

Kolektif Risk Modeliyle Yangın Sigortası İçin Aktüeryal Prim Hesabına Yönelik Bir Araştırma*

Araştırma Makalesi
Alınış Tarihi: 24 Aralık 2018
Kabul Tarihi: 23 Mayıs 2019

Mahmut KARTAL**
Sait BARDAKÇI***

Öz: Bu çalışmanın amacı özellikle yangın sigortası için yüksek tutarlar ödeyen müşteri firmalar için gerçekçi prim hesabına yönelik örnek bir uygulama ortaya koymaktır. Araştırmada Sivas ilinde demir-çelik sektöründe faaliyet gösteren bir firmanın 2011-2016 yılları arasındaki yangın kaynaklı hasar sıklığı ve hasar tutarı verileri kullanılmıştır. İstatistiksel yöntem olarak Kolmogorov-Smirnov ve Anderson-Darling uyum iyiliği testlerinden yararlanılırken, prim hesaplama yöntemi olarak kolektif risk modeli altında beklenen değer ve standart sapma ilkeleri kullanılmıştır. Yapılan analizler sonucunda hasar sıklığı verilerinin Poisson dağılımına; hasar tutarı verilerinin ise Üstel, Weibull, Lognormal, Gamma ve Ters Gauss dağılımlarının tamamına uygunluk gösterdiği tespit edilmiştir. Kolektif risk modeli kullanılarak yapılan tahmini prim hesabı sonucunda söz konusu firma için en uygun prim miktarını veren dağılımın Weibull dağılımı olduğu belirlenmiştir. Weibull dağılımını sırasıyla lognormal dağılım ve üstel dağılım izlemiştir. Firma için en yüksek prim hesabını veren dağılımların ise gamma ve ters gauss dağılımları olduğu belirlenmiştir.

Anahtar Kelimeler: Aktüeryal Prim Hesabı, Kolektif Risk Modeli, İstatistiksel Dağılımlar

A Study on Actuarial Premium Account for Fire Insurance with Collective Risk Model

Abstract: The purpose of this study is to provide a sample application for realistic premium account especially for the customer firms that pay high amounts for fire insurance. In the study, the frequency of fire-induced damage and the amount of damage between the years 2011-2016 of a company operating in the iron and steel sector in Sivas were used as data. While Kolmogorov-Smirnov and Anderson-Darling goodness of fit tests were used as a statistical method, the expected value and standard deviation principles under the collective risk model were used as a method of calculating the premium. As a result of the analysis, it is determined that the frequency of damage data was fit to Poisson distribution and the amount of damage data were found to be consistent with the Exponential, Weibull, Lognormal, Gamma and Reverse Gaussian distributions. As a result of the estimated premium calculation using the collective risk model, it was determined that the distribution which gives the most appropriate amount of premium for the company in question is Weibull distribution. Weibull distribution was followed by lognormal distribution and exponential distribution. The distributions that gave the highest premium account for the company were determined to have gamma and inverse gauss distributions.

Keywords: Actuarial Premium Account, Collective Risk Model, Statistical Distributions

* Bu çalışma Prof. Dr. Mahmut KARTAL'ın danışmanlığında tamamlanmış olan "Aktüeryal Veri Analizinde İstatistiksel Yöntemlerin Kullanımı: Yangın Hasarı ve Trafik Kazası Verileriyle Bir Uygulama" başlıklı doktora tezinden uyarlanmıştır.

** Prof. Dr., Sivas Cumhuriyet Üniversitesi, İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi, İşletme Bölümü, ORCID-ID: 0000-0001-8049-0334

*** Dr. Öğr. Üyesi, Sivas Cumhuriyet Üniversitesi, İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi, İşletme Bölümü, ORCID-ID: 0000-0003-3720-5029

I. Giriş

Bir maddenin üzerinde dâhilen veya haricen herhangi bir şekilde meydana gelmesi muhtemel dumanlı, ateşli ve alevli yanma olayına yangın riski denilmektedir. Yangın veya yangın sebebiyle çeşitli şekillerde zarara uğrayan malzeme üzerinde, yangını bastırmak için sarf edilen gayretler sırasında o maddenin civarındaki mallarda meydana gelecek yanma, kırılma, dökülme ve bozulmalar ile benzeri yangınlı, yangınsız hasarlar, yangın riski kapsamı içinde sınıflandırılmaktadır (Kubilay, 1999; Akt: Gültekin ve Erdemir, 2010).

Birey veya toplum için değer taşıyan herhangi bir mal ile birlikte gerçekleşmesi yasal bir hakkın ihlaline yol açabilecek veya hukuki bir sorumluluk doğurabilecek herhangi bir olay sigortanın konusunu oluşturabilmektedir. Bir yangın sigortasının konusu, ev ya da fabrika olabilir (Nomer ve Yunak, 2000).

Yangın riski özellikle demir-çelik sektöründe faaliyet gösteren fabrika veya işletmeler için büyük maddi hasarlara sebep olabilen en önemli risk faktörlerinden biridir. Bundan dolayı yangın riskinin ve buna bağlı olarak oluşabilecek maddi hasar tutarlarının önceden mümkün olduğunca doğru tahmin edilmesi bu işletmelerin mali durumunun sağlığı bakımından oldukça önem arz etmektedir.

Diğer taraftan, sigorta şirketlerinin de gerçekleşmesini beklediği risklere ait hasarları ödeme noktasında zorluk çekmemek için belirli karşılıklar tutarak bunlara finansal tablolarında yer vermeleri gerekmektedir. Bu noktada yapılacak olası büyük hatalar şirketleri iflasa sürükleyebilecektir. Bu sebeple, problemi genellikle istatistiksel yöntemler ile ele alan aktüeryal literatürde hasar tutarlarının tahmin edilmesi klasik bir konu haline gelmiştir (Yaman, 2015). Bununla birlikte hasar sayılarının modellenmesi de gerekmektedir. Sigortacılıkta hasar sayılarının modellenmesi, poliçe priminin hesaplanması için gerekli bir işlemdir. Poliçe risk primi, hasar sayılarının koşullu beklenen değerinin elde edilerek bu değer aktüeryal denge göz önünde bulundurularak beklenen hasar tutarı ile birleştirilmesi ile hesaplanmaktadır. Prim hesaplamasında hasar sayılarının modellenmesinde kullanılan modelin doğru olması ve risk faktörlerinin değişkenliğine duyarlı olması, iyi fiyatlandırmanın yapılabilmesi için oldukça önemlidir (Tüzel ve Sucu, 2012).

Yangın hasarı riskinin yüksek olduğu işletmelerde haliyle yangın sigortası poliçelerine ödenen tutarlar da oldukça yüksek rakamlar olabilmektedir. Bu rakamların çok yüksek olması işletmeleri bazen mali yönden sıkıntılara itebilmektedir. Bu durumda işletmelerin, ödeyeceği poliçe tutarlarının makul düzeylerini bilmesi ve sigorta görüşmelerinde buna göre stratejiler belirlemeyebilmesi mali yönden yararlarına olacaktır. Bu sayede işletme gereğinden fazla prim ödemesi ile karşı karşıya kalma riskini mümkün olduğu kadar azaltacaktır.

İşletmeler ödemek zorunda oldukları poliçe prim tutarlarının makul miktarını belirleyebilmek için istatistiksel yöntemlerden faydalanabilirler. Prim tutarı hesaplanırken özellikle ortalama hasar sıklığı ile birlikte ortalama hasar tutarının gerçeğe yakın tahmin edilmesi oldukça önemlidir. Ortalama hasar sıklığı ve ortalama hasar tutarı ne derece az hatayla gerçeğe yakın hesaplanırsa ödenmesi gereken prim hesabı da o derece doğru hesaplanabilecektir.

Meydana gelen hasarların sıklığı ile hasar tutarlarının dağılımları istatistiksel olasılık dağılımları ile modellenenmektedir. Buna göre hasar sıklıklarının modellenmesinde kesikli olasılık dağılımları, hasar tutarlarının modellenmesinde ise sürekli olasılık dağılımları kullanılmaktadır. Yangın sıklığı gibi gerçekleşmesi nadir olan olayların dağılımında uygulamada yaygın olarak kesikli olasılık dağılımlarından Poisson dağılımı kullanılmaktadır. Hasar tutarlarının dağılımının tahmininde ise uygulamada sürekli olasılık dağılımlarından Üstel dağılım, Weibull dağılımı, Gamma dağılımı, Lognormal dağılım, Loglojistik dağılım, Ters Gauss dağılımı, Gompertz dağılımı gibi dağılımlar yaygın olarak kullanılmaktadır (Gültekin, 2010).

Bu araştırma kapsamında Sivas ilinde demir-çelik sektöründe faaliyet gösteren bir firmanın 2011-2016 yılları arasındaki yangın kaynaklı hasar sıklığı ve hasar tutarı verileri kullanılarak söz konusu işletme için gelecek dönemlere yönelik yangın sigortası prim tutarları kolektif risk modeli çerçevesinde tahmin edilmeye çalışılmıştır. Bu bağlamda araştırmanın amacı özellikle yangın sigortası için yüksek tutarlar ödemek durumunda kalan müşteri firmalar için gerçekçi prim hesabına yönelik örnek bir uygulama ortaya koymaktır. Araştırma bulgularının işletmelerin gereğinden fazla prim ödemesi ile karşı karşıya kalma riskini azaltmaya yardımcı olacağı ve bu bakımdan araştırmanın önem arz ettiği düşünülmektedir.

II. Yöntem

A. Araştırmada Kullanılan Veriler

Araştırmada veri olarak bir sigorta şirketinin Sivas ilinde demir-çelik sektöründe üretim faaliyeti gösteren bir müşteri firmasının 2011-2016 yılları arasındaki yangın kaynaklı hasar sıklığı ve hasar tutarı verileri kullanılmıştır. Söz konusu veriler ilgili sigorta şirketinin Sivas acentesinden elde edilmiştir. Elde edilen veriler doğrultusunda gerçekleşen hasarların tarihi ve TL cinsinden tutarı Tablo 1’de verilmiştir.

Tablo 1: Yangın Kaynaklı Hasar Tarihleri ve Tutarları

Hasar Tarihi	Hasar Tutarı (TL)	Hasar Tarihi	Hasar Tutarı (TL)
02.02.2011	18.354,00	15.09.2014	47.509,00
26.08.2011	35.450,00	10.10.2014	50.060,00
17.09.2011	48.950,00	03.12.2014	46.699,00
10.12.2011	57.505,00	25.02.2015	80.405,00
18.05.2012	17.083,00	21.04.2015	42.000,00
20.07.2012	10.050,00	17.05.2015	45.150,00
02.10.2012	25.240,00	11.06.2015	40.598,00
12.10.2012	25.004,00	19.07.2015	18.950,00
16.01.2013	14.048,00	02.09.2015	12.500,00
21.04.2013	198.550,00	26.10.2015	62.212,00
07.05.2013	19.498,00	04.11.2015	233.199,00
12.06.2013	83.500,00	11.04.2016	17.852,00
18.08.2013	6.450,00	08.08.2016	30.000,00
09.10.2013	112.450,00	20.08.2016	27.750,00
07.11.2013	11.425,00	22.09.2016	196.552,00
05.05.2014	23.450,00	23.11.2016	15.320,00

B. Kolektif Risk Modeli

Risk büyüklüklerini gösteren, aynı dağılıma sahip ve ardışık birbirinden bağımsız pozitif rasgele değişkenler X_n ($n=1,2,3,\dots$) ile, risklerin sabit bir dönem içerisindeki sayısını gösteren ve hasar büyüklüğünden bağımsız olan pozitif kesikli rastlantı değişkeni ise N ile gösterilmek üzere, risklerin toplamını ifade eden kolektif risk modeli,

$$S = X_1 + X_2 + \dots + X_N \quad (2.1)$$

eşitliğiyle ifade edilmektedir. Burada S , toplam hasarı gösteren ve bileşik dağılıma sahip olan rasgele değişkendir (Gültekin ve Erdemir, 2010).

Kolektif risk modelinin iki temel varsayımı bulunmaktadır. Bunlar,

1. X_1, X_2, \dots rasgele değişkenleri aynı dağılıma sahiptir.
2. N, X_1, X_2, \dots rasgele değişkenleri birbirinden bağımsızdır (Şahin vd., 2016).

Toplam hasarın beklenen değeri, hasar sayılarının beklenen değeri ile beklenen hasar büyüklüğünün çarpımından oluşmaktadır. Toplam hasarın varyansı ise iki bileşenden meydana gelmektedir. Birinci bileşende hasar büyüklüklerinin varyansı beklenen hasar sayısı ile ağırlıklandırılmakta, ikinci bileşende ise hasar sayılarının varyansı hasar büyüklüğünün ikinci momenti ile ağırlıklandırılmaktadır (Bowers vd., 1997). Buna göre toplam hasar dağılımının beklenen değer ve varyansı aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır.

$$E[S] = E[E(S|N)] = E[p_1 N] = p_1 \cdot E[N] \quad (2.2)$$

$$\begin{aligned}\text{Var}(S) &= E[\text{Var}(S|N)] + \text{Var}[E(S|N)] \\ &= E[N\text{Var}(X)] + \text{Var}[p_1N] \\ &= E[N]\text{Var}(X) + p_1^2\text{Var}[N]\end{aligned}\quad (2.3.)$$

Bu eşitliklerde $p_k = E[X^k]$ olarak X rasgele değişkeninin orijine göre k 'inci momentini ifade etmektedir. X rasgele değişkeninin varyansı ise,

$$\text{Var}(X) = E[X^2] - (E[X])^2 = p_2 - p_1^2 \quad (2.4.)$$

olarak hesaplanır.

Hasar sayısını gösteren N 'in dağılımı için en uygun kesikli dağılım nadir olayların dağılımı olarak bilinen Poisson dağılımıdır (Gültekin ve Erdemir, 2010). Poisson dağılımının beklenen değeri ve varyansı birbirine eşittir ve

$$E[N] = \text{Var}(N) = \lambda \quad (2.5.)$$

şeklinde. S 'nin dağılımı ise bileşik Poisson dağılımı olarak adlandırılmakta ve bu dağılımın beklenen değer ve varyansı,

$$E[S] = \lambda \cdot p_1 \quad (2.6.)$$

$$\text{Var}(S) = \lambda \cdot p_2 \quad (2.7.)$$

eşitlikleriyle elde edilir.

Kollektif risk modelin çerçevesinde, portföydeki toplam poliçe sayısı yerine hasar sayısı dikkate alınmaktadır. Bu bağlamda, bu araştırmada 2011-2016 yılları arasında gerçekleşen her bir yangın hasarına yönelik ödenen tazminat tutarları ele alındığı için çalışmada kollektif risk modelinin kullanılması uygun görülmüştür.

III. Bulgular

Tablo 1'de verilen araştırma verileri incelendiğinde 2015 yılına ait hasar sıklığının diğer yıllara göre daha fazla olduğu görülmektedir. Araştırma çerçevesinde prim hesabında kullanılan kollektif risk modeli varsayımına göre sabit bir dönem içerisinde ortaya çıkan hasarlar aynı dağılıma sahip olmalıdır ve hasar sayıları her dönem aynı kabul edilmektedir (Gültekin ve Erdemir, 2010). Bu varsayımın geçerli olup olmadığını test etmek için sabit dönemler bir yıl değil de iki yıl olarak alınmış ve böylece üç dönem oluşturulmuştur. Aynı zamanda hasar sıklıklarının da sabit dönemlerde aynı dağılıma uyduğu varsayılmaktadır. Bu varsayım doğrultusunda dönemlerdeki veri sayısını artırmak ve her dönemde hasar sıklıklarının aynı dağılıma sahip olduğunu göstermek için iki yıllık sabit dönemler daha uygun bir gruplama yöntemi olarak ele alınmıştır. Bu sebeple hasar sıklıkları ve büyüklükleri iki yıllık dönemlerde gerçekleşen üçer aylık yangın hasar oluşma sıklığına göre incelenmiştir.

Kolektif Risk Modeliyle Yangın Sigortası İçin Aktüeryal Prim Hesabına Yönelik Bir Araştırma

Bu bağlamda elde edilen dönemlere göre hasar tarihleri ve hasar tutarları Tablo 2’de verilmiştir.

Tablo 2: Her Üç Döneme Ait Hasar Tarihi ve Hasar Tutarları

1. Dönem		2. Dönem		3. Dönem	
Hasar Tarihi	Hasar Tutarı (TL)	Hasar Tarihi	Hasar Tutarı (TL)	Hasar Tarihi	Hasar Tutarı (TL)
02.02.2011	18.354,00	16.01.2013	14.048,00	25.02.2015	80.405,00
26.08.2011	35.450,00	21.04.2013	198.550,00	21.04.2015	42.000,00
17.09.2011	48.950,00	07.05.2013	19.498,00	17.05.2015	45.150,00
10.12.2011	57.505,00	12.06.2013	83.500,00	11.06.2015	40.598,00
18.05.2012	17.083,00	18.08.2013	6.450,00	19.07.2015	18.950,00
20.07.2012	10.050,00	09.10.2013	112.450,00	02.09.2015	12.500,00
02.10.2012	25.240,00	07.11.2013	11.425,00	26.10.2015	62.212,00
12.10.2012	25.004,00	05.05.2014	23.450,00	04.11.2015	233.199,00
		15.09.2014	47.509,00	11.04.2016	17.852,00
		10.10.2014	50.060,00	08.08.2016	30.000,00
		03.12.2014	46.699,00	20.08.2016	27.750,00
				22.09.2016	196.552,00
				23.11.2016	15.320,00

Bu şekilde oluşturulan dönemlere göre hasar sıklığı verileri ise Tablo 3’teki gibi elde edilmiştir.

Tablo 3: Dönemlere Göre Hasar Sıklıkları

1.Dönem	Yangın Sıklığı
Ocak-Şubat-Mart 2011	1
Nisan-Mayıs-Haziran 2011	0
Temmuz-Ağustos-Eylül 2011	2
Ekim-Kasım-Aralık 2011	1
Ocak-Şubat-Mart 2012	0
Nisan-Mayıs-Haziran 2012	1
Temmuz-Ağustos-Eylül 2012	1
Ekim-Kasım-Aralık 2012	2
2.Dönem	Yangın Sıklığı
Ocak-Şubat-Mart 2013	1
Nisan-Mayıs-Haziran 2013	3
Temmuz-Ağustos-Eylül 2013	1
Ekim-Kasım-Aralık 2013	2
Ocak-Şubat-Mart 2014	0
Nisan-Mayıs-Haziran 2014	1
Temmuz-Ağustos-Eylül 2014	1
Ekim-Kasım-Aralık 2014	2

3.Dönem	Yangın Sıklığı
Ocak-Şubat-Mart 2015	1
Nisan-Mayıs-Haziran 2015	3
Temmuz-Ağustos-Eylül 2015	2
Ekim-Kasım-Aralık 2015	2
Ocak-Şubat-Mart 2016	0
Nisan-Mayıs-Haziran 2016	1
Temmuz-Ağustos-Eylül 2016	3
Ekim-Kasım-Aralık 2016	1

A. Hasar Sıklıklarının Dağılımının Belirlenmesi

Bu aşamada öncelikle Tablo 3'te verilen dönemlere ait hasar sıklığı sayılarının Poisson dağılımına uygun olup olmadığı incelenmiştir. Her üç dönemdeki hasar sayılarının Poisson dağılımına uygun olup olmadığı Kolmogorov-Smirnov testiyle incelenmiştir. Test için hipotezler;

H_0 : Hasar sayıları Poisson dağılımına uygundur.

H_1 : Hasar sayıları Poisson dağılımına uygun değildir.

şeklinde kurulmuştur. Yapılan Kolmogorov-Smirnov testi sonucunda elde edilen bulgular Tablo 4'teki gibidir:

Tablo 4: Dönemlere Ait Hasar Sıklıkları İçin Kolmogorov-Smirnov Testi Sonuçları

1. Dönem		
Poisson Parametresi	Ortalama = λ	1,000
En Uç Farklılıklar	Mutlak	0,118
	Pozitif	0,080
	Negatif	-0,118
Kolmogorov-Smirnov z İstatistiği		0,333
İki Yönlü Sınama p değeri		0,995
2. Dönem		
Poisson Parametresi	Ortalama = λ	1,375
En Uç Farklılıklar	Mutlak	0,128
	Pozitif	0,051
	Negatif	-0,128
Kolmogorov-Smirnov z İstatistiği		0,362
İki Yönlü Sınama p değeri		0,999
3. Dönem		
Poisson Parametresi	Ortalama = λ	1,625
En Uç Farklılıklar	Mutlak	0,082
	Pozitif	0,082
	Negatif	-0,072
Kolmogorov-Smirnov z İstatistiği		0,233
İki Yönlü Sınama p değeri		0,899

Kolektif Risk Modeliyle Yangın Sigortası İçin Aktüeryal Prim Hesabına Yönelik Bir Araştırma

Tablo 4'teki bulgulara göre H_0 hipotezi kabul edilerek her üç dönemdeki hasar sayılarının Poisson dağılımına uygunluk gösterdiği sonucuna varılmıştır ($p > 0,05$).

B. Hasar Tutarlarının Dağılımının Belirlenmesi

Bu aşamada ise Tablo 2'de verilen her üç döneme ait hasar tutarlarının Üstel, Weibull, Gamma, Lognormal ve Ters Gauss dağılımlarından hangilerine uygunluk gösterdiği Easyfit 5.6 paket programı kullanılarak Kolmogorov-Smirnov ve Anderson-Darling uyum iyiliği testleriyle incelenmiştir. Testlerin hipotezleri,

H_0 : Hasar tutarları söz konusu dağılıma uygundur.

H_1 : Hasar tutarları söz konusu dağılıma uygun değildir.

şeklinde kurulmuştur. Bu doğrultuda yapılan analiz sonucu elde edilen bulgular Tablo 5'teki gibidir:

Tablo 5: Dönemlere Ait Hasar Tutarları İçin Sürekli Dağılımlara Uygunluk Testi Sonuçları

Birinci Dönem Hasar Tutarları						
Dağılımlar	Kolmogorov-Smirnov Testi		$\alpha=0,05$ için karar	Anderson-Darling Testi		$\alpha=0,05$ için karar
	Test İstatistiği	p		Test İstatistiği	Kritik Değer	
Üstel	0,3124	0,3424	H_0 Kabul	0,9221	2,5018	H_0 Kabul
Weibull	0,1787	0,9232	H_0 Kabul	0,3589	2,5018	H_0 Kabul
Gamma	0,1642	0,9588	H_0 Kabul	0,1921	2,5018	H_0 Kabul
Lognormal	0,1422	0,9888	H_0 Kabul	0,1991	2,5018	H_0 Kabul
Ters Gauss	0,1421	0,9889	H_0 Kabul	0,2190	2,5018	H_0 Kabul
İkinci Dönem Hasar Tutarları						
Dağılımlar	Kolmogorov-Smirnov Testi		$\alpha=0,05$ için karar	Anderson-Darling Testi		$\alpha=0,05$ için karar
	Test İstatistiği	p		Test İstatistiği	Kritik Değer	
Üstel	0,1613	0,9217	H_0 Kabul	0,2338	2,5018	H_0 Kabul
Weibull	0,1481	0,9584	H_0 Kabul	0,4051	2,5018	H_0 Kabul
Gamma	0,1345	0,9824	H_0 Kabul	0,2330	2,5018	H_0 Kabul
Lognormal	0,1403	0,9739	H_0 Kabul	0,1906	2,5018	H_0 Kabul
Ters Gauss	0,1515	0,9303	H_0 Kabul	0,4206	2,5018	H_0 Kabul

Üçüncü Dönem Hasar Tutarları						
Dağılımlar	Kolmogorov-Smirnov Testi		$\alpha=0,05$ için karar	Anderson-Darling Testi		$\alpha=0,05$ için karar
	Test İstatistiği	p		Test İstatistiği	Kritik Değer	
Üstel	0,1822	0,7169	H ₀ Kabul	0,6428	2,5018	H ₀ Kabul
Weibull	0,1546	0,8695	H ₀ Kabul	0,8973	2,5018	H ₀ Kabul
Gamma	0,2269	0,4493	H ₀ Kabul	0,7484	2,5018	H ₀ Kabul
Lognormal	0,1496	0,8920	H ₀ Kabul	0,3656	2,5018	H ₀ Kabul
Ters Gauss	0,1402	0,9294	H ₀ Kabul	0,2874	2,5018	H ₀ Kabul

Tablo 5'teki Kolmogorov-Smirnov ve Anderson-Darling uyum iyiliği testleri sonuçlarına göre her üç döneme ait hasar tutarı değişkenlerinin Üstel, Weibull, Gamma, Lognormal ve Ters Gauss dağılımlarının tamamına uygunluk gösterdiği görülmektedir. Kolmogorov-Smirnov testi sonuçlarına göre, hasar tutarları birinci ve üçüncü dönemler için Ters Gauss dağılımına, ikinci dönem için ise Gamma dağılımına en iyi derecede uyum göstermektedir. Anderson-Darling testi sonuçlarına göre ise, hasar tutarları birinci dönem için Gamma dağılımına, ikinci dönem için Lognormal dağılıma, üçüncü dönem için de Ters Gauss dağılımına en iyi derecede uyum göstermektedir.

Üç döneme ait hasar tutarlarının uygunluk gösterdiği Üstel, Weibull, Gamma, Lognormal ve Ters Gauss dağılımlarının parametreleri ise Tablo 6'daki gibi elde edilmiştir.

Atatürk
Üniversitesi

Tablo 6: Dönemlere Ait Hasar Tutarı Dağılımlarının Parametreleri

Birinci Dönem		İkinci Dönem		Üçüncü Dönem	
Dağılım	Parametreler	Dağılım	Parametreler	Dağılım	Parametreler
Üstel	$\lambda=0,00003366$	Üstel	$\lambda = 0,00001763$	Üstel	$\lambda = 0,00001580$
Weibull	$\alpha = 1,7998$ $\beta = 30.043,00$	Weibull	$\alpha = 1,0092$ $\beta = 45.505,00$	Weibull	$\alpha = 1,2253$ $\beta = 53.625,00$
Gamma	$\alpha = 3,2633$ $\beta = 9.102,70$	Gamma	$\alpha = 0,87767$ $\beta = 64.596,00$	Gamma	$\alpha = 0,80728$ $\beta = 78.372,00$
Lognormal	$\sigma = 0,5397$ $\mu = 10,159$	Lognormal	$\sigma = 1,0390$ $\mu = 10,436$	Lognormal	$\sigma = 0,87850$ $\mu = 10,624$
Ters Gauss	$\lambda =96.934$ $\mu = 29.705$	Ters Gauss	$\lambda = 52.527$ $\mu = 55.785$	Ters Gauss	$\lambda = 51.075$ $\mu = 63.268$

Kolektif Risk Modeliyle Yangın Sigortası İçin Aktüeryal Prim Hesabına Yönelik Bir Araştırma

C. Prim Hesaplamasına İlişkin Bulgular

Her üç döneme ait hasar sıklıklarının Poisson dağılımı gösterdiği varsayımı altında dönemlerin hasar tutarlarının uygunluk gösterdiği Üstel, Weibull, Gamma, Lognormal ve Ters Gauss dağılımlarının her biri için ayrı ayrı prim miktarları hesaplanmıştır. Öncelikle dönemler bazında elde edilen parametre değerleri kullanılarak her bir dağılımın ortalaması ve varyansı hesaplanmıştır. Bu bağlamda ortalama ve varyans eşitlikleri, Üstel dağılım için;

$$\mu = E(x) = \frac{1}{\lambda} \text{ ve } \text{Var}(x) = \frac{1}{\lambda^2}$$

Weibull dağılımı için;

$$\mu = E(x) = \alpha \Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta}\right) \text{ ve } \text{Var}(x) = \alpha^2 \left\{ \Gamma\left(1 + \frac{2}{\beta}\right) - \left[\Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta}\right) \right]^2 \right\}$$

Gamma dağılımı için;

$$\mu = E(x) = \alpha\beta \text{ ve } \text{Var}(x) = \alpha\beta^2$$

Lognormal dağılım için;

$$\mu = E(x) = e^{\frac{\mu + \sigma^2}{2}} \text{ ve } \text{Var}(x) = e^{2\mu + \sigma^2} (e^{\sigma^2} - 1)$$

Ters Gauss dağılımı için ise;

$$E(x) = \mu \text{ ve } \text{Var}(x) = \sigma^2 = \frac{\mu^3}{\lambda}$$

şeklinde dikkate alınmıştır. Bu eşitlikler yardımıyla üç döneme yönelik hasar sıklığı ve hasar tutarının her bir dağılıma göre beklenen değerleri (ortalamaları) Tablo 7'deki gibi elde edilmiştir.

*Atatürk
Üniversitesi*

Tablo 7: Dönemlere Ait Hasar Sıklığının ve Hasar Tutarının Beklenen Değerleri

		1. Dönem	2. Dönem	3. Dönem
Hasar Sıklığı (λ)		1	1,375	1,625
Hasar Tutarı (TL)	Üstel	29.705	55.785	63.268
	Weibull	26.717	45.425	50.180
	Gamma	29.704	55.785	63.268
	Lognormal	29.884	57.483	60.440
	Ters Gauss	29.705	55.785	63.268

Üç döneme yönelik hasar sıklığı ve hasar tutarının her bir dağılıma göre varyansları ise Tablo 8'deki gibi elde edilmiştir.

Tablo 8: *Dönemlere Ait Hasar Sıklığının ve Hasar Tutarının Varyansları*

		1. Dönem	2. Dönem	3. Dönem
Hasar Sıklığı (λ)		1	1,375	1,625
Hasar Tutarı (TL)	Üstel	882.360.000	3.112.000.000	4.002.900.000
	Weibull	235.960.000	1.788.300.000	1.694.800.000
	Gamma	270.390.000	3.305.100.000	4.958.500.000
	Lognormal	301.910.000	5.584.600.000	4.250.300.000
	Ters Gauss	270.390.000	3.305.100.000	4.958.500.000

Kollektif risk modeline göre, toplam hasar dağılımının beklenen değeri ve varyansı Eşitlik 2.2 ve Eşitlik 2.3. yardımıyla hesaplanmaktadır. Daha önce hesaplanan değerler ve bu eşitlikler dikkate alınarak kollektif risk modeline göre üç dönem için hesaplanan toplam hasar dağılımının beklenen değeri ve varyansı her bir dağılım için Tablo 9'daki gibi elde edilmiştir. $E(X)$ ve $Var(X)$ değerleri beş sürekli dağılıma göre Tablo 7 ve Tablo 8'de hesaplanan değerler olarak dikkate alınmıştır.

Tablo 9: *Kollektif Risk Modeline Göre Üç Dönem İçin Toplam Hasar Dağılımının Beklenen Değer ve Varyansları*

Dağılımlar		1. Dönem	2. Dönem	3. Dönem
Üstel	E(S)	29.705,00	76.704,38	102.810,50
	Var(S)	1.764.747.025	8.557.953.559	13.009.327.210
Weibull	E(S)	26.717,00	62.459,38	81.542,50
	Var(S)	949.758.089	5.296.129.609	6.845.852.650
Gamma	E(S)	29.704,00	76.704,38	102.810,50
	Var(S)	1.152.717.616	8.823.466.059	14.562.177.210
Lognormal	E(S)	29.884,00	79.039,13	98.215,00
	Var(S)	1.194.963.456	12.222.231.020	12.842.852.100
Ters Gauss	E(S)	29.705,00	76.704,38	102.810,50
	Var(S)	1.152.777.025	8.823.466.059	14.562.177.210

Sigortalanan firmanın izleyen üç aylık sigorta süresi için ödeyeceği sigorta primini hesaplamak için; 9'da yer verilen son iki yıllık dönemin (3. Dönemin) toplam hasarının beklenen değeri ve varyansı esas alınmıştır. Bu doğrultuda her bir dağılıma göre $\theta=0,1; 0,20; 0,30; \dots ; 0,90; 1,00$ yüklem faktörleri için aktüeryal prim hesaplaması yapılmıştır.

Kolektif Risk Modeliyle Yangın Sigortası İçin Aktüeryal Prim Hesabına Yönelik Bir Araştırma

Tablo 9'daki değerlere dikkat edilirse Gamma ve Ters Gauss dağılımlarının 3. Döneme ait beklenen değer ve varyanslarının eşit olduğu görülmektedir. Bunun için prim hesaplamalarında bu iki dağılım birlikte ele alınmıştır.

Prim hesaplama ilkelerinden Beklenen Değer İlkesi ve Standart Sapma İlkesi dikkate alınmıştır. Beklenen Değer İlkesine göre prim miktarı,

$$P = (1 + \theta) \cdot E(S)$$

şeklinde; standart sapma ilkesine göre prim miktarı ise,

$$P = E(S) + \theta \cdot \sqrt{Var(S)}$$

şeklinde hesaplanmaktadır (Tse, 2009).

Bu aşamada son olarak her bir dağılıma göre her iki ilkeye göre ödenmesi gereken üç aylık prim miktarları hesaplanmıştır ve Tablo 10'daki bulgular elde edilmiştir.

Tablo 10: *Dağılımlara Göre Tahmini Üç Aylık Prim Miktarları (TL)*

Üstel Dağılıma Göre			Weibull Dağılımına Göre		
Yükleme Faktörü (θ)	Beklenen Değer Prensibi	Standart Sapma Prensibi	Yükleme Faktörü (θ)	Beklenen Değer Prensibi	Standart Sapma Prensibi
0,1	113.091,55	114.216,34	0,1	89.696,75	89.816,47
0,2	123.372,60	125.622,19	0,2	97.851,00	98.090,43
0,3	133.653,65	137.028,03	0,3	106.005,25	106.364,40
0,4	143.934,70	148.433,88	0,4	114.159,50	114.638,37
0,5	154.215,75	159.839,72	0,5	122.313,75	122.912,33
0,6	164.496,80	171.245,56	0,6	130.468,00	131.186,30
0,7	174.777,85	182.651,41	0,7	138.622,25	139.460,27
0,8	185.058,90	194.057,25	0,8	146.776,50	147.734,23
0,9	195.339,95	205.463,09	0,9	154.930,75	156.008,20
1,0	205.621,00	216.868,94	1,0	163.085,00	164.282,17
Gamma ve Ters Gauss Dağılımlarına Göre			Lognormal Dağılıma Göre		
Yükleme Faktörü (θ)	Beklenen Değer Prensibi	Standart Sapma Prensibi	Yükleme Faktörü (θ)	Beklenen Değer Prensibi	Standart Sapma Prensibi
0,1	113.091,55	114.877,88	0,1	108.036,50	109.547,63
0,2	123.372,60	126.945,27	0,2	117.858,00	120.880,26
0,3	133.653,65	139.012,65	0,3	127.679,50	132.212,89
0,4	143.934,70	151.080,04	0,4	137.501,00	143.545,52
0,5	154.215,75	163.147,42	0,5	147.322,50	154.878,15
0,6	164.496,80	175.214,81	0,6	157.144,00	166.210,78
0,7	174.777,85	187.282,19	0,7	166.965,50	177.543,42
0,8	185.058,90	199.349,58	0,8	176.787,00	188.876,05
0,9	195.339,95	211.416,96	0,9	186.608,50	200.208,68
1,0	205.621,00	223.484,35	1,0	196.430,00	211.541,31

IV. Sonuç

Araştırma çerçevesinde bir sigorta şirketinin Sivas ilinde demir-çelik sektöründe üretim faaliyeti gösteren bir müşteri firmasının 2011-2016 yılları arasındaki yangın kaynaklı hasar sıklığı ve hasar tutarı verileri kullanılarak bu firmanın önündeki dönemlere yönelik ödeyeceği prim miktarı kollektif risk modeli kullanılarak tahmin edilmiştir.

Kollektif risk modelinde en temel nokta toplam hasar dağılımının gerçeğe en uygun şekilde belirlenmesidir. Bu amaçla çalışmanın uygulama bölümünde öncelikle bir şirketten alınan altı yıllık yangın hasarı verileri iki yıllık dönemler olarak üçer aylık hasar sıklığı ve hasar büyüklükleri bağlamında incelenmiştir.

Yapılan analizler sonucunda 2011-2016 yılları arasındaki yangın hasar sıklığının iki yıllık üç dönem için Poisson dağılımına uygunluk gösterdiği tespit edilmiştir.

Hasar büyüklüğünün ise ikişer yıllık üç dönem için parametrik dağılımlardan olan Üstel, Weibull, Gamma, Lognormal ve Ters Gauss dağılımlarından hangilerine uygunluk gösterdiği incelenmiştir. Elde edilen bulgular doğrultusunda yangın hasar tutarı verilerinin üç dönem için de Üstel, Weibull, Gamma, Lognormal ve Ters Gauss dağılımlarının tamamına istatistiksel olarak uygunluk gösterdiği belirlenmiştir. Dağılımların tamamı için varyans değerlerinin yüksek değerler olduğu görülmüştür. Bu durumun yangın hasar tutarlarının çok farklı ve uç değerler içermesinden ve incelenen sürekli dağılımların tamamının üstel dağılım ailesinden olmasından kaynaklandığı söylenebilir.

Hasar tutarının uygunluk gösterdiği Üstel, Weibull, Gamma, Lognormal ve Ters Gauss dağılımlarına ait toplam hasar dağılımının beklenen değeri ve varyansı kollektif risk modeline göre hesaplanmıştır. Hesaplanan bu değerler kullanılarak ikişer yıllık her üç dönem için de prim hesabının mümkün olduğu gösterilmiş ve müşteri firmanın geçmiş dönemlerde ödediği prim miktarıyla bu değerlerin karşılaştırmasını yapmasına imkân sağlanmıştır. Daha sonra son döneme ait beklenen değer ve varyans değerleri kullanılarak her bir dağılıma göre şirketin önündeki dönemler için ödeyeceği prim miktarı tahmin edilmeye çalışılmıştır.

Üstel, Weibull, Gamma, Lognormal ve Ters Gauss dağılımlarının her biri için hesaplanan tahmini prim miktarlarına göre firma için en uygun prim fiyatını veren dağılımın Weibull dağılımı olduğu, buna göre müşteri firmanın ödeyeceği üç aylık prim miktarının 164.282,17 TL'yi geçmemesi gerektiği tespit edilmiştir. En uygun prim fiyatını veren ikinci dağılımın ise lognormal dağılım olduğu, buna göre firmanın ödeyeceği üç aylık prim miktarının en fazla 211.541,31 TL olması gerektiği belirlenmiştir. Lognormal dağılımı izleyen bir diğer dağılım ise üstel dağılımdır ve üstel dağılıma göre firmanın ödeyeceği üç aylık prim miktarı en fazla 216.868,94 TL'dir. Son olarak hesaplanan tahmini prim miktarlarına göre firma için en yüksek prim fiyatını veren dağılımlar ise

Kolektif Risk Modeliyle Yangın Sigortası İçin Aktüeryal Prim Hesabına Yönelik Bir Araştırma

Gamma ve Ters Gauss dağılımları olarak belirlenmiş, bu dağılımlara göre firmanın ödeyeceği üç aylık prim miktarının 223.484,35 TL'yi geçmemesi gerektiği belirlenmiştir.

Ortaya konulan bu bulgular sayesinde sigorta müşterisi olan firma bu tahmini prim miktarlarını göz önünde bulundurarak sigortacı şirket ile sözleşme tartışmalarını pazarlık şeklinde yürütebilecektir. Özellikle de yüksek sigorta primleri ödemek zorunda kalan firmaların çalışmada belirtildiği üzere kendi risk modellerini kurmaları ve prim hesaplarını kendilerinin yapmaları sigortacı şirket ile sözleşme görüşmelerinde kendilerine çok büyük katkı sağlayacaktır. Bu sayede müşteri firma gereğinden fazla prim ödemesi ile karşı karşıya kalma riskini mümkün olduğu kadar azaltacaktır.

Bu sonuçlara göre getirilebilecek öneriler şu şekilde sıralanabilir:

- Özellikle yüksek miktarda sigorta primi ödeyen firmalar kendi risk modellerini kurarak ödemeleri gereken tahmini primleri hesaplayabilirler. Bu sayede sigorta firmasıyla gerçekçi pazarlıklar yürüterek gereksiz fazla prim ödeme külfetinden kurtulmaları mümkün olacaktır.

- Araştırmada yangın sigortası primi için tahmini miktarlar elde edilmiştir. Bu bağlamda yangın sigortası primi için hasar tutarlarının ve sıklıklarının özellikleri göz önüne alınarak farklı prim hesaplama prensipleri geliştirmeye yönelik teorik çalışmalar yapılabilir.

- Ayrıca yangın hasarından farklı olarak çeşitli hasar türleri için hasar sıklığı ve hasar tutarı dağılımları incelenerek çeşitli prim hesaplama prensiplerine göre tahmini prim miktarları hesaplanarak daha kapsamlı çalışmalar yapılabilir.

Kaynaklar

- Bowers, N. L., Gerber, H. U., Hickman, J. C., Jones, D. A. ve Nesbitt, C. J. (1997), Schaumburg: Actuarial Mathematics. Society of Actuaries.
- Gültekin Ö. C. (2010), Demir Çelik Sektöründe Aktüeryal Riskler. (Yüksek Lisans Tezi). Ankara: Hacettepe Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.
- Gültekin, Ö. C. ve Erdemir, C. (2010), "Türkiye Demir Ve Çelik Sektöründe Bir Şirketin Yangın Risklerinin Aktüeryal Modeli". *İstatistikçiler Dergisi*, 3, 37-44.
- Nomer, C. ve Yunak, H. (2000), Sigortanın Genel Prensipleri, İstanbul: Ceyma Matbaacılık.
- Şahin, Ş., Karabey, U., Bulut Karageyik, B., Nevruz, E. ve Yıldırak, K. (2016), "Türkiye'de Buğday Bitkisel Ürün Sigortası için Aktüeryal Prim Hesabı". *Tarım Ekonomisi Dergisi*, 22 (2), 37-47.
- Tse, Y. K. (2009), Nonlife Actuarial Models Theory Methods and Evaluation Actuarial Mathematics. UK: Cambridge University Press.
- Tüzel, S. ve Sucu, M. (2012), "Hasar Sıklıkları İçin Sıfır Yığılmalı Kesikli Modeller". *İstatistikçiler Dergisi*, 5, 23-31.
- Yaman, Ş. B. (2015). Aktüeryal Veri Analizinde İstatistiksel Yaklaşımlar ve Bir Uygulama. (Yüksek Lisans Tezi). Samsun: On Dokuz Mayıs Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.