

CUSUM KONTROL GRAFİKLERİ VE BİR UYGULAMA

Erkan OKTAY ⁽¹⁾

M. Suphi ÖZÇOMAK ⁽²⁾

Özet: Bu çalışmada ülkemizde son yıllarda uygulama alanı bulan "CUSUM Kontrol Grafiklerinin" tanıtımı yapılmış ve söz konusu grafikler kullanılarak otomotiv sanayii için döküm parçaları üreten bir işletmede İstatistiksel Proses Kontrol (İPK) çalışması yapılmıştır. Bu amaçla CUSUM kontrol grafiklerinin tarihsel gelişimi kısaca izah edilmiş ve bu grafiklerin sağladığı avantaj ve dezavantajlardan bahsedilmiştir. Daha sonra tek yönlü ve V maskeli nicel CUSUM kontrol grafikleri açıklanmıştır. Çalışmanın uygulama bölümünde debriyaj merkezi silindir parçalarının sertlik değerleri kullanılarak CUSUM kontrol grafikleriyle bir İPK çalışması yapılmıştır. Fabrikanın kullandığı standartlara göre prosesin kontrol altında olmadığı görülmüştür. Prosesin bu standartları sağlayamadığı kanaatine varıldığından fabrika için yeni standartlar belirlenerek işletmeye tavsiye edilmiştir. Son olarak tahmin edilen standartlarla bir İPK çalışması yapılmıştır.

I.Giriş

Kümülatif toplam (Cumulative Sum) teknikleri ilk kez 1954 yılında İngiliz istatistikçi Page tarafından ortaya atılmıştır. Page, bir üretim prosesinden çıkan kusurlu ve kusursuz ürünleri belirlemiş ve kusurlu ürün oranını kontrol altında tutmak için kümülatif toplam değerlerini kullanmıştır. Barnard, bu konuda bir çok yeniliğin öncüsü olmuştur. Barnard, kümülatif toplam (CUSUM) değerlerine V maskesi uygulanarak nicel değişkenlerin kontrol edilebileceğini göstermiştir. Ewan ve Kemp, Barnard ile aynı dönemde Page'nin metodunu geliştirme yolunda önemli çalışmalar yapmışlardır. Bu araştırmacılar, kümülatif toplam tekniklerini sayısal temellere dayandırmışlardır. Daha sonra yayınlanan makalelerde kümülatif toplam tekniklerine dayalı kalite kontrol grafikleri incelenmiştir.

Sabit bir sayıdan, serideki her bir değer çıkarılması ve elde edilen ilk farka sonraki farkların kümülatif olarak eklenmesini öngördüğü için kümülatif toplam prosedürünün uygulanması oldukça basittir. Tespit edilen kümülatif toplam değerleri X-Y koordinat sisteminin yatay ekseninde ve örnek numarası dikey ekseninde gösterilerek CUSUM kontrol grafiğindeki noktalar elde edilir.

Hedef değerden sapmaların mümkün olduğu kadar çabuk tespit edilmesi ve gerekli düzeltmelerin yapılması önemlidir. Kümülatif toplam teknikleri proses ortalamasındaki küçük değişimleri kısa bir süre içerisinde tespit etmeyi sağlar. (Woodward ve Goldsmith, 1964: 1)

⁽¹⁾ Yrd. Doç. Dr., Atatürk Üniversitesi, İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi, İşletme Bölümü.

⁽²⁾ Arş. Gör., Atatürk Üniversitesi, İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi, İşletme Bölümü.

II.CUSUM Kontrol Grafikleri

Kümülatif toplam teknikleri 1954 yılından bu yana çeşitli araştırmalarda kullanılmıştır. Bu teknikler endüstriyel kalite kontrolünün ihtiyaçlarına bağlı olarak zaman içerisinde gelişmiştir. Düzenli aralıklarla ölçümlerin yapıldığı ve bu ölçümlerin önceden belirlenen değerlerle karşılaştırıldığı proseslerde bu metotlar rahatlıkla kullanılabilir. (Woodward ve Goldsmith, 1964: 1)

Kümülatif toplam tekniklerinin kullanış amaçları şu şekilde sıralanabilir: (Woodward ve Goldsmith, 1964: 2)

- ◆ Proses ortalamasında meydana gelen küçük kaymaları tespit ederek, prosesin düzeltilmesi konusunda bilgi sağlamak,
- ◆ Proses ortalamasındaki kaymanın hangi örnekten itibaren başladığını tespit etmek,
- ◆ Geçerli proses ortalamasını güvenilir bir şekilde tahmin etmek,
- ◆ Gelecekteki proses ortalaması hakkında kısa dönem için tahminler yapmak.

CUSUM kontrol grafikleri geniş bir kullanım alanına sahiptir. Bu kontrol grafikleri, son yıllarda Shewhart kontrol grafikleri kadar yaygın bir kullanım alanı bulmuştur. CUSUM grafiklerinin kullanım amacı, bir prosesin kesintisiz kontrol edilmesiyle kontrol sınırlarında meydana gelebilecek kaymaları tespit etmekten çok, prosesin kontrol altında tutulmasını sağlamaktır. Belirlenen spesifikasyonlara uygun olmayan ürünler üreten bir prosesde, kesintisiz kontrolden dolayı kontrol dışı olma sinyali nadiren görülür. Kontrol faaliyeti, kontrol dışı olma sinyallerini tespit etmekten çok, belirlenen spesifikasyonlara uygun olmayan ürün üretimini önlemek için yapılmalıdır.

CUSUM prosedürleri proses ortalamasındaki küçük değişimleri çabucak tespit eder. Bu nedenle söz konusu prosedürler, "İlk defada doğruyu yap!" felsefesini benimseyen işletmelerde daha tutarlı sonuçlar sağlar. Bu prosedür, "Dikkat edilmesi gereken alanlar tespit edilmelidir" düşüncesine sahip işletmelerde de tutarlı sonuçlar sağlamaktadır. (Lucas, 1985: 2690)

CUSUM teknikleri ticari verilerin incelenmesinde de kullanılabilir. Bu teknikler son yıllarda satış tahminlerinin kontrol edilmesinde de kullanılmaktadır. Maliyetlerdeki gerçek değişimleri kısa sürede tespit etmeyi öngören muhasebe sisteminde ve endüstriyel faaliyet indekslerini incelemede CUSUM prosedürleri kullanılabilir. (Woodward - Goldsmith, 1964: 1-2)

CUSUM kontrol grafiği proses ortalamasındaki küçük değişiklikleri tespit etmek ve sapma zamanlarını diğer kontrol grafiklerinden daha büyük bir hassasiyetle belirlemek için kullanılmaktadır. Bu durum söz konusu grafiği proses kontrolü için son derece kullanışlı kılmaktadır. (Lester-Enrick, 1992: 402) Prosesde büyük değişmelerin olduğu durumlarda ise CUSUM kontrol grafiklerinden ziyade standart kalite kontrol grafiklerinin kullanılması daha uygundur.

CUSUM kontrol grafiklerinin önemli bir eksiği; proses çıktı değerlerinin periyodik dalgalanmalar göstermesi durumunda proses hakkında isabetli karar vermede yetersiz kalmasıdır. (Kartal, 1999: 95)

III.CUSUM Kontrol Grafiklerinin Sağladığı Avantajlar

◆Grafığın eğimindeki değişimlere bakılarak proses ortalamasında ortaya çıkan değişimlerin kolaylıkla tespit edilebilmesi, CUSUM kontrol grafiğinin sağladığı en önemli avantajdır.

◆Proses ortalamasında gerçekleşen değişimin, eğimde gerçekleşen bir değişim ile grafik üzerinde görsel olarak kolaylıkla tespit edilebilmesi CUSUM kontrol grafiğinin sağladığı ikinci avantajdır. Proses ortalamasındaki kaymanın yerini belirlemek, kaymanın sebebini bulmada önemli ipuçları sağlar.

Standart kontrol grafiklerini birçok kişi başarıyla uygulayabilir. Fakat standart kontrol grafiklerini uygulamak şüphesiz tecrübe gerektirir. Standart kontrol grafikleri konusunda fazla tecrübesi olmayan bir uygulayıcının standart kontrol grafikleri ile yapmış olduğu tahminleri doğrulamak çoğu zaman mümkün olmaz. Halbuki bu tür tahminler CUSUM kontrol grafikleri ile kolaylıkla yapılabilmektedir.

◆CUSUM grafikleri proses ortalamasındaki küçük çaplı kaymaları daha hızlı bir şekilde tespit etmektedir. Proses ortalamasındaki 0.5σ ile 2σ 'lık kaymaları tespit etmede standart kontrol grafiklerinden daha etkili sonuçlar sağlanması, CUSUM kontrol grafiklerinin sağladığı üçüncü avantajdır. 0.5σ ile 2σ arasındaki değişimler, iki kat daha hızlı bir şekilde ve istenirse daha küçük örnek hacimleri kullanılarak aynı zaman periyodunda tespit edilebilir. (Duncan, 1965: 411)

◆Bir diğer avantaj, sonradan elde edilen sonuçların prosesdeki değişim hakkında karar vermeyi sağlamasıdır. Grafiğin düzenlenmesi sonucu, sonradan elde edilen sonuçlar, daha önce elde edilen sonuçları desteklerse değişimin gerçekleştiğinden emin olunur. Sonradan elde edilen sonuçlar orijinal değerlere yakınsa, prosesin kontrol durumuna yaklaştığı veya başlangıçta yanlış bir karar verilmiş olduğu söylenebilir. Eski verilere CUSUM kontrol grafiğinin uygulanması proses değişkenliği hakkında faydalı bilgiler sağlar. (Ewan, 1963: 12)

◆ $n = 1$ hacimli örneklerin kullanıldığı durumlarda (her bir parçanın otomatik olarak bilgisayar tarafından ölçüldüğü durumlar gibi) CUSUM kontrol grafiği, proses ortalamasındaki değişimleri tespit etmede Shewhart kontrol grafiklerinden daha etkilidir. (Mitra, 1993: 215)

IV.CUSUM Kontrol Grafiklerinin Dezavantajları

◆ CUSUM grafikleri araştırmada tekrar tekrar kullanılacaksa, her bir grafik için aynı tip ölçek ve V maskesinin kullanılması gerekecektir. CUSUM grafiklerindeki V maskesi, standart kontrol grafiklerindeki kontrol sınırları gibi proses değişkenliğini gözle görmeyi sağlamaktadır. V maskesinin ölçeği kolaylıkla anlaşılmadığından, sabit orana sahip dikey bir ölçeğin (örnek standart hatasının katlarıyla) kullanılması tavsiye edilir.

◆ Birkaç kontrol grafiği için aynı V maskesi kullanılacaksa örnek standart hatası ölçek olarak kullanılabilir. Genelde örnek standart hatası yuvarlak bir sayı olmaz. Bu nedenle uygun olmayan bir ölçek kullanmak, bütün örnek parametrelerini standart hataya bölmek veya her bir kontrol grafiği için yuvarlatılmış bir ölçek ve farklı V maskesi kullanmak gerekebilir. Ölçerek veya hesaplayarak elde ettikleri sonuçları grafik üzerinde işaretlemeyi tercih eden araştırmacılar genelde yuvarlatılmış ölçek kullanmayı arzu etmezler. Standart bir V maskesinin bütün kontrol grafiklerinde yaklaşık olarak aynı ortalama icra süresi karakteristiklerini vereceği durumlarda aynı ölçeği kullanmak mümkündür.

◆ Pratik kullanım açısından, az değişken ortalama icra süresi (OİS) karakteristiklerini kabul etmek, bir çok sayıda V maskesinin kullanımından daha kolaydır. Bu karakteristikler örnek standart hatasının güvenilir bir şekilde tahmin edilmesine bağlıdır. Oysa ki bu tahmin çoğu zaman güvenilir olmayabilir.

◆ Bir V maskesi veya birçok sayıda farklı V maskesinin kullanılması çok düzenli bir durum değildir. Keza pratikte daha çok tercih edilen, karar testlerinin her bir grafik üzerinde gösterilmesidir.

◆ CUSUM kontrol grafiği direkt müdahale kontrol grafiği olarak kullanılıyorsa; proses ortalamasında bir değişme olduğunda, yeni proses ortalamasının değeri tahmin edilir ve prosesi hedef değere getirmek için gerekli düzenleme yapılır. Bununla beraber grafik, dolaylı müdahale kontrol grafiği olarak kullanılıyorsa; proses yeni ortalama değerinde faaliyetine devam edebilir ve orijinal V maskesi kullanılarak, hedef değer yeni proses ortalamasına göre ayarlanır. Her defasında yeni bir hedef değer belirlemede şans ve zorluk unsurları mevcuttur. Bu durum grafiğin görsel avantajlarını yok edebilir. Grafik üzerindeki eğimin değişmesi proses ortalamasının da değişmesi anlamına geleceğinden, sadece hedef değer konusunda etkili olan bir teste başvurmak gereksiz olur. (Ewan, 1963:12-14)

◆ CUSUM kontrol grafiği, proses ortalamasındaki küçük değişmeleri tespit etmek için düzenlenmişse proses parametrelerindeki büyük değişmelerin tespit edilmesi yavaş olabilir.

◆ CUSUM kontrol grafiği, prosesin kontrol altında olup olmadığını görmek için, prosesin tarihsel gelişimini analiz etmede etkili bir araç değildir.

◆ Bir işletmede CUSUM kontrol grafiğinin kullanımının çalışanlara öğretilmesi Shewhart kontrol grafiklerine göre daha fazla maliyet gerektirir. (Mitra, 1993: 215)

V.Nicel CUSUM Kontrol Grafikleri

Nicel CUSUM grafiğinin çizilebilmesi için öncelikle, prosesten elde edilen örneklere ait ortalamaların hedef değerden sapmalarının kümülatif toplamı bulunur. Örneğin üretim hattından $n \geq 1$ hacminde rasyonel alt grupların seçildiğini farz edelim. Burada \bar{X}_i , i inci gözlemin ortalamasını, μ_0 , hedef veya proses ortalamasını (kabul edilebilir kalite seviyesini) ifade etmek üzere kümülatif toplam değeri;

$$S_m = \sum_{i=1}^m (\bar{X}_i - \mu_0) \quad (1)$$

şeklinde hesaplanır. Hesaplanan kümülatif toplamlar grafik üzerinde işaretlenerek, \bar{X} için CUSUM kontrol grafiği elde edilir. Burada S_m , m inci örnek numarasına karşılık gelen ve bu değeri de içine alan kümülatif toplam değerini ifade etmektedir. (Messina, 1987: 162)

Bir prosesten elde edilen \bar{X}_i ortalama değerleri μ_0 hedef değer etrafında dağılırsa μ 'den büyük örnek değerlerinin sayısı yaklaşık olarak μ 'den küçük örnek değerlerinin sayısıyla aynı olacak ve CUSUM grafiği yatay bir eğilim gösterecek ve bu durum prosesin istatistiksel olarak kontrol altında olduğunu gösterecektir. (Banks, 1989: 226)

Proses ortalaması giderek artıyorsa, $\bar{X}_i - \mu_0$ farkları pozitif olarak artacağından CUSUM grafiği pozitif eğilim gösterecektir. Aynı şekilde proses ortalaması giderek düşüyorsa grafik negatif bir eğilim gösterecektir. CUSUM grafiğinde eğimin değişmesi orijinal verilerdeki değişmeden kaynaklanmaktadır (Murdoch, 1979: 56). CUSUM grafiğinde pozitif veya negatif eğimin ortaya çıkması, prosesin kontrolden çıkma eğilimi gösterdiğini veya proses ortalamasının değiştiğini gösterir. (Kartal, 1999: 96)

CUSUM'ın birçok durumda kontrol için bir fikir verebildiği gerçeği, bu grafiği proses kontrolü için ideal bir araç yapmıştır. CUSUM'ın bu fonksiyonu, üretim oranının nispeten küçük veya muayene maliyetinin yüksek olduğu durumlarda gerçekleşir. Bu nedenle proses ortalamasındaki küçük değişmeleri tespit etmede CUSUM kontrol grafikleri, Shewhart kontrol grafiklerinden daha etkilidir. (Murdoch, 1979: 57)

Çoğu zaman $n = 1$ hacimli örneklerin alındığı ve her parçanın otomatik olarak ölçülüp bilgisayar yardımıyla değerlendirildiği kimya ve diğer proses endüstrilerinde CUSUM kontrol grafikleri daha tutarlı sonuçlar sağlamaktadır. (Montgomery, 1991: 280)

VI. Tek Yönlü Nicel CUSUM Kontrol Grafikleri

Şu ana kadar izah edilen CUSUM prosedüründe, belirlenen hedef değerden bir sapma olup olmadığına bakılarak proses ortalamasındaki kayma tespit edilmeye çalışılıyordu. CUSUM prosedürleri iki yönlü durumlar için düzenlenmekle beraber, CUSUM kontrol grafiği genellikle proses ortalamasında bir yönde ortaya çıkan kaymayı tespit etmek amacıyla tasarlanmaktadır. (Banks, 1989: 229)

CUSUM kontrol grafiği, proses ortalamasındaki yukarı doğru olan kaymayı tespit etmek için kullanıldığında (proseste böyle bir değişme olduğu zaman), önceden işaretlenen en düşük seviyedeki nokta ile en son işaretlenen nokta karşılaştırılacaktır. Eğer en son nokta ile ilk nokta arasındaki fark, belirlenmiş olan H karar aralığından büyük çıkarsa, proseste bir değişme olduğuna karar verilir. Tek yönlü CUSUM prosedüründe; kalite düzeyi yeterli olduğu zaman aşağıya doğru, kalite düzeyi yetersiz olduğunda ise yukarıya doğru bir yapı oluşur.

Bununla beraber CUSUM kontrol grafiğinin temel amacı proses ortalamasındaki yukarıya doğru kaymayı tespit etmek ise, prosesten elde edilecek kayıtların saklanması gerekmez. Eğer kalite düzeyi istenilen seviyedeysen CUSUM grafiğinin trendi negatif yani aşağıya doğru olur. Bu durumda grafik üzerinde bir takım düzenlemelerin yapılması gereklidir. Tek yönlü CUSUM kontrol grafiğinin bir zorluğu da, proses ortalamasında ortaya çıkacak fazlaca önemli olmayan küçük kaymaları da tespit etmesidir. (Duncan, 1965: 415)

Tek yönlü CUSUM prosedüründe,

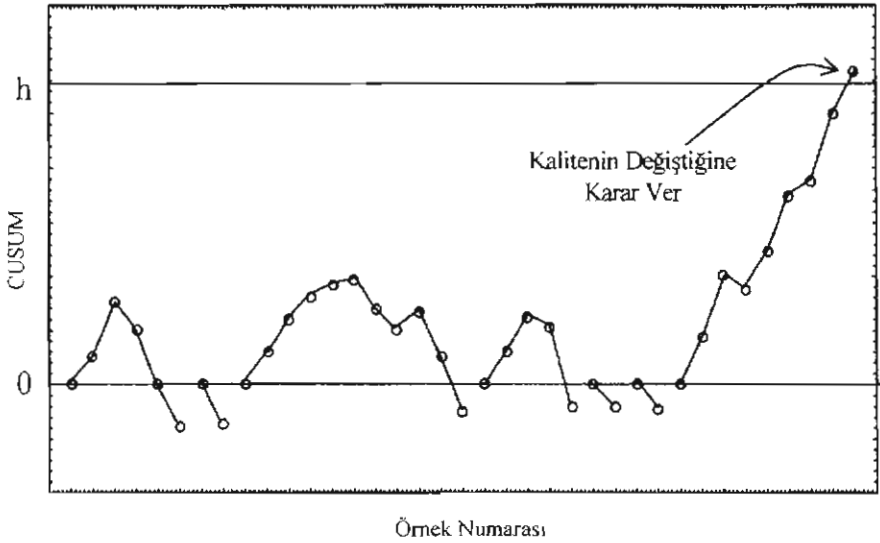
$$S_m = \sum_{i=1}^m (\bar{X}_i - k)$$

değerleri grafik üzerinde işaretlenir. Formüldeki k, referans değerini ifade etmektedir. Burada kabul edilebilir kalite seviyesini μ_0 ve kabul edilmeyecek kalite seviyesini de μ_1 ile ifade edersek; k referans değeri, μ_0 ile μ_1 arasında bir değer olarak alınır ya da,

$$k = \frac{\mu_0 + \mu_1}{2} \quad (2)$$

formülü kullanılarak k değeri hesaplanır. Eğer S_m değeri sıfırın altına düşerse, bu değer otomatik olarak sıfırdan başlatılır. (Banks, 1989: 229)

S_m değeri, H değerini geçerse proses ortalamasının k referans değerinden yukarıya doğru bir kayma eğiliminde olduğu anlaşılır. Şekil 1'de bu durum görülmektedir. Bu grafik, dikkatin proses ortalamasındaki yukarıya doğru kayma üzerinde yoğunlaştırılması gerektiğini ifade etmektedir.



Şekil 1: $(\bar{X} - k)$ kümülatif toplamlarına ait CUSUM kontrol grafiği
(CUSUM sıfırın altına düşer düşmez çizim yeniden başlar)

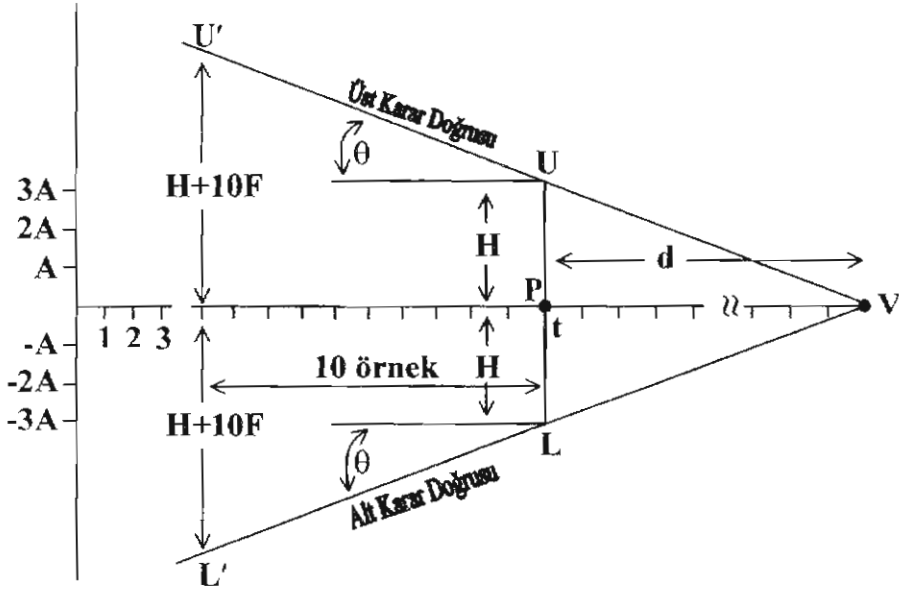
Proses ortalamasındaki kayma pozitif yerine negatif yönde yani aşağıya doğru olduğunda da tek yönlü CUSUM prosedürü proses ortalamasındaki kaymayı tespit etmede kullanılabilir. Bu durumda k referans değeri, hedef değerden daha küçük alınır ve test, S_m değerlerinin H değerinden daha küçük ve negatif bir değer alıp almadığına bakılarak uygulanır. (Duncan, 1965: 415)

VII. V Maskesi Prosedürü

Prosesin kontrol altında olup olmadığını tespit etmenin bir diğer yolu da V maskesi prosedürüdür. V maskesi prosedürü ilk kez Barnard tarafından ortaya konulmuştur. (Montgomery, 1991: 283)

Günümüzde V maskesi prosedürü, endüstriyel proses kontrolünde yaygın bir kullanım alanı bulmuştur. Bu prosedürün yaygın uygulamalarından biri, proses ortalamasının hedef değerden sapıp saptığını tespit etmektir. Şekil 2'de standart bir V maskesi görülmektedir.

Şekil 2'de kümülatif toplam değerleri dikey eksenle gösterilirken, örnek numaraları yatay eksenle gösterilmiştir. Proses, hedef değerde ürün ürettiğinde kümülatif toplamlardan elde edilen pozitif sapmaların toplamı negatif sapmaların toplamıyla aynı olacaktır ve grafik yatay bir trend oluşturacaktır. CUSUM grafiğinde yukarıya doğru bir trend ortaya çıkarsa, bu durum pozitif yönde bir kaymanın olduğunu gösterir. Aynı şekilde negatif yönde bir kayma olduğunda aşağı doğru bir trend görülür. (Lucas, 1976: 1)



Şekil 2: CUSUM karar sınırları için V maskesinin düzenlenişi

Örneklerden elde edilen kümülatif toplam değerleri grafik üzerinde işaretlendikten sonra, en son kümülatif değere karşılık gelen nokta üzerine V maskesi yerleştirilir. (Ott ve Schilling, 1990: 188)

Grafik çizilirken, yatay eksendeki bir birime karşı dikey eksende 2σ olması tavsiye edilir. Alternatif bir durumda ise, yatay eksendeki bir örnek birimine karşı dikey eksende $1D$ ile $2D$ arasında bir değer alınması tavsiye edilir. D değeri, hedef değerden kaymayı ifade eder. Bu ölçek kullanılarak işaretleme yapılırsa, proses ortalamasında görülecek kayma (D), CUSUM grafiği üzerinde 30° - 45° lik bir trend ortaya çıkaracaktır. (Lucas, 1976: 1)

V maskesi asetata çizilirse, grafikteki her örneğe uygulanabilir. Aksi takdirde, CUSUM grafiğine her yeni nokta veya noktalar ilave edildiğinde her bir örnek için yeniden bir V maskesinin çizilmesi gerekecektir. Bu yüzden, V maskesi bilgisayar kullanarak her bir örnek için otomatik olarak düzenlenebilir. (Ryan, 1989: 116)

CUSUM grafiğinde işaretlenen kümülatif toplam değerlerinin tamamı V maskesinin kolları arasında kalıyorsa, prosesin kontrol altında olduğu söylenebilir. Eğer kümülatif toplam değerlerinden herhangi biri V maskesinin kollarının dışına düşerse prosesin kontrol dışına çıktığı anlaşılır. (Mitra, 1993: 215)

V maskesini düzenlemenin bir kaç yolu vardır. Bu metotlar izah edilmeden önce standart V maskesinde bulunabilecek ölçüm ve karakteristik değerlerinin izah edilmesi yerinde olacaktır. Şekil 2'de standart bir V maskesi görül-

mektedir. V maskesinin düzenlenmesinde gerekli olabilecek ifade ve semboller aşağıdaki gibidir:

t: Örnek alma zamanını gösterir.

P: V maskesinin yerleştirileceği noktadır. Bu nokta, en son kümülatif toplam değerinin işaretlendiği noktadır.

d: Tedarik uzunluğunu gösterir. Şekil 2'de P noktası ile V maskesinin köşe noktası olan V noktası arasındaki mesafeyi ifade etmektedir. d değeri, V maskesinin bir parametresidir.

V: V Maskesinin Köşe Noktasıdır.

H: Karar aralığını ifade etmektedir. H değeri, Şekil 2'deki P noktasında V maskesinin yarı yüksekliğidir. H değeri, Şekil 2'deki UP veya PL ile gösterilen uzunluktur. Bu değer, kümülatif toplam değerlerine bağlı olan referans değerinden kümülatif sapsmaları da ifade eder. H, V maskesinin parametresidir.

h: Standart hata ile çarpıldığında karar aralığını verir. $H = h\sigma_x$

θ: V maskesinin yarı açısıdır. θ değeri de V maskesinin parametresidir.

F: Her bir örnek aralığının oluşturduğu hattın eğimidir. Keza bu değer, kümülatif toplamlar için hedef ve referans değerleri arasındaki farktır. F değeri, V maskesinin pratik olarak düzenlenmesinde kullanılan V maskesi parametresidir.

f: Standart hata ile çarpıldığında F değerini verir. $F = f\sigma_x$

U'U: Proses ortalamasındaki artışı veya hedef değerinin alt yöndeki değişimini tespit etmede kullanılan üst karar hattıdır.

L'L: U'U karar hattındaki gibi, proses ortalamasındaki düşüşü veya hedef değerinin üst yöndeki değişimini tespit etmek için kullanılan alt karar hattıdır.

A: Dik eksenin yatay eksene oranını gösteren bir ölçek faktörüdür. Yatay eksen üzerindeki 1 birimlik uzunluğa karşı gelen dikey eksen üzerindeki birimlerin uzunluğudur. A değeri σ_x ve $2\sigma_x$ arasında değişir. Yaklaşık olarak $2\sigma_x$ alınması tercih edilir.

a: Standart hata ile çarpıldığında A değerini verir. $A = a\sigma_x$. Genelde a değerinin 2 alınması tavsiye edilir.

σ_x : Örnek ortalamaları için standart hatadır. $\sigma_x = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ 'dir. n = 1 durumunda formül, $\sigma_x = \sigma$ olur.

α: Önem seviyesidir. Gerçekte proste kayma yokken kaymanın olduğuna karar verme ihtimalidir.

β : Proses ortalamasında gerçekte kayma varken bunu tespit edememe ihtimalidir.

D: Ortaya çıkarılması arzu edilen kayma miktarıdır (σ cinsinden).

T: Hedef değeri ifade eder.

K: Referans değeridir. Kümülatif toplam değerinden hesaplanan farklardan elde edilen bir değerdir. V maskesi kollarının eğimini de ifade etmektedir. Yukarı doğru olan kaymayı tespit etmek için $K_1 = T + F$ ve aşağı doğru olan kaymayı tespit etmek için de $K_2 = T - F$ formülleri kullanılır.

S: Kümülatif toplam eksenindeki orijinal değerlere dayanarak belirlenmesi istenen, proses seviyesindeki en küçük kayma miktarını ifade etmektedir. S değeri ile standart hata çarpıldığında D değerini verir. (Wadsworth vd., 1986: 235-238)

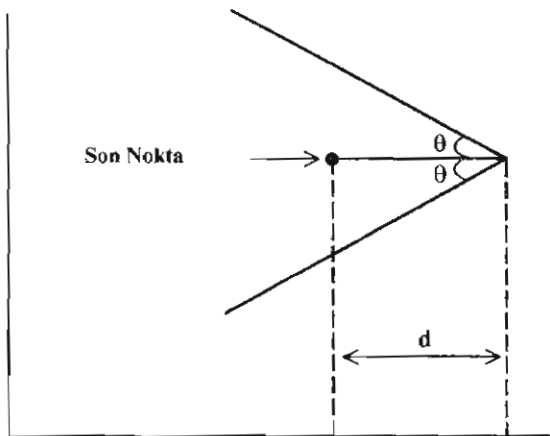
A. d ve θ 'ya göre V maskesi düzenleme

d tedarik uzunluğu ve θ açısıyla maskenin yarı çapı bulunarak, V maskesi düzenlenebilir. Bu değerler aşağıdaki formüller yardımıyla hesaplanabilir.

$$\tan \theta = \frac{D}{2A} \quad (3)$$

$$D = \delta \sigma_x \quad (4)$$

$$d = \left(\frac{2}{\delta^2} \right) \ln \left(\frac{1-\beta}{\alpha} \right) \quad (5)$$



Şekil 3: d ve θ 'ya göre V maskesi

Johnson ve Leone, Formül 5'teki β değerinin ihmal edilecek kadar küçük olması halinde

$$d = \frac{-2}{\delta^2} \ln \alpha \quad (6)$$

formülün kullanılmasını tavsiye etmişlerdir. (Ott ve Schilling, 1990: 188-189)

B. H ve k'ya göre V maskesi düzenleme

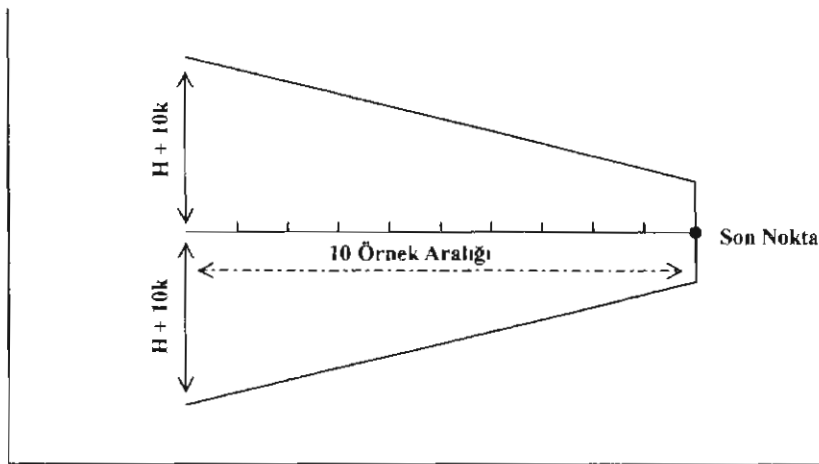
V maskesi H ve k parametreleri kullanılarak da düzenlenebilir. Bu düzenleme yapılırken üç değer bilindiği farz edilir. Bunlar, proses ortalaması veya proses için belirlenen hedef değer, belirlenen kayma miktarı (D) ve standart sapmadır. (Lucas, 1976: 4)

H, karar aralığını (V maskesinin kesildiği noktayı), k da referans değerini (V maskesinin eğimini) ifade eder. μ_0 gibi bir hedef değerden k referans değerinin sapması, proses seviyesini $\mu_0 + k$ gibi bir değere taşır. Bu da yaklaşık olarak $\beta = 0.5$ değerine eşittir. H karar aralığı, bir anlamda Shewhart kontrol grafiklerindeki kontrol sınırlarına karşı gelir. Bu değer, kontrol dışı sinyali veren ilk gözlem değeri için grafiğe yerleştirilen noktanın üzerinde k+H uzaklığında olmalıdır. (Ott ve Schilling, 1990: 189-190)

k ve H değerleri aşağıdaki formüller kullanılarak hesaplanabilir. Bu formüller Ewan tarafından aşağıdaki gibi düzenlenmiştir. (Ott ve Schilling, 1990: 189)

$$k = A \cdot \tan \theta \quad (7)$$

$$H = A \cdot d \cdot \tan \theta \quad (8)$$



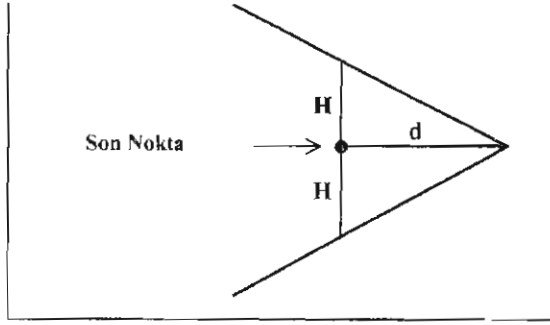
Şekil 4: H ve k'ya göre V maskesi

$$\tan\theta = k/A \quad (9)$$

$$d = H/k \quad (10)$$

C. *d ve H'a göre V maskesi düzenleme*

Uygulamada açı çizmekten kaçınılabilir. Böyle bir durumda, θ açısı yerine, H değeri ve d kullanılarak çizim yapılabilir. H değeri, Formül 8 ve d uzunluğu ise Formül 6 kullanılarak elde edilebilir.



Şekil 5: *d ve H'a göre V maskesi*

D. Doğru denklemleri yardımıyla V maskesi düzenleme

V maskesinin kollarını temsil eden doğru denklemleri bulunarak V maskesi oluşturulabilir. Bunun için son noktanın koordinatı, d uzunluğu ve $\tan\theta$ değeri bilinmelidir. Maskenin köşesinden geçen ve eğimi $\tan\theta$ ve $-\tan\theta$ olan doğruların grafikleri çizilir. Alt kolun eğimi $\tan\theta$, üst kolun eğimi ise $-\tan\theta$ 'dir. V maskesinin köşe koordinatı (x_0, y_0) 'dir. Burada x_0 , son noktanın örnek numarası; y_0 , son noktanın kümülatif toplam değeridir (n tane nokta varsa S_n olur). Bu durumda, eğimi (m) bilinen ve (x_0, y_0) noktasından geçen doğru denklemi ($y = m(x_0, y_0) + y_0$) kullanılarak V maskesinin kolları çizilebilir.

V maskesinin kolları, kontrol sınırlarıdır. Bu yüzden bu kollar için bulunan doğru denklemlerinde x yerine bir noktanın örnek numarası yazıldığında elde edilecek y değerleri, o örneğe ait alt ve üst sınırları temsil ederler. Her bir nokta için bu değerler bulunursa kümülatif toplamlar için alt ve üst kontrol sınırlarını gösteren bir tablo düzenlenebilir. (Kartal, 1999: 103-105)

VIII. CUSUM Kontrol Grafiğine Göre Proses Ortalamasının Tahmin Edilmesi

CUSUM kontrol grafiğinde bir noktanın kontrol durumunu ihlal ettiği belirlendikten sonra, söz konusu CUSUM grafiğinden yararlanarak yeni proses ortalaması tahmin edilebilir. CUSUM kontrol grafiğinde ortalama proses seviyesi, grafik üzerinde işaretlenmiş olan noktaların eğimi ile belirlenebilir. (Montgomery, 1991: 284)

CUSUM kontrol grafiğinde, gözlemlerden çok bu gözlemlerin T hedef değerinden sapmaları işaretlenir. T hedef değer, çoğu zaman kabul edilebilir proses seviyesi μ_0 'dır. (Ott ve Schilling, 1990: 190)

Proses, μ_0 gibi bir hedef değerde ürün üretirse eğim sıfıra eşit olur. Eğer j'inci gözlemden i'inci gözleme kadar olan dönemde sabit bir eğimle şüpheli bir durum mevcutsa bu döneme ait proses ortalaması aşağıdaki formül yardımıyla tahmin edilebilir.

$$\hat{\mu} = \mu_0 + \frac{S_i - S_j}{i - j} \quad (11)$$

Formülde, μ_0 , hedef değer (başlangıçtaki ortalama); S_i , son örneğe ait kümülatif toplam değeri; S_j , kontrol dışına çıkan örnekten bir önceki örneğe ait kümülatif toplam değeri; i, son gözlem değerinin numarası; j, S_j değerinin örnek numarası; $\hat{\mu}$, tahmini ortalamayı ifade eder. (Montgomery, 1991: 284)

IX.Uygulama

Bu kısımda, CUSUM kontrol grafikleri kullanılarak otomotiv sanayiine döküm parçaları üreten bir işletmede İPK uygulaması yapılacaktır.

A işletmesi, hem iç hem de dış pazardaki otomobil fabrikaları için motor blok kafaları, debriyaj merkezi silindirleri, transmisyon gövdeleri, dişli kutuları, fren kampanaları ve diskleri, volanlar, kam milleri, krank milleri, manifoldlar, diferansiyel kutuları, poryalar, planet taşıyıcı, aks kovanları ve aks dingilleri gibi muhtelif döküm parçaları üretmektedir.

Debriyaj merkezi şilindir parçasına sertlik derecesini ölçmek için 10 mm bilya çapı ve 3000 kg yük uygulanarak Brinell sertlik değerleri elde edilmiştir. İPK uygulamasında debriyaj merkezi silindir parçası üretim süreci, kırk gün boyunca izlenmiş günün tesadüfi olarak belirlenen saatlerinde onar mamul örneği alınarak bunların Brinell sertlik değerleri elde edilmiştir.

A. İşletme standartlarına göre CUSUM kontrol grafikleri

X işletmesinde üretilen debriyaj merkezi silindir parçasının Brinell sertlik değerlerine göre alt ve üst kontrol sınırları işletme tarafından AKS = 170 ve ÜKS = 229 olarak tespit edilmiştir. Bu verilere göre proses ortalaması ve standart sapma tespit edilebilir. Buna göre AKS ve ÜKS toplanıp ikiye bölündüğünde proses ortalaması,

$$\mu = \frac{AKS + \text{ÜKS}}{2} = \frac{170 + 229}{2} = 199.5$$

olarak hesaplanır. Proses standart sapması ise

$$\text{ÜKS} = \mu + 3\sigma \Rightarrow 229 = 199.5 + 3\sigma \Rightarrow \sigma = 9.8333$$

şeklinde elde edilir. İşletmenin debriyaj merkezi silindir parçasına ait sertlik değerleri için elde edilen bu standartlar kullanılarak düzenlenecek CUSUM kontrol grafiklerindeki kümülatif toplam değerleri Tablo 1'de gösterilmiştir.

Tablo 1'in birinci sütununda örnek numaraları, ikinci sütunda ise kırk gün boyunca kontrolü yapılan parçalara ait ortalama sertlik değerleri gösterilmiştir. Tablonun üçüncü sütununda, örnek ortalamaları ile hedef değer arasındaki sapmalar hesaplanıp gösterilmiştir. Hedef değer, proses ortalaması olarak alınmıştır. Dördüncü sütunda ise, üçüncü sütundaki sapmaların kümülatif toplamaları gösterilmiştir. Tablo 1'de hesaplanan değerler ortalamadan 0.5σ , 1σ ve 2σ 'lık ayrılışları tespit etmeye imkan veren V maskeli CUSUM kontrol grafiklerinin düzenlenmesinde kullanılacaktır.

Tablo 1: İşletme standartlarına göre hesaplanan CUSUM değerleri

No	\bar{X}	$(\bar{X} - 199.5)$	S_m	No	\bar{X}	$(\bar{X} - 199.5)$	S_m
1	199.0	-0.50	-0.50	21	205.8	6.3	-50.70
2	201.0	1.50	1.00	22	204.7	5.2	-45.50
3	194.2	-5.30	-4.30	23	192.5	-7.0	-52.50
4	204.2	4.70	0.40	24	198.9	-0.6	-53.10
5	195.4	-4.10	-3.70	25	202.0	2.5	-50.60
6	199.4	-0.10	-3.80	26	197.4	-2.1	-52.70
7	192.6	-6.90	-10.70	27	202.9	3.4	-49.30
8	189.2	-10.30	-21.00	28	191.2	-8.3	-57.60
9	194.1	-5.40	-26.40	29	183.5	-16.0	-73.60
10	196.7	-2.80	-29.20	30	190.3	-9.2	-82.80
11	197.1	-2.40	-31.60	31	199.2	-0.3	-83.10
12	197.5	-2.00	-33.60	32	194.8	-4.7	-87.80
13	200.5	1.00	-32.60	33	197.7	-1.8	-89.60
14	196.8	-2.70	-35.30	34	201.1	1.6	-88.00
15	199.9	0.40	-34.90	35	200.8	1.3	-86.70
16	195.3	-4.20	-39.10	36	189.8	-9.7	-96.40
17	189.3	-10.20	-49.30	37	198.1	-1.4	-97.80
18	195.0	-4.50	-53.80	38	202.5	3.0	-94.80
19	194.5	-5.00	-58.80	39	203.0	3.5	-91.30
20	201.3	1.80	-57.00	40	198.4	-1.1	-92.40

$\alpha = 0.01$ ve $\beta = 0.01$ hata seviyeleri kullanılarak sertlik değerleri için ortalamadan 0.5σ , 1σ ve 2σ 'lık ayrılışları tespit etmeye imkan veren V maskeli CUSUM kontrol grafikleri düzenlenecektir. Ayrıca grafiklerdeki V maskesinin çizimi için gerekli olan d uzunluğu ve θ açısının nasıl hesaplanacağı da açıklanacaktır.

1. 0.5σ 'lık ayrılışları tespit eden V maskeli CUSUM kontrol grafiği

Şekil 6'da işletmenin kullandığı standartlara göre debriyaj merkezi silindir parçasına ait sertlik değerleri için düzenlenmiş olan ortalamadan 0.5σ 'lık ayrılışları tespit etmeye imkan veren CUSUM kontrol grafiği görülmektedir. Burada ilk önce V maskesinin d uzunluğu ve θ açısı hesaplanacaktır. Daha önce proses ortalaması $\mu = 199.5$ ve standart sapma $\sigma = 9.8333$ olarak belirlenmişti. 0.5σ 'lık kaymayı tespit etmek istediğimiz için D değeri,

$$D = 0.5\sigma \Rightarrow D = 0.5(9.8333) \Rightarrow D = 4.91665$$

olur. V maskesinin tedarik uzunluğunu (d) hesaplamak için dağılımın standart hatasını ve δ değerini hesaplamak gerekir. Dağılımın standart hatası,

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{9.8333}{\sqrt{10}} \rightarrow \sigma_{\bar{x}} = 3.10956$$

olarak hesaplandıktan sonra, Formül 4 kullanılarak, δ değeri,

$$\delta = \frac{D}{\sigma_{\bar{x}}} = \frac{4.91665}{3.10956} \rightarrow \delta = 1.58114$$

olarak bulunur. d uzunluğunu hesaplamak için de Formül 6 kullanılabilir. Yukarıda hesaplanan değerler formüldeki yerlerine yazılırsa d uzunluğu,

$$d = \frac{-2}{\delta^2} \ln \alpha = \frac{-2}{(1.58114)^2} \ln 0.01 \rightarrow d = 3.68414$$

olarak elde edilir. d uzunluğu tespit edildikten sonra, V maskesinin çizilmesi için gereken θ açısı da aşağıdaki gibi hesaplanabilir. θ açısını hesaplariken, dik eksenin yatay eksene oranını gösteren A ölçek faktörünün tespit edilmesi gerekir. Uygulamalarda çoğu zaman A değerinin $2\sigma_{\bar{x}}$ alınması tercih edilmektedir. Buna göre A değeri,

$$A = 2\sigma_{\bar{x}} = 2(3.10956) \Rightarrow A = 6.21912$$

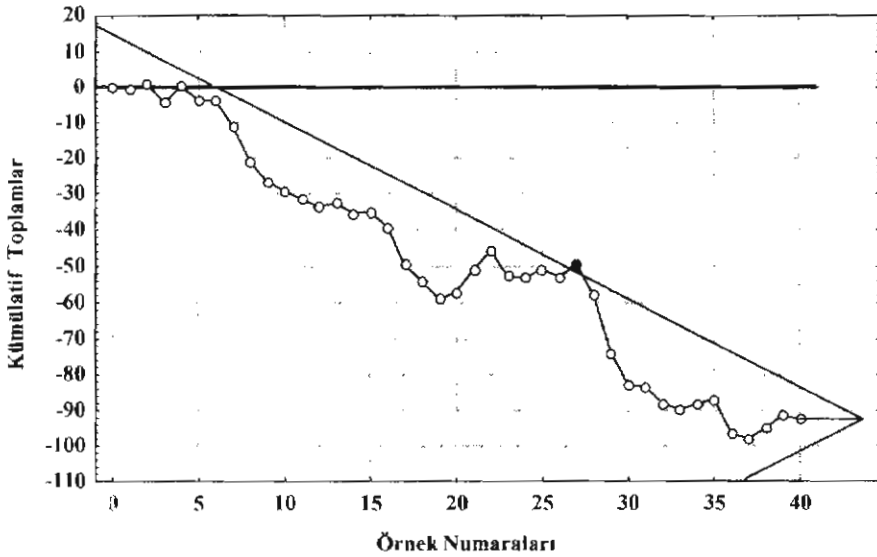
olarak bulunur. Böylece θ açısı Formül 3 kullanılarak

$$\tan \theta = \frac{D}{2A} = \frac{4.91665}{2(6.21912)} \Rightarrow \theta = 21.57^\circ$$

şeklinde hesaplanır. Böylece V maskesinin çizimi için gerekli parametreler hesaplanmış olunur. Buna göre kırkinci örnek numarasına V maskesinin yerleştirilmesi ile Şekil 6'daki CUSUM kontrol grafiği elde edilir.

Şekil 6 incelendiğinde CUSUM kontrol grafiğinin aşağı doğru, yani negatif yönde bir eğim gösterdiği görülmektedir. Bu durum proses ortalamasının değişmiş olabileceği sinyalini vermektedir. Negatif eğimden, proses ortalamasının giderek düştüğü anlaşılmaktadır.

Ayrıca V maskesi kırk numaralı örneğe yerleştirildiğinde, yirmi yedinci örnekte prosesin kontrol dışına çıktığı görülmektedir. Buna göre CUSUM kontrol grafiğinde negatif eğimin ortaya çıkması ve yirmi yedinci örneğin kontrol dışı sinyali vermesi; prosesin kontrolden çıkma eğilimi gösterdiği veya proses ortalamasının değişmiş olduğu anlamına gelmektedir.



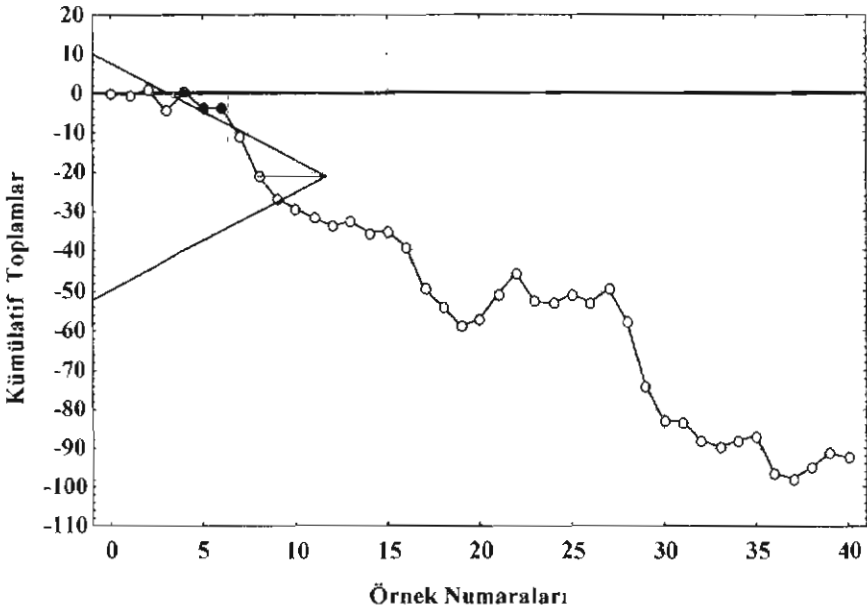
Şekil 6: 0.5σ 'lık ayrılışları tespit eden CUSUM kontrol grafiği

V maskesinin kırk numaralı örneğe yerleştirilmesi ile elde edilen ortalamadan 0.5σ 'lık ayrılışları tespit etmeye imkan veren CUSUM kontrol grafiği, proses ortalamasının değişmiş olduğunu gösterdiği halde hangi örnekte değiştiğini tam olarak göstermemiştir. Prosesin hangi örnekten itibaren kontrol dışına çıktığını veya hangi örnekten itibaren proses ortalamasının değiştiğini tam olarak anlamak için, V maskesinin ilk kontrol dışı sinyali veren örnek numarasına yerleştirilmesi ile elde edilen CUSUM kontrol grafiği düzenlenmiştir. Söz konusu grafik, Şekil 7'de gösterilmiştir.

Şekil 7 incelendiğinde, dört, beş ve altı numaralı örneklerin kontrol dışına çıktığı görülmektedir. Bu durum, prosesin dördüncü örnekten itibaren kontrol dışına çıktığı proses ortalamasının dördüncü örnekten itibaren değişmiş olduğunu göstermektedir.

2. 1σ 'lık ayrılışları tespit eden V maskeli CUSUM kontrol grafiği

Şekil 8'de işletmenin standartlarına göre sertlik değerleri için düzenlenmiş olan ortalamadan 1σ 'lık ayrılışları kontrol etmeye imkan veren V maskeli CUSUM kontrol grafiği görülmektedir. Önce V maskesinin parametreleri tespit edilecektir. 1σ 'lık kaymayı tespit etmek istediğimiz için D değeri,



Şekil 7: V maskesinin ilk kontrol dışı sinyali veren örneğe yerleştirilmesiyle elde edilen CUSUM kontrol grafiği (0.5σ 'lık ayrılış için)

$$D = 1\sigma = 1(9.8333) \Rightarrow D = 9.8333$$

olarak hesaplanır. Daha önce standart hata $\sigma_{\bar{x}} = 3.10956$ olarak hesaplandığından δ değeri,

$$\delta = \frac{D}{\sigma_{\bar{x}}} = \frac{9.8333}{3.10956} \rightarrow \delta = 3.16228$$

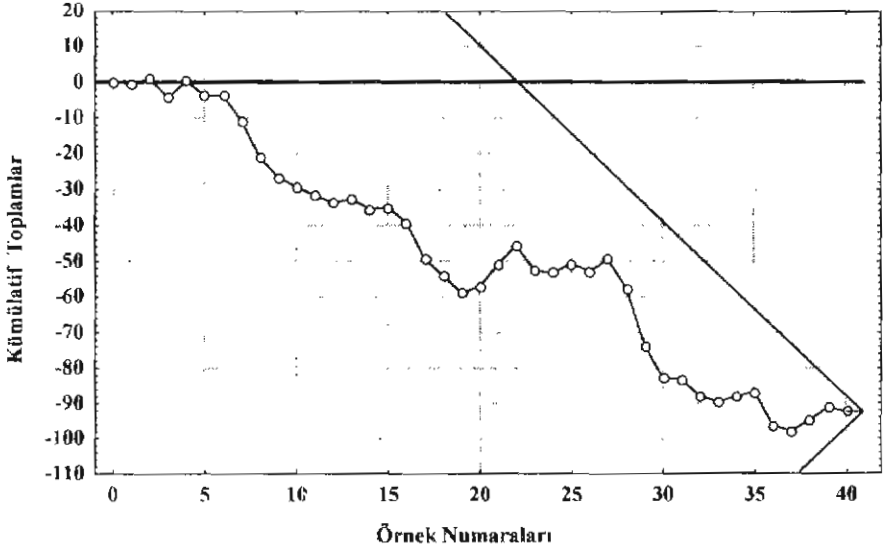
olarak hesaplanır. d uzunluğu,

$$d = \frac{-2}{\delta^2} \ln \alpha = \frac{-2}{(3.16228)^2} \ln 0.01 \Rightarrow d = 0.92103$$

şeklinde hesaplanır. A değeri 6.21912 olarak hesaplanmıştır. Buna göre θ açısı,

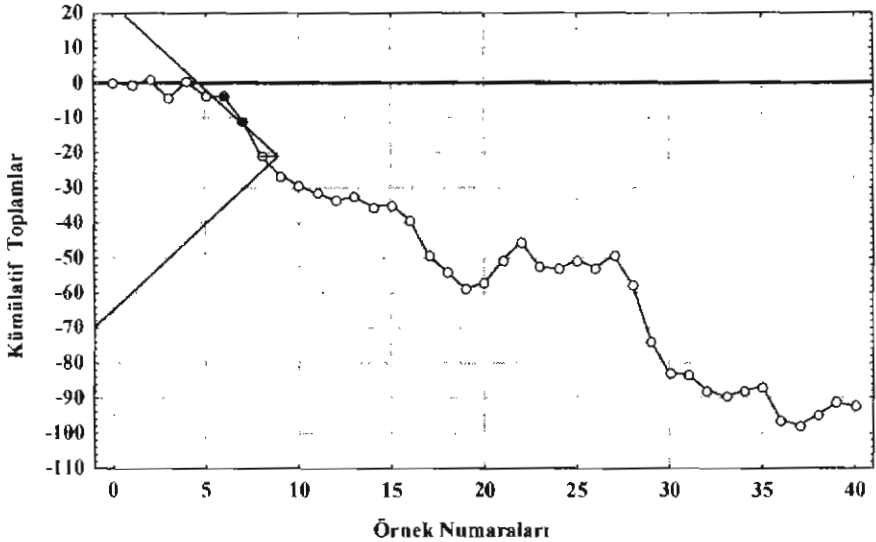
$$\tan \theta = \frac{D}{2A} = \frac{9.8333}{2(6.21912)} \Rightarrow \theta = 38.33^\circ$$

olarak bulunur. Hesaplanan d uzunluğu ve θ açısına göre düzenlenen V maskesi, kırkıncı örneğe yerleştirilerek Şekil 8'deki CUSUM kontrol grafiği elde edilir.



Şekil 8: 1σ 'lık ayrılışları tespit eden V maskeli CUSUM kontrol grafiği

Şekil 8 incelendiğinde hiçbir noktanın kontrol dışı sinyali vermediği, bütün noktaların V maskesinin kolları arasına düştüğü görülür. Bu durum prosesin kontrolde olduğunu gösterse de CUSUM kontrol grafiği, proses ortalamasında negatif yönde bir kaymanın olduğunu göstermektedir.



Şekil 9: V maskesinin ilk kontrol dışı sinyali veren örneğe yerleştirilmesiyle elde edilen CUSUM kontrol grafiği (1σ 'lık ayrılış için)

Şekil 8'deki kontrol grafiği, proses ortalamasında kaymanın hangi örnekten başladığını tam olarak gösterememektedir. Proses ortalamasındaki kaymayı daha net bir şekilde tespit etmek için Şekil 9'daki CUSUM kontrol grafiği düzenlenmiştir. Bu kontrol grafiğinde V maskesi ilk kontrol dışı sinyali veren örnek numarası üzerine yerleştirilmiştir.

Şekil 9 incelendiğinde, altıncı ve yedinci örneklerin V maskesinin kollarının dışına düştüğü görülür. Bu durum, prosesin altıncı örneğin alındığı zamandan itibaren kontrol dışına çıktığını göstermektedir.

3. 2σ 'lık ayrılışları tespit eden V maskeli CUSUM kontrol grafiği

Ortalamadan 2σ 'lık ayrılışları tespit etmek için, V maskesinin d uzunluğunu ve θ açısını hesaplamak yeterlidir. 2σ 'lık kaymaları tespit etmek istediğimiz için D değeri,

$$D = 2\sigma = 2(9.8333) \Rightarrow D = 19.6666$$

olarak hesaplanır. Standart hata $\sigma_{\bar{x}} = 3.10956$ olarak hesaplanmıştı. Buna göre δ değeri,

$$\delta = \frac{D}{\sigma_{\bar{x}}} = \frac{19.6666}{3.10956} \rightarrow \delta = 6.32456$$

olar. d uzunluğu ise,

$$d = \frac{-2}{\delta^2} \ln \alpha = \frac{-2}{(6.32456)^2} \ln 0.01 \Rightarrow d = 0.23026$$

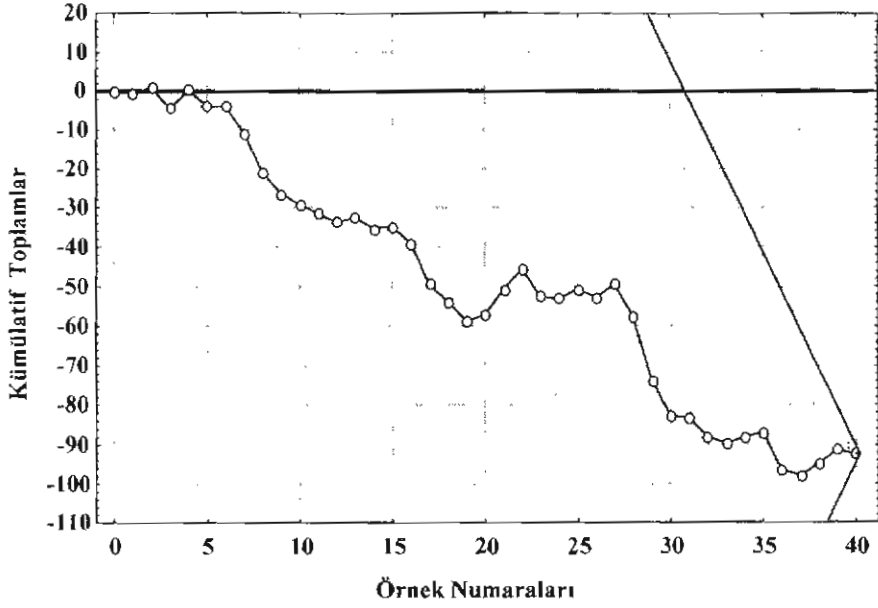
olarak tespit edilir. θ açısı,

$$\tan \theta = \frac{D}{2A} = \frac{19.6666}{2(6.21912)} \rightarrow \theta = 57.69^\circ$$

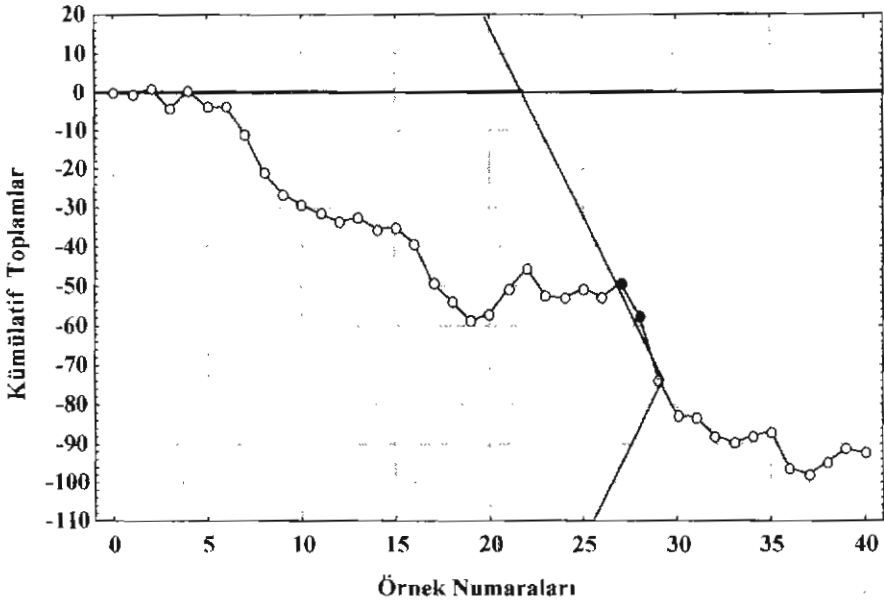
olarak elde edilir. Hesaplanan $d = 0.23026$ uzunluğu ve $\theta = 57.69^\circ$ açısına göre düzenlenen V maskesinin kırkinci örnek üzerine yerleştirilmesi ile elde edilen CUSUM kontrol grafiği Şekil 10'da görülmektedir.

CUSUM kontrol grafiği incelendiğinde, hiçbir noktanın V maskesinin kollarının dışına düşmediği görülür. Bu durum bize prosesin kontrol altında olduğunu göstermektedir. Ancak grafikte aşağı doğru yani negatif yönde bir kaymanın olduğu görülmektedir. Bu da bize proses ortalamasının değişmiş olabileceği fikrini vermektedir.

Proses ortalamasının hangi örnekten itibaren değişmiş olduğunu tespit etmek için Şekil 11'deki CUSUM kontrol grafiği düzenlenmiştir. Şekil 11'deki V maskesi, ilk kontrol dışı sinyali veren örnek numarası üzerine yerleştirilmiştir.



Şekil 10: 2σ 'lık ayrılışları tespit eden V maskeli CUSUM kontrol grafiği



Şekil 11: V maskesinin ilk kontrol dışı sinyali veren örneğe yerleştirilmesiyle elde edilen CUSUM kontrol grafiği (2σ 'lık ayrılış için)

Şekil 11'deki CUSUM kontrol grafiği incelendiğinde 27 ve 28 numaralı örneklerin kontrol dışı olduğu görülür. Bu durumda ortalamadan 2σ 'lık kaymaları incelediğimizde proses ortalamasının yirmi yedinci örnekte değişmiş olduğuna karar verilir.

B. Tahmin edilen standartlara göre CUSUM kontrol grafikleri

Bu kısımda A işletmesinde üretilen debriyaj merkezi parçasının sertlik değerleri için tahmin edilen proses standartları esas alınarak prosesin durumu CUSUM kontrol grafikleri yardımıyla incelenecektir.

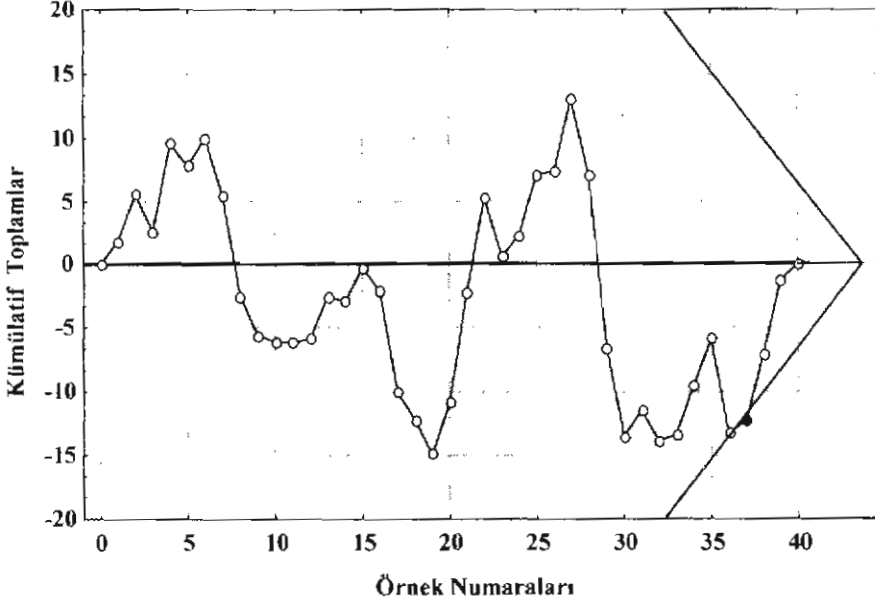
Tablo 2'deki değerler, ortalamadan 0.5σ , 1σ ve 2σ 'lık ayrılışları tespit etme imkanı veren CUSUM kontrol grafiklerinin düzenlenmesinde kullanılacaktır. Daha önceki bölümde, V maskesinin parametreleri olan d uzunluğu ve θ açısının nasıl hesaplandığı izah edildiğinden, bu parametrelerin nasıl hesaplandığı izah edilmeyecektir. Sadece CUSUM kontrol grafikleri düzenlenerek prosesin durumu ortaya konulacaktır.

Tablo 2: Tahmin edilen standartlara göre hesaplanan CUSUM değerleri

No	\bar{X}	$(\bar{X} - 197.19)$	S_m	No	\bar{X}	$(\bar{X} - 197.19)$	S_m
1	199.0	1.81	1.81	21	205.8	8.61	-2.19
2	201.0	3.81	5.62	22	204.7	7.51	5.32
3	194.2	-2.99	2.63	23	192.5	-4.69	0.63
4	204.2	7.01	9.64	24	198.9	1.71	2.34
5	195.4	-1.79	7.85	25	202.0	4.81	7.15
6	199.4	2.21	10.06	26	197.4	0.21	7.36
7	192.6	-4.59	5.47	27	202.9	5.71	13.07
8	189.2	-7.99	-2.52	28	191.2	-5.99	7.08
9	194.1	-3.09	-5.61	29	183.5	-13.69	-6.61
10	196.7	-0.49	-6.10	30	190.3	-6.89	-13.50
11	197.1	-0.09	-6.19	31	199.2	2.01	-11.49
12	197.5	0.31	-5.88	32	194.8	-2.39	-13.88
13	200.5	3.31	-2.57	33	197.7	0.51	-13.37
14	196.8	-0.39	-2.96	34	201.1	3.91	-9.46
15	199.9	2.71	-0.25	35	200.8	3.61	-5.85
16	195.3	-1.89	-2.14	36	189.8	-7.39	-13.24
17	189.3	-7.89	-10.03	37	198.1	0.91	-12.33
18	195.0	-2.19	-12.22	38	202.5	5.31	-7.02
19	194.5	-2.69	-14.91	39	203.0	5.81	-1.21
20	201.3	4.11	-10.80	40	198.4	1.21	0.00

1. 0.5σ 'lık ayrılışları tespit eden V maskeli CUSUM grafiği

Şekil 12'de tahmini proses ortalamasından 0.5σ 'lık ayrılışları tespit etmeyi sağlayan V maskeli CUSUM kontrol grafiği gösterilmiştir. Bu grafikteki V maskesi, son örnek olan kırkıncı örneğe yerleştirilmiştir. Şekil 12'deki CUSUM kontrol grafiği incelendiğinde sadece 36 numaralı örneğin kontrol dışına çıktığı görülmektedir. Bu durumda otuz altıncı örnekte proses ortalamasının değişmiş olabileceğine karar verilir.



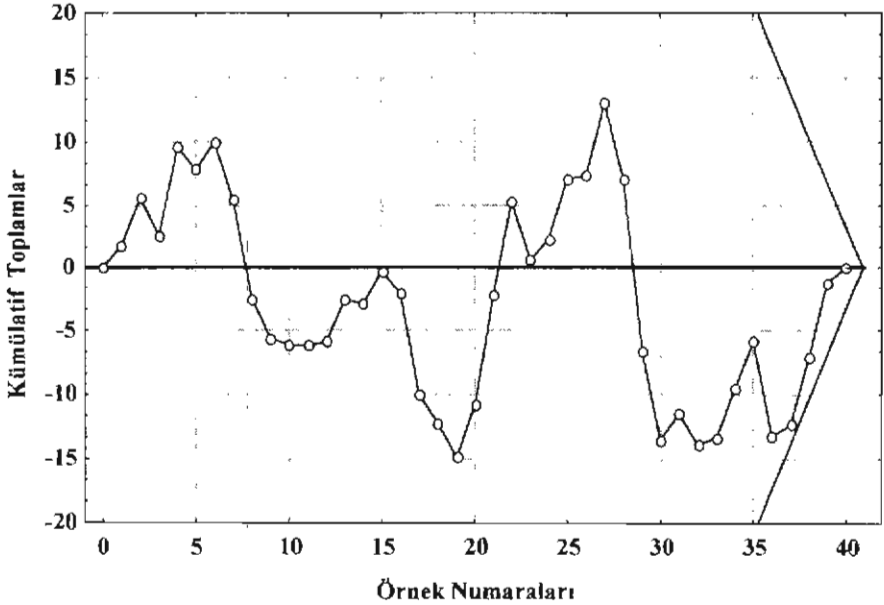
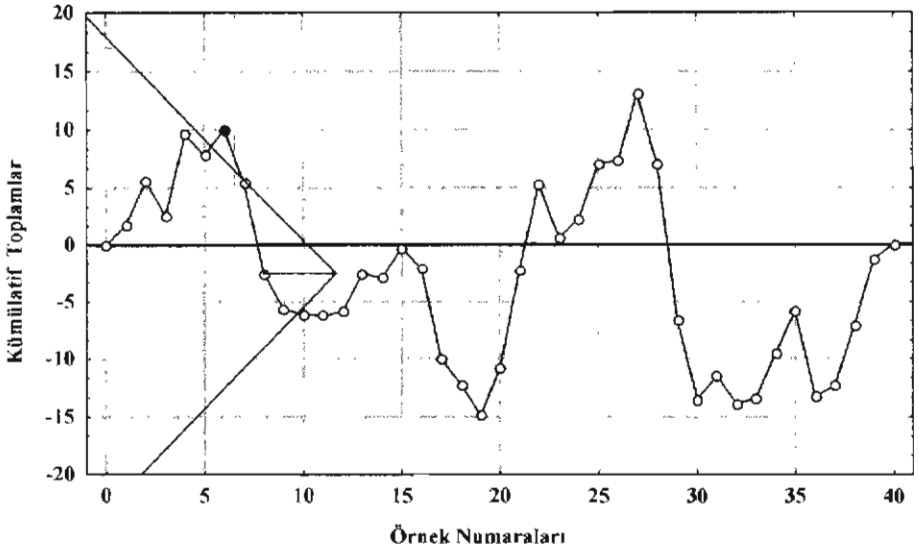
Şekil 12: Tahmin edilen standartlara göre ortalamadan 0.5σ 'lık ayrılışları tespit etmeyi sağlayan CUSUM kontrol grafiği

V maskesinin ilk kontrol dışı sinyali veren örnek numarası üzerine yerleştirilmesiyle Şekil 13'deki CUSUM kontrol grafiği elde edilmiştir.

Şekil 13'teki CUSUM kontrol grafiği incelendiğinde 6 numaralı örneğin kontrol dışı sinyali verdiği görülmektedir.

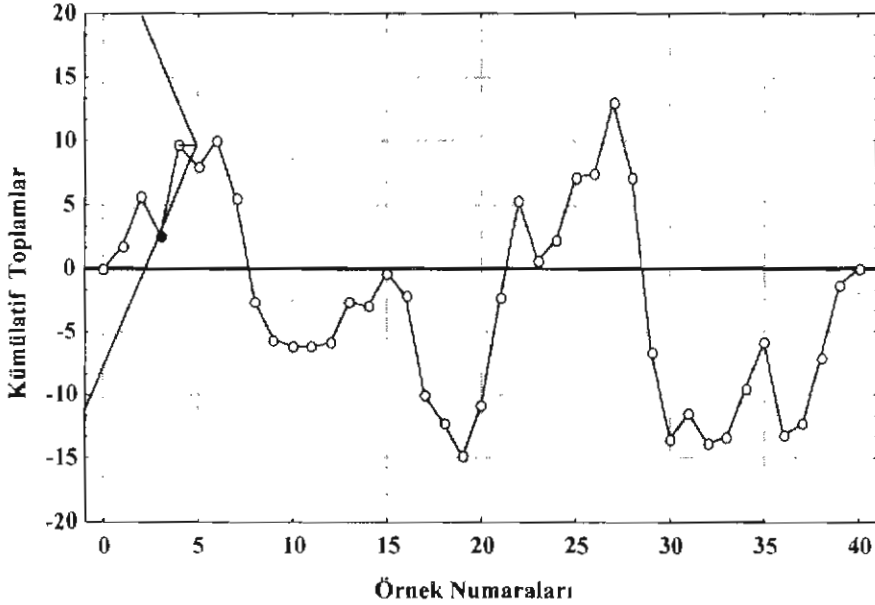
2. 1σ 'lık ayrılışları tespit eden V maskeli CUSUM grafiği

Şekil 14'te tahmini proses ortalamasından 1σ 'lık ayrılışları tespit etmeyi sağlayan V maskeli CUSUM kontrol grafiği gösterilmiştir. Bu grafikteki V maskesi, son örnek olan kırkıncı örneğe yerleştirilmiştir.



Şekil 14'teki CUSUM kontrol grafiği incelendiğinde gözlem değerlerinin tamamının V maskesinin kollarının arasına düştüğü görülür. Bu durumda prosesin kontrol altında olduğu kabul edilir.

V maskesinin ilk kontrol dışı sinyali veren örnek numarası üzerine yerleştirilmesiyle prosesin durumu daha net bir şekilde görülebilir. Bu amaçla düzenlenen CUSUM kontrol grafiği Şekil 15'te görülmektedir.



Şekil 15: V maskesinin ilk kontrol dışı sinyali veren örneğe yerleştirilmesiyle elde edilen CUSUM kontrol grafiği (1σ'lık ayrılış için)

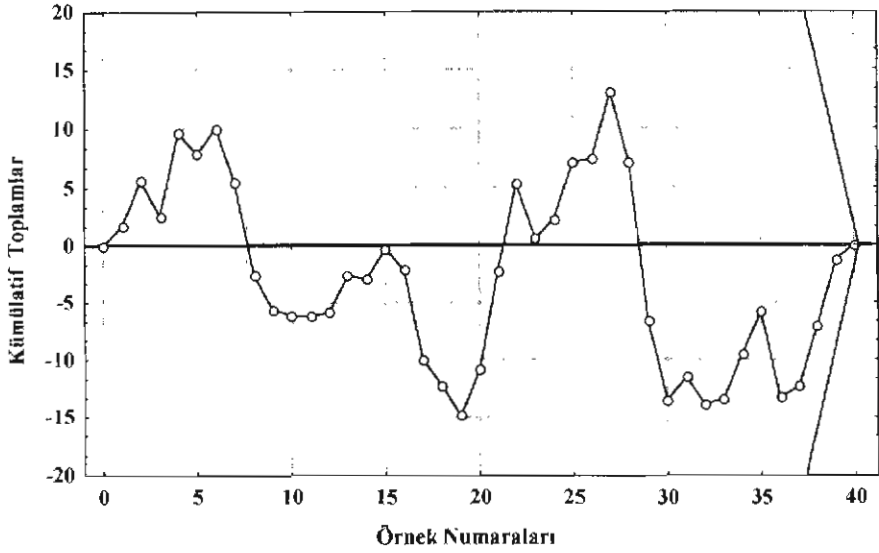
Şekil 15'teki CUSUM kontrol grafiği 3 numaralı örneğin alınması zamanında prosesin kontrol dışına çıktığını göstermektedir.

3. 2σ'lık ayrılışları tespit eden V maskeli CUSUM grafiği

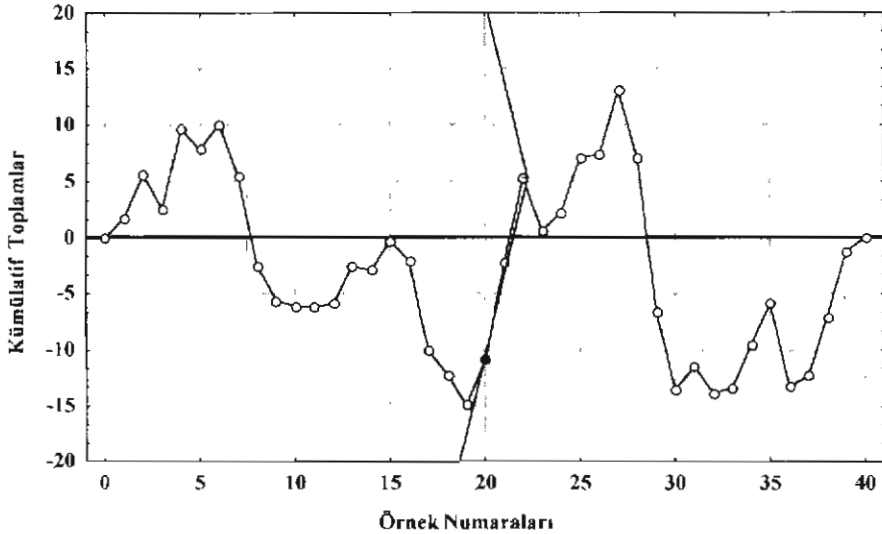
Şekil 16'da tahmini proses ortalamasından 2σ'lık ayrılışları tespit etmeyi sağlayan V maskeli CUSUM kontrol grafiği gösterilmiştir. Bu grafikteki V maskesi, son örnek olan kırkıncı örneğe yerleştirilmiştir.

Şekil 16'daki CUSUM kontrol grafiğinde hiçbir örnek değeri V maskesinin kollarının dışına düşmemiştir. Bu durum bize prosesin kontrol altında olduğunu göstermektedir.

V maskesinin ilk kontrol dışı sinyali veren örnek numarası üzerine yerleştirilmesiyle prosesin durumu daha net bir şekilde görülebilir. Bu amaçla düzenlenen CUSUM kontrol grafiği Şekil 17'de gösterilmiştir.



Şekil 16: Tahmin edilen standartlara göre ortalamadan 2σ 'lık ayrılışları tespit etmeyi sağlayan CUSUM kontrol grafiği



Şekil 17: V maskesinin ilk kontrol dışı sinyali veren örneğe yerleştirilmesiyle elde edilen CUSUM kontrol grafiği (2σ 'lık ayrılış için)

Şekil 17'deki CUSUM kontrol grafiği, 20 numaralı örneğin alınması zamanında prosesin kontrol dışına çıktığını göstermektedir.

X. Sonuç

A işletmesinin kabul ettiği standartlara göre işletmede üretilen debriyaj merkezi silindir parçalarının sertlik değerleri CUSUM kontrol grafikleri ile izlenmiş ve proses ortalamasında bir değişimin olduğu gözlenmiştir. Ortalamadan 0.5σ , 1σ ve 2σ 'lık kaymalar için düzenlenen CUSUM kontrol grafikleri, proses ortalamasında aşağı doğru negatif yönde kaymanın olduğunu göstermektedir.

V maskesi en son örneğe yerleştirildiğinde, 0.5σ 'lık kayma için düzenlenen CUSUM kontrol grafiği hariç diğer grafikler, prosesin kontrol altında olduğunu göstermiştir. 0.5σ 'lık kayma için düzenlenen grafik incelendiğinde sadece yirmi yedinci örneğin alınması zamanında prosesin kontrol dışında olduğu görülmüştür. Bu nedenle prosesin durumunun daha iyi bir şekilde görülmesi için V maskesinin kontrol dışı olma sinyali veren ilk örneğe uygulanması gerekir. Proses ortalamasındaki 0.5σ 'lık kaymayı belirleyen CUSUM grafikleri, 4, 5 ve 6 numaralı örneklerin alınması zamanında prosesin kontrol altında olmadığını göstermektedir. Proses ortalamasındaki 1σ 'lık kaymayı belirleyen CUSUM grafikleri, 6 ve 7 numaralı örneklerin alınması zamanında prosesin kontrol altında olmadığını göstermektedir. Proses ortalamasındaki 2σ 'lık kaymayı belirleyen CUSUM grafikleri, 27 ve 28 numaralı örneklerin alınması zamanında prosesin kontrol altında olmadığını göstermektedir. Bu örnek numaralarına göre yeni proses ortalamaları tespit edilmelidir.

Ortalamadan 0.5σ 'lık kayma incelendiğinde V maskesinin sekiz numaralı örnek üzerine yerleştirilmesiyle ilk olarak dört numaralı örnekte proseste bir değişim olduğu tespit edilmişti. $S_3 = S_4 = 0.40$, $S_7 = S_8 = -21.00$ ve $\mu_0 = 199.5$ değerleri Formül 11'de yerine yazılırsa yeni proses ortalaması,

$$\hat{\mu} = \mu_0 + \frac{S_i - S_j}{i - j} = 199.5 + \frac{(-21.00) - (0.40)}{8 - 4} \Rightarrow \hat{\mu} = 194.15$$

olur. Ortalamadan 1σ 'lık kayma incelendiğinde, V maskesinin sekizinci örnek numarası üzerine yerleştirilmesiyle ilk olarak 6 numaralı örnekte proseste bir değişimin olduğu tespit edilmişti. $S_6 = -3.80$ ve $S_8 = -21.00$ değerlerine göre yeni proses ortalaması,

$$\hat{\mu} = \mu_0 + \frac{S_i - S_j}{i - j} = 199.5 + \frac{(-21.00) - (-3.80)}{8 - 6} \Rightarrow \hat{\mu} = 190.9$$

olarak hesaplanır. 2σ 'lık kaymalar incelendiğinde, 27 numaralı örneğin alınması zamanında proseste bir değişimin olduğu tespit edilmiştir. Yirmi yedinci örneğin kümülatif toplam değeri $S_{27} = -49.30$ ve yirmi dokuzuncu örneğin kümülatif toplam değeri, $S_{29} = -73.60$ 'tır. Bu değerlere göre yeni proses ortalaması,

$$\hat{\mu} = \mu_0 + \frac{S_i - S_j}{i - j} = 199.5 + \frac{(-73.60) - (-49.30)}{29 - 27} \Rightarrow \hat{\mu} = 187.35$$

olur. Hesaplanan yeni proses ortalamaları incelendiğinde debriyaj merkezi silindirik parçasına ait sertlik değerlerinin gittikçe düştüğü anlaşılmıştır. Bu nedenle A işletmesinin debriyaj merkezi silindirik parçalarının sertlik değerleri için standartlar yeniden belirlenmelidir.

Summary: In this study, "CUSUM Control Charts" that have found application area in Turkey in the last years have been described and a statistical process control (SPC) has been conducted by using the considered charts in an organization producing enumeration fragments for the automotive industry. For this aim, historical improvement of CUSUM control charts is explained shortly and advantages and disadvantages that those charts provide are mentioned. Later, one sided and V masked quantitative CUSUM control charts are clarified. In the applicational part of the study, a SPC application is conducted with CUSUM control charts by using the severity value of clutch pedal central cylinder fragment. According to the standards that the factory uses, it is seen that the process is not under control. Since we reach to the conclusion that the process can not provide these standards, new standards are determined and offered to the factory. Lastly SPC study is carried with the estimated standards.

Kaynaklar

- Banks, J. (1989), **Principles of Quality Control**, John Wiley and Sons Inc., Canada.
- Duncan, A. J. (1965), **Quality Control and Industrial Statistics**, 3.Baskı, Richard D. Irwin Inc.
- Kartal, M. (1999), **İstatistiksel Kalite Kontrolü**, Şafak Yayınevi, Erzurum.
- Lester, R.H.-Enrick, N. L. (1992), **Quality Control for Profit**, 3.Baskı, Marcel Dekker Inc., New York.
- Lucas, J. M. (1976), "The Design and Use of V-Mask Control Schemes," *Journal of Quality Technology*, Cilt:8, No:1.
- Lucas, J. M. (1985), "Cumulative Sum (CUSUM) Control Schemes," *Communications in Statistics: Theory and Method*. Cilt: 14, No:11.
- Messina, W. S. (1987), **Statistical Quality Control for Manufacturing Managers**, John Wiley and Sons Inc.
- Mitra, A. (1993), **Fundamentals of Quality Control and Improvement**, Macmillan Publishing.
- Montgomery, D. C. (1991), **Introduction to Statistical Quality Control**, 2. Baskı, John Wiley and Sons. Inc.
- Murdoch, J. (1979), **Control Charts**, Macmillan Press Ltd.
- Ott, E. R.- Schilling, E. G. (1990), **Process Quality Control**, 2.Baskı, McGraw Hill Publishing Company.
- Ryan, T. P. (1989), **Statistical Methods For Quality Improvement**, John Wiley and Sons Inc., New York.
- W. D. Ewan, (1963), "When and How to Use CUSUM Charts," *Technometrics*, Cilt:5, No:1.
- Wadsworth, H. M.- Stephens, K. S.-Godfrey, A. B. (1986), **Modern Methods for Quality Control and Improvement**, John Wiley and Sons. Inc.
- Woodward, R. H. - Goldsmith, P. L. (1964), **Cumulative Sum Techniques: Monograph**, No:3, Oliver and Boyd Ltd., Edinburgh.