve yön arayışlarına katkı yaptı. Belitsel yöntemin iktisada uygulanmasına ilişkin eleştiriler arasında dikkati çekenlerin başında ise Clower (1995) ve Weintraub (1998) gelir. Her iki yazar da iktisatta yöntem konusundaki tartışmaların matematik kullanımına yönelmesini anlamlı bulmamakta, bunun yerine belitsel yöntemin iktisada kazandırdıkları ve sorunlarının değerlendirilmesinin gerektiğini savunmaktadırlar.

Debreu, uzun süre iktisatta benimsediği yöntemi (kısaca biçimsel belitsel yaklaşım ve bunun doğal sonucu olarak matematik kullanımı) kendi çalışmaları ve çevresi dışına yaymak için özel bir çaba harcamadı. Bunun yararını çalışmalarıyla göstermekle yetindi. Debreu bu suskunluğunu Nobel iktisat ödülünü aldığı 1983 yılından sonra terk etti ve ne yapmak istediğini açık bir dille tartışan bir dizi yazı yayımladı.[22]

Bu yazılardan da anlaşılacağı üzere Debreu, yukarıda birinci bölümde özetlenen "biçimsel belitsel yaklaşımı" temel almıştı. Bu önerisi ile tutarlı olarak Debreu'ya göre iktisatta bir kuramsal çalışma her şeyden önce özenli (rigorous) ve tutarlı olmalı, ayrıca ulaştığı sonuçların nasıl elde edildiği de açık (clear) bir biçimde ortaya koyabilmeliydi. Bu akla yakın koşulların sağlanabilmesi için ise Debreu belitler ortaya konulduktan sonra ortaya çıkan yapılar arasındaki bağıntıların belirlenmesini, bu belitlerin içeriklerinden tamamen ayrı bir uzayda tanımlıyordu. Ona göre biçim ile içerik bu biçimde ayrıldığı takdirde

[21] McKenzie'nin kanıtlamasının Arrow ve Debreu (1954) ile aynı zamanda olmasına rağmen, adının ihmal edilerek, konunun Arrow-Debreu modeli olarak anılmasının eleştirisi için bkz. Düppe ve Weintraub (2014) ve Weintraub (2011). Walras'gil genel dengenin varlığını gösteren çalışmaların değerlendirilmesi için ise bkz. Weintraub (1983, 1985).

[22] Debreu'nun, ele aldığı konular itibariyle, kısmen örtüşen bu yazıları tarih sırasıyla Debreu (1983, 1986, 1991).

mantık/matematik kuralları uygulanarak “doğru” sonuçlara (teoremlere) ulaşılabilirdi.

Debreu’nun bu ifadesi iki önemli noktayı içermektedir. Bunlardan ilki, Debreu’nun Bourbaki’yi izleyerek, matematiksel kanıtlama yoluyla elde edilen sonuçların “ebedi doğrular” olduğunu kabul etmesidir.[23] Bu görüşün Gödel’in teoremleri ışığında sağlamlığı kuşkuludur. İkinci nokta ise uygulamada önem kazanmaktadır. O da belitsel yöntemin ikinci aşamasında, yani sonuçların türetilmesinde, içeriğin değil biçimsel yapılar arasında olabilecek ilişkilerin ele alınmasıdır. Bu söz konusu aşamada iktisatçının değil matematikçinin olayı sahiplenmesi anlamına gelmektedir. Bu nokta ise von Neumann’ın belitsel yöntemin bilimde uygulanmasına yönelttiği temel itirazın kaynağıdır.

5. von Neumann’ın [Belitsel Yönteme İlişkin] Kaygıları

von Neumann bilimsel yaşamına adımını attığından itibaren Hilbert’in geliştirdiği belitsel yöntemle tanışmış, bu yöntemi büyük bir titizlikle kullanarak saf matematiğe (özellikle küme kuramına) önemli katkılar yapmıştı. Daha sonra kendi başına yaptığı fiziğin (özellikle niceysel işleybilimin) matematikselleşmesi yönündeki çalışmalarını 1926’da David Hilbert ve Lothar Wolfgang Nordheim (1899-1985) ile ortak yazdıkları bir yazıda birleştirmiştir. Bu yazı, belitsel yöntemin matematik dışında bir bilim alanında kullanılmasına ilişkin sorunları da ortaya koyduğu için ayrıca önem taşımaktadır. Nitekim bu yazıda biçimsel belitsel yöntemin matematik dışında bir bilim alanında doğrudan kullanılması eleştirilmekte ve sonradan *“fırsatçı”* (von Neumann’ın kendi deyimidir) *esnek (soft) belitsellik* olarak adlandırılan yaklaşım izlenmektedir.[24]

von Neumann, bilim alanında belitsel yönteme ilişkin kaygılarını,[25] özünde, fizik bağlamında ortaya koymuştur. Bunu değerlendirirken iki noktaya dikkat etmek gerekir. Bunlardan ilki von Neumann’ın biçimsel belitsel yöntemin fiziğe uygulanabilirliği konusundaki eleştirilerinde yalnız olmadığıdır. Herman Weyl (d.1885-ö.1955), Richard Feynman (d.1918-ö.1988) gibi ünlü matematiksel fizikçiler de, von Neumann gibi, fiziğin belitsel yöntemin uy-

---

[23] Matematikte ebedi doğru ve bu konuda Bourbaki’nin anlayışı için bkz. Corry (1997).

[24] von Neumann’ın yaklaşımının bu deyimle nitelendirilmesi için bkz. Redéi ve Stölzner (2006).

[25] von Neumann’ın bilimsel yöntem konusundaki görüşleri çeşitli yazılarına dağılmıştır. Matematik ve bilimsel çalışmada matematikçinin rolü konusundaki görüşleri ise etraflı olarak von Neumann (1947)de tartışılmaktadır. Von Neumann’ın bilimsel yöntem anlayışı konusunda ise Redei ve Stöltzner (2006), Köhegyi (2013) ve özellikle Rashid (2007)’ye başvurulabilir.

gulanmasına olanak sağlayacak ölçüde gelişmediğini, bunun için gerekli olan belitleri türetebilecek düzeye varmadığını savunmuşlardır. İkinci nokta ise von Neumann'ın iktisadı bu açıdan fizikten de geri görmesidir. Von Neumann, iktisadın fiziğe öykünerek matematikselleştiği, dolayısıyla aynı hataları fazlasıyla yaptığı kanısındaydı.[26] Ona göre XX. Yüzyılın ilk yarısındaki iktisatçılar büyük ölçüde XIX. yüzyıl fiziğinin (ve matematiğinin) onlara açtığı (ya da açtığını sandıkları) yolda ilerlemeye çalışıyorlardı. Karşılaştıkları sorun ise özde fizikçilerle aynı, ama daha ağırdı. İktisadın belit olarak kabul edebileceği başlangıç noktaları yetersizdi.

von Neumann'ın iktisada yaptığı iki çok önemli katkı, bir anlamda bu anlayışının sonucudur. Bunlardan ilki 1930larda geliştirdiği genel denge modelidir. Bu modelde von Neumann hâkim Walrasgil anlayışın dışına çıkmış, kendi belitlerini ortaya koyarak büyüyen çok kesimli ekonominin genel dengesinin varlığını göstermiştir.[27] Von Neumann'ın iktisada ikinci ve çok daha önemli katkısı hiç kuşkusuz "oyun kuramıdır". von Neumann bu katkıyı yaparken iktisadı (ve diğer karar alma sorunlarıyla ilgilenen bilimleri) genişleten yeni bir disiplinin temelini atmıştır. Bu açılım ona belitlerini serbestçe seçme özgürlüğü kazandırmış, bu da onun biçimsel belitsel yaklaşımı uygulamasını olanaklı kılmıştır.[28]

von Neumann'ın bu uygulamaları ilk bakışta biçimsel belitsel yönteme ilişkin kaygılarıyla çelişiyor gibi görünmektedir. Ancak, kendi ilginç kişiliği ve konumu göz önüne alındığında böyle olmayabileceği de düşünülebilir. von Neumann belitsel yöntemin uygulanmasında sonuçlara giden yolun matematikçinin dünyasına emanet edilmesine karşı çıkıyordu. Kendi zarif benzetme-

---

[26] von Neumann'ın özde XIX. yüzyıl ve XX. yüzyılın ilk yarısında öne çıkan neoklâsik iktisatçılara yöneltmiştir. Ancak bu eleştiri, fizik ile matematik arasındaki farkı belitselleşmeye yatkınlık derecesine indirgediği biçiminde anlaşılırsa eksiktir. Richard Feynman'ın derslerinde söylediği gibi fiziğin bir başka ilginç tarafı "tarih" boyutunun olmamasıdır. Oysa iktisatta tarih boyutunun önemini vurgulayan önemli okullar vardır. Nitekim bu olguya dikkati çeken Joan Robinson yazılarında "tarihsel zaman" ile "mantıksal zaman" ayrımını yapmış ve Neoklâsik yaklaşımın fiziği izleyerek ikinci kavramı seçip tarih boyutunu dışladığı eleştirisini gündeme getirmişti, Robinson (1978). Bu yaklaşımda zaman değişkeni, fizikte olduğu gibi tarihlenmeden kullanılmaktaydı. Dolayısı ile mantıksal zaman anlayışında iki zaman noktası arasındaki sistemde oluşan fark tarihe bağlı olarak değişmiyordu. Robinson ve onun gibi düşünenler ise iktisadi olayların tarih içinde oluşmaları nedeniyle bu özelliği göstermelerinin mümkün olmadığını savunuyorlar.

[27] von Neumann'ın bu çalışması için bakınız von Neumann (1937 [1945/6]. Bu model daha sonra pek çok iktisatçının ilgisini çekmiş ve iktisatta seçkin bir konum elde etmiştir.

[28] von Neumann oyun kuramını ilk kez von Neumann (1928)'de ortaya koymuştur. İktisatta (hatta toplumsal bilimlerde) büyük yankı yapan ünlü kitabını ise Oscar Morgenstern ile birlikte yazmıştır. von Neumann ve Morgenstern (1944). Bu alan daha sonra çok gelişmiş başta iktisat olmak üzere yaygın bir uygulama alanı bulmuştur.

siyle bu alanda “matematiğin estetiğine kapılma” tehlikesi yüksekti. Başka bir değişle matematik açısından ilginç ama ilgili bilim alanı açısından o kadar ilginç olmayan sonuçlara yönelme olasılığı mevcuttu. von Neumann’a göre, biçimsel belitsel yönteme sarılan bir bilim adamının kendi alanının sorunlarının önceliklerinden uzaklaşıp matematiğin derinliklerinde kaybolması söz konusu olabilirdi. Kendi çalışmalarında bu tehlikeyi iki nedenle görmüyordu. Bunlardan ilki matematiğin estetiğine kapılmayacak kadar büyük bir matematikçiydi. İkincisi ise, oyun kuramı konusundaki çalışmalarını Oscar Morgenstern gibi önemli bir iktisatçıyla birlikte kitaplaştırmıştı. Böylece çalışmada sadece iktisadi açıdan önemli konuların ele alınması bir iktisatçının gözüyle de irdelenmişti. Öte yandan von Neumann iktisat alanında özen ve açıklık eksikliğinin önemli olduğu konusunda Debreu’ya çok yaklaşıyordu. Bu nedenle iktisattaki iki önemli katkısı, niceysel fizik alanındaki çalışmalarında izlediği “esnek betimsel yönteme” değil “biçimsel betimsel yönteme” dayanıyordu.

von Neumann bilim adamlarının, kendisi gibi büyük birer matematikçi olmaları gerektiğini düşünmüyordu. Ama matematiğin bilimde çok işe yaradığı kanısındaydı. Hatta bunu kendi deneyiminin ışığında şöyle ifade etmişti: *“matematik tutarlı olmayabilir ama bilimde çok işe yarıyor”*. von Neumann’ın bu sorundan kurtulmak için bulduğu çözüm matematikçinin kendi alanından taviz vermesi, yani onun deyimiyle “fırsatçı” davranmasıydı. Bu yolla akıl yürütme sürecinin sahibi ve yönlendiricisi o bilim dalının uzmanı olacak, matematikçi ona ayak uyduracaktı. Dolayısıyla bilim alanında bir teorem, matematiksel mükemmeliyetiyle değil o alana getirdiği yeniliklerle değerlendirilecekti.

von Neumann’ın bilim alanında belitsel yöntemin uygulanması konusunda bir başka kaygısı ise bilim insanlarının düşünme biçiminin bu yöntemin mantıksal akış yolundan farklı olmasıydı. Belitsel yöntem belitlerin seçilmesi, bunlardan matematiksel ya da mantıksal yöntemlerle teoremlerin türetilmesi ve ulaşılan sonuçların yorumlanması yolunun izlenmesini öneriyordu. Bilim insanları ise önce bir sorun tasarlıyor sonra bunu hangi araçlarla ele alacağını belirliyor, en sonra da bu çizginin başarısı için hangi belitlerin gerekli olduğu üzerinde duruyorlardı. Yani Hilbert’ten farklı olarak belitlerin analitik araçları belirlemesi değil bunun tersi söz konusu oluyordu. Bu durumda da Hilbert’in ortaya attığı ve Debreu’nun vurguladığı içerik ile biçimi ayrık tutma yaklaşımı geçerliğini yitiriyordu.

6. Bitirirken

Belitsel yöntemin en önemli özelliği bilimsel araştırmada çok gerekli olan açıklılık, özenlilik ve tutarlılık ölçütlerinin sağladığı avantajlardır. Bu nedenle, matematik ötesinde çeşitli bilim alanlarında, bu arada iktisatta, oldukça yaygın uygulama alanı bulmuştur. Belitsel yöntem bağlamında dikkat edilmesi gereken bazı noktalar ortaya çıkmaktadır. Bunların başında bu yöntemi uygulayabilecek zenginlikte belitlerin ortaya konulabilmesi gelmektedir. Bunun değerlendirmesi zordur ve seçimin o alanın uzmanlarınca yapılması gerekir. von Neumann, Richard Feynman gibi, fiziğin bile bu zenginlikten mahrum olduğunu düşünüyor iktisadı ise bu açıdan fiziğin de gerisine yerleştiriyordu. Bu nedenle kendisi bir bilim alanının tümünü kapsayacak bir biçimselleştirme çabasına kakışmamış, iyi tanımlanmış dar alanlarda belitsel yöntemi uygulayarak oluşturduğu “modellerle” sınırlı amaçlı sonuçlara varmayı hedeflemiştir. İkincisi belitlerden sonuçlara giden yol mekanik bir matematik uygulaması değildir. Bu yolda hem düşünme araçlarının (matematik, mantık) doğru kullanılması hem de, söz konusu bilim alanının amaçlarına yönelimin sağlanması gerekir. Bunun bir bakıma disiplinler arası yaklaşımın önemini vurgulayan bir yaklaşım olduğu söylenebilir.

Belitsel yöntemin en başarılı kullanımı matematik kullanımından geçmektedir. Ama bu gerekli değildir. Sağlıklı mantık yürütme ile sonuca varılabildiği durumlarda matematiğe başvurulmadan da belitsel yöntem uygulanabilir. Ancak itiraf etmek gerekir ki, bilimdeki gelişmelerin ışığında matematikten yararlanmak her geçen gün biraz daha gerekli olmaktadır.

Son olarak, belitsel yöntemin bilim alanında yepyeni sonuçlar bulmak için tasarlanmadığı unutulmamalıdır. Belitsel yöntem kabul edilen belitler arasında, kolayca görülemeyecek bağıntıları ortaya çıkarmaya ve bunun sonuçlarını ortaya koymaya yarar.

Kaynaklar

Aleskerov, F., (1999), *Arrovian Aggregation Models*, Boston: Kluwer Academic Publishers.

Arrow, K. J., (1950), "A Difficulty in the Concept of Social Welfare", *Journal of Political Economy*, 58(4), s. 328-346.

Arrow, K. J., (1951a), "An Extension of Basic Theorems of Classical Welfare Economics", J. Newman (Der.) *Proceedings of the Second Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability*, Berkeley: University of California Press, s. 507-532.

Arrow, K. J. (1951b [1963]): *Social Choice and Individual Values*, New York: John Wiley. [İkinci gözden geçirilmiş baskısı aynı isim altında ve aynı yayınevince 1963'de yapılmıştır. Bu kitabın Eric Maskin tarafından yazılan önsöz eklenmiş üçüncü baskısı ise 2012'de yayımlanmıştır].

Arrow, K. J., (1952 [1964]), "Le Role des Valeurs Boursières Pour la Répartition la Meilleure des Risques", *International Colloquium on Econometrics*, Paris: CNRS, s. 1-8. [İngilizce çevirisi "The role of securities in optimal allocation of risk-bearing", *Review of Economic Studies*, 31(2), s. 91-96].

Arrow, K. J., (2011), "Gerard Debreu", *Proceedings of the American Philosophical Society*, 155(3), s. 319-325.

Arrow, K. J. ve G. Debreu, (1954), "Existence of an Equilibrium for a Competitive Economy", *Econometrica,* 22(3), s. 265-290.

Arrow, K. J. ve F. Hahn, (1971), *General Competitive Analysis*, San Francisco: Holden Day.

Arrow, K. J., A. Sen ve K. Suzumura, (Der.) (2002), *Handbook of Social Choice and Welfare*, Volume 1, Amsterdam: North Holland.

Arrow, K. J., A. Sen ve K. Suzumura (Der.) (2011), *Handbook of Social Choice and Welfare*, Volume 2, Amsterdam: North Holland.

Bourbaki, N., (1950), "The Architecture of Mathematics", *The American Mathematical Monthly*, 57(4), s. 221-232.

Bulutay, T., (1979), *Genel Denge Kuramı,* Ankara: A.Ü. Siyasal Bilgiler Fakültesi Yayını.

Casti, J. L. ve W. DePauli, (2000 [2004]), *Gödel-A Life of Logic*, Cambridge, Perseus Books. [Türkçe çevirisi *Gödel: Mantığa Adanmış bir Yaşam*, Çeviren Ergün Akça, İstanbul: Kabalcı Yayınevi].

Clower, R. W., (1995), "Axiomatics in Economics", *Southern Economic Journal*, 62(2), s. 307-319.

Corry, L., (1997), "The Origins of Eternal Truth in Modern Mathematics: Hilbert to Bourbaki and Beyond", *Science in Context*, 10(2), s. 253-296.

Corry, L., (2004), *Hilbert and the Axiomatization of Physics 1898-1918*, Dordrecht: Kluwer.

Corry, L., (2006a), "The Origin of Hilbert's Axiomatic Method", J. Renn v.d. (Der.) *Theories of Gravitation in the Twilight of Classical Physics*, [*The Genesis of General Relativity: The Promise of Mathematics and the Dream of a Unified Theory*, Vol. 4] New York: Springer, s. 139-236.

Corry, L., (2006b), "On the Origins of Hilbert's Sixth Problem: Physics and the Empiricist Approach to Axiomatization", *Proceedings of the International Congress of Mathematicians*, Madrid, Spain, s. 1697-1718

Debreu, G., (1951), "The Coefficient of Resource Utilization", *Econometrica*, 19(3), s. 273-292.

Debreu, G., (1952), "A Social Equilibrium Existence Theorem", *Proceedings of the National Economy of Science*, 38(8), s.886-893.

Debreu, G., (1959), *Theory of Value: An Axiomatic Analysis of Economic Equilibrium*, New York: Wiley.

Debreu, G., (1983), "Economic Theory in Mathematical Mode", Nobel Foundation, *Les Prix Nobel 1983*, Stockholm: Almqvist & Wiksell, s. 88-102. [Bu yazı ayrıca *American Economic Review*, 74(3), June 1984, s. 267-278'de basılmıştır].

Debreu, G., (1986), "Theoretical Models: Mathematical Form and Economic Content", *Econometrica*, 54(6), s. 1259- 1270.

Debreu, G., (1991), "Mathematization of Economic Theory", *American Economic Review*, 81(1), s. 1-7.

Dill, R.P, N. Da Costa Jr. ve André A.P. Santos, (2013), "Paraconsistent and Fuzzy Logic Applied to Company Profitability Analysis", *Economics Bulletin*, 33 (2), s. 1348-1360.

Düppe, T., (2009), *The Phenomology of Economics*, Doktora Tezi, Erasmus University.

Düppe, T., (2010), "Debreu's Apologies for Mathematical Economics After 1983", *Erasmus Journal of Philosophy and Economics*, 3(1), s. 1-32.

Düppe, T., (2012a), "Gerard Debreu's Secrecy: His life in Order and Silence", *History of Political Economy*, 44(3), s. 413-449.

Düppe, T., (2012b), "Arrow and Debreu De-homogenized", *Journal of History of Economic Thought*, 34(4), s. 491-514.

Düppe, T., (2015), "Listening the Music of Reason: Nicholas Bourbaki and the Phenomenology of the Mathematical Experience", *PhœnEx*, s. 38-56.

Düppe, T., ve E. R. Weintraub, (2014), *Finding Equilibrium*, Princeton ve New York, Princeton University Press.

Eves, H., (1997), *Foundations and Fundamental Concepts of Mathematics*, Third Edition, Minola N.Y.: Dover Publications. (1990 baskısının tıpkı basımı; ilk baskısı 1958).

Feiwell, G. R., (1987), "Economic Theory and Mathematical Method: An Interview", G.R. Feiwell (Der.) *Arrow and the Ascent of Modern Economics*, London: Macmillan, s. 306-316.

Hilbert, D. (1899 [1950]), *Grundlagen der Geometrie*, Teubner, Leipzig. [10. Baskısının İngilizce Çevirisi *The Foundations of Geometry*, Çeviren E.H. Towsend, La Salle, Illinois: The Open Court Publishing Company. 1950].

Hintikka, J., (2011), "What is Axiomatic Method?", *Synthese*, 183, s. 69-85.

Hofstadter, D. R., (1979 [2001]), *Gödel, Escher, Bach-An Eternal Golden Braid*, New York: Basic Books. [Türkçesi *Gödel, Escher, Bach: Bir Gökçe Belik*, Çeviren Ergün Akça, İstanbul: Pinhan Yayınevi].

Kornai, J. (1971), *Anti-Equilibrium*, Amsterdam: North Holland.

Mashaal, M., (2006), *Bourbaki-A Secret Society of Mathematicians*, The American Mathematical Society.

Maskin, E. ve A. Sen, (2014), *Arrow Impossibility Theorem*, New York: Columbia University Press.

Mathias, A., (1992), "The Ignorance of Bourbaki", *Mathematical Intelligencer*, 14(3), s. 4-13.

McKenzie, L. W., (1954), "On Equilibrium in Graham's Model Of World Trade and Other Competitive Systems", Econometrica, 22, s. 147-161.

Nagel, E., J. R. Newman, (2001 [2007]), *Gödel's Proof*, Revised Edition, New York, New York University Press. [Türkçesi *Gödel Kanıtlaması*, Çeviren Bülent Gözkan, İstanbul: Boğaziçi Üniversitesi Yayınevi]

Priest G., K. Tanaka ve Z. Weber, (2015), "Paraconsistent Logic", *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*, E. N. Zalta, (Der.) URL=http://plato.stanford.edu/archives/spr2015/entries/logic-paraconsistent

Redei, M. ve M. Stöltzner, (2006), "Soft Axiomatisation, John von Neumann on Method and von Neumann's Method in Physical Sciences", R. Huber ve E. Carson (Der.), *Intuition and Axiomatic Method*, Dordrecht: Springer, s. 235-250.

Robinsan, J., (1962), *Essays in the Theory of Economic Growth*, London and Basingstoke, Mac-millan.

Sen, A., (1970), *Collective Choice and Social Welfare*, San Francisco: Holden Day.

Smith, P., (2013), *Introduction to Gödel's Theorems*, Second Edition, Cambridge: Cambridge University Press.

Tarski, A., (1941), *Introduction to Logic and the Methodology of Deductive Sciences*, New York: Oxford University Press. [Bu kitabın oğlu, fizikçi, Jan Tarski tarafından gözden geçirilmiş 4. baskısı 1994'de yayımlanmıştır].

Thomson, W., (2001), "On Axiomatic Method and its Recent Applications to Game Theory and Resource Allocation", *Social Choice and Welfare*, (18), s. 327-386.

Usó-Domènench, J.L., J. Nescolarde-Selva, S. Pérez-Gonzaga ve M.J. Sabán, (2015), "Paraconsistent Multi-valued Logic and *Coincidentia Oppositerum*: Evolution with Complex Numbers", *American Journal of Systems and Software* 3(1), s. 1-12. [doi: 10.12691/ajss-3-1-1-1].

Velupillai, K.V., (2012), *Bourbaki's Destructive Influence on the Mathematization of Economics*, ASSRU, Department of Economica, University of Toranto, Discussion Paper.

von Neumann, J., (1928), "Zur Theorie der Gesellschaftsspiele", *Mathematische Annalen*, 100, s. 295-332.

von Neumann, J., (1932), *Mathematische Grundlagen der Quantenmechanik*, Berlin: Springer 1932) [İngilizce çevirisi *Mathematical Foundations of Quantum Mechanics*, Çeviren Robert T. Beyer, Princeton N.J.: Princeton University Press].

von Neumann, J., (1937 [1945/6], "Über ein Ökomisches Gleichungssystem und Verallgemeinerung des Browerschen Fixpuntsatzes", *Ergebnisse Eines Mathematischen Kolloqiums*, 8(78-83). [İngilizce çevirisi "A model of general economic equilibrium", *Review of Economic Studies*, 13, s. 1-9].

von Neumann J. ve O. Morgenstern, (1944), *Theory of Games and Economic Behavior*, Princeton University Press.

von Neumann, (1947), "The Mathematician", *Works of the Mind* 1(1), s. 180-196.

Weintraub, E. R., (1983), "The Existence of Competitive Equilibrium: 1930-1954", *Journal of Economic Literature*, 21(1), s. 1-39.

Weintraub, E. R., (1985), *General Equilibrium Analysis: Studies in Appraisal*, New York: Cambridge University Press.

Weintraub, E. R., (1998), "Controversy: Axiomatiches Miβverständis", Economic Journal, 108(November), s. 1837-1847.

Weintraub, E. R., (2002), *How Economics Became a Mathematical Science?*, Durham / London, Duke University Press.

Weintraub, E. R., (2011), "Lionel W. McKenzie and the Proof of the Existence of Competitive Equilibrium", *Journal of Economic Perspectives*, 25(2), s. 199-215.