

Dikdörtgenler Prizması İçerisindeki Akışkanın Yüzey Gerilim Hareketleri ve Doğal Konveksiyon Hareketlerinin İncelenmesi

Ramazan Selver^{1,*}, Ela Katı¹

¹Süleyman Demirel Üniversitesi, Mühendislik-Mimarlık Fakültesi, Makine Mühendisliği Bölümü, Batı Kampüsü, 32260, Isparta, TÜRKİYE

* yazışılan yazar e-posta: rselver@mmf.sdu.edu.tr

Alınış: 09 Nisan 2009, Kabul: 05 Nisan 2010

Özet: Çalışmamızda, karşılıklı iki dikey duvarı soğutulmuş, diğer duvarları ve tabanı yalıtılmış olan dikdörtgenler prizması şeklindeki konfigürasyon içerisindeki yüksek Prandtl sayısına sahip (viskozitesi 5 cSt olan silikon yağı) akışkanın farklı yerçekimi vektörü değerlerinde (mikro (μg) ve normal (1g) yerçekimi vektörü) kararlı haldeki yüzey gerilim hareketleri ve bu yüzey gerilim hareketleri üzerine tesir eden doğal konveksiyon hareketleri Fluent Programı yardımıyla nümerik olarak 2 boyutlu incelenmiş ve karşılaştırılmıştır.

Anahtar kelimeler: Yüzey gerilimli konveksiyon, doğal konveksiyon, Fluent programı, dikdörtgenler prizması, akım çizgileri, normal ve mikro yerçekimi vektörü.

Investigation of Thermocapillary and Natural Convection Flow in Rectangular Container

Abstract: In our study, steady state combined thermocapillary and natural convection flow in high Prandtl number fluid (5 cSt silicone oil) configuration under various gravity level (microgravity (μg) and normal gravity (1g)) effects have been investigated numerically 2-D by Fluent CFD program.

Key words: Thermocapillary convection, natural convection, Fluent program, rectangular container, streamlines, microgravity (μg), normal gravity (1g)

1. Giriş

İnsanoğlu varoluşundan bu yana birçok önemli buluş yapmış ve bunları zaman içerisinde geliştirerek bilim tarihine her geçen gün yeni katkılarda bulunmuştur. Yarı-iletken malzemelerin üretimi, insanlık tarihinin en önemli buluşlarından biri olmuştur. 18. yüzyılın ilk çeyreğinde sadece iletkenler ve yalıtkanlar sınıflandırması yapılmaktayken, Michael Faraday bundan bir yüzyıl sonra yeni bir malzeme sınıfı tanımlayarak, bu sınıfa “Yarı-iletken Malzeme” adını vermiştir.

Yarı iletkenler; akım kontrolünü aktif çalışma ile sağlayan transistör ve entegre devre gibi elektronik malzemelerin imalindeki ana maddeyi teşkil ederler. Transistör ve entegre devre gibi elektronik malzemeler bilgisayarların, televizyonların, videoların, saatlerin, kameraların, hesap makinelerinin, otomobillerin, uçakların, robotların, uzay araçlarının ve günümüzde kullanılan tüm haberleşme sistemlerinin kalbini oluşturmaktadır. Görüldüğü gibi transistörler, elektroniğin her alanında kullanıldığı için teknolojinin en değerli parçalarından biridir. Bu nedenle transistorun icadı modern yarı iletken ve elektronik teknolojisinin doğumu olarak kabul edilebilir [1].

Başlangıçta bilgisayar teknolojileri alanındaki ilk uygulama, kısa adı TRADIC adı verilen (TRAnsistor-DIgital-Computer) ve üzerinde 800 adet transistör ve 11.000 adet germanyum diyodu bulunduran dev boyutlardaki hesap makinesidir [2]. Günümüzde ise yarı iletken ve difüzyon tekniklerinde teori ve pratiğin beraber gelişmesi sonucunda çok güçlü transistörlerle birlikte küçük-ölçüde, orta-ölçekte ve yoğun-ölçekte entegre devreler imâl edilmiş, hatta bu sahaların da üzerine çıkılıp çok yoğun ve süper yoğun ölçekli entegre devrelerle bir bilgisayarın bütün elektronik devresi tek bir çip içinde imâl edilebilir hale gelmiştir. Buna paralel olarak da, başlangıçta dev boyutlarda üretilen bilgisayarlar yerini küçük hacimlere sahip bilgisayarlara bırakmış, aynı zamanda kullanım kolaylığı ve cihaz ömürlerinde artma (sınırsızlık) sağlanmıştır. Günümüzde teknolojinin bu denli gelişimi, yarı-iletkenler olmadan modern bir dünya düşünülemez fikrini ortaya koymuştur. Bu nedenle yarı-iletken malzemelerdeki teknolojik gelişmeler birçok araştırmacının ilgi odağı olmuştur. Buna bağlı olarak son yıllarda yarı iletken malzemelerin temeli olan kristallerin kalitesinin artırılması için ileri teknolojiler sunulmaya başlanmış ve bu ileri teknolojiler için değişik teknikler geliştirilmiştir.

Günümüzde yarı iletken malzemelerin üretiminin temelini oluşturan kristallerin kalitesinin artırılması için yapılan çalışmalarda en önemli nokta kristallerin büyümesi (gelişmesi) sürecinde etkili olan Transport Fenomeneleridir (ısı ve kütle alışverişi). Transport Fenomeneler; cebri konveksiyon, doğal konveksiyon ve yüzey gerilimli konveksiyon gibi hareketlerle gerçekleşmektedir. Yeryüzünde her zaman ve her yerde doğal konveksiyon hareketleri var olacaktır. Dolayısıyla, yüzey gerilim hareketi yapan konveksiyon içerisinde doğal konveksiyon kendini gösterecektir. Bu güne kadar birçok araştırmacının yapmış olduğu çalışmalardan da görüldüğü gibi yüzey gerilim konveksiyon hareketi ile elde edilen kristal yapı, yarı-iletken malzemeler için ihtiyaç duyulan en iyi kristal yapıdır. Doğal konveksiyon hareketi; sıcaklık farklılıklarından ortaya çıkan yoğunluk farklılıklarıyla oluşmaktadır. Yoğunluk, yer çekimi vektörü doğrultusuna paralel ve yer çekimi vektörüyle aynı yönlü olacak şekilde artarak değişmektedir. Doğal konveksiyon hareketi; yüzey gerilim konveksiyon hareketi yapan akışkan ile birlikte hareket ederek, yüzey gerilim konveksiyon hareketi ile oluşturulacak olan kristalin kalitesine zarar vermektedir. Bu zararlı etki nedeniyle, nanoteknolojide ve ileri teknolojik endüstri malzemelerinde ihtiyaç duyulan yüksek kaliteli kristallerin üretilmesinde yerçekimi ivmesinin sıfıra yakın olması veya hiç olmaması gerekmektedir. Bu durum uzay çalışmalarının ortaya çıkmasına neden olmuştur. Burada $g \cong 0 \text{ m/s}^2$ şartları sağlanarak, g yerçekimi ivmesinin doğal konveksiyondaki zararlı etkisinin azaltılması üzerine çalışılmaktadır. Doğal konveksiyonun etkisi altında kalan akışkanlar yoğunluk farkından dolayı batmazlığı (buoyancy) meydana getirmektedir. Bahsedilen batmazlık etkisi düşük yerçekimi ivmesi değerlerine sahip ortamda önlenirken, akışkanın yüzey gerilimlerinden meydana gelen akışkan hareketinin önemi artmaktadır. Akışkandaki yüzey gerilim hareketi sıcaklığın bir fonksiyonudur. Akışkan-hava ortak yüzeyi üzerindeki sıcaklık gradyanı, viskozite gradyanını oluşturur. Bu viskozite gradyanı yüzey gerilim gradyanını meydana getirir. Daha önceki analitik, teorik ve deneysel çalışmalarda, yüzey gerilimli akış olarak adlandırılan akışkan hareketinin, özellikle akışkanın sıcaklık farkının bir taraftan diğer tarafa doğru artırılması ile meydana geldiği görülmüştür. Sıcaklık arttıkça akışkanın viskozite değeri azalmaktadır. Böylece akışkan-hava ortak yüzeyi boyunca gerçekleşen sıcaklık gradyanı bölgesel olarak değişeceğinden, akışkanın viskozite gradyanının de bölgesel olarak değişmesine neden olacaktır. Akışkanın viskozite gradyanının bölgesel değişmesi ile

akışkan yüzeyindeki yüzey gerilim kuvveti de bölgesel olarak değişecektir. Bölgesel olarak değişen yüzey gerilim kuvveti, sıcak bölgeden soğuk bölgeye doğru çekilmiş olacaktır. Böylece sıcaklık farkı var olduğu sürece, akışkan-hava ortak yüzeyi boyunca gerçekleşen akış hareketi, ortak yüzeyi tamamladıktan sonra hacimsel olarak transport fenomenelerinin (ısı ve kütle alışverişi) etkisi ile akışkanın sürekliliğini sağlamış olacaktır.

Kararlı haldeki yüzey gerilimli akış hareketi, ilk olarak 70'li yıllarda Ostrach [3,4] tarafından analitik olarak, değişik şartlar altında incelenmiştir. Ostrach [3,4], hem sıcaklık hem de viskozite gradyanlarının her ikisinin de birbirleri ile bağıntılı olarak bir arada bulunduğu durumlar için kompleks olan yüzey gerilimli akış alanını tanımlamak amacıyla, önemli boyutsuz parametreleri kullanmış ve diğer araştırmacılara da bu parametrelerin kullanılmasını önermiştir.

Chun ve Wuest [5] ayrıca Schwabe vd. [6] yarım yüzen bölge konfigürasyonu kullanılarak oluşturulan yüzey gerilim hareketlerinde oluşan sıcaklık ve hız alanlarını incelemişlerdir. Yüzey gerilimli akışın önemli bir özelliği olan kararlı (steady state) yüzey gerilimli akıştan, periyodik osilasyonlu yüzey gerilimli akışa geçiş deneysel olarak incelenmiştir. Akışkan ile temas halinde bulunan sıcak duvarın yüzey sıcaklığı ile soğuk duvarın yüzey sıcaklığı arasındaki fark belirli bir değeri geçtikten sonra, akışkanın kararlı yüzey gerilimli akıştan, periyodik osilasyonlu yüzey gerilimli akışa geçtiği gözlemlenmiştir. Akışkanın kararlı yüzey gerilimli akıştan, periyodik osilasyonlu yüzey gerilimli akışa tam olarak geçtiği noktadaki sıcaklık farkı ise kritik sıcaklık farkı (ΔT_{kr}) olarak tanımlanmıştır.

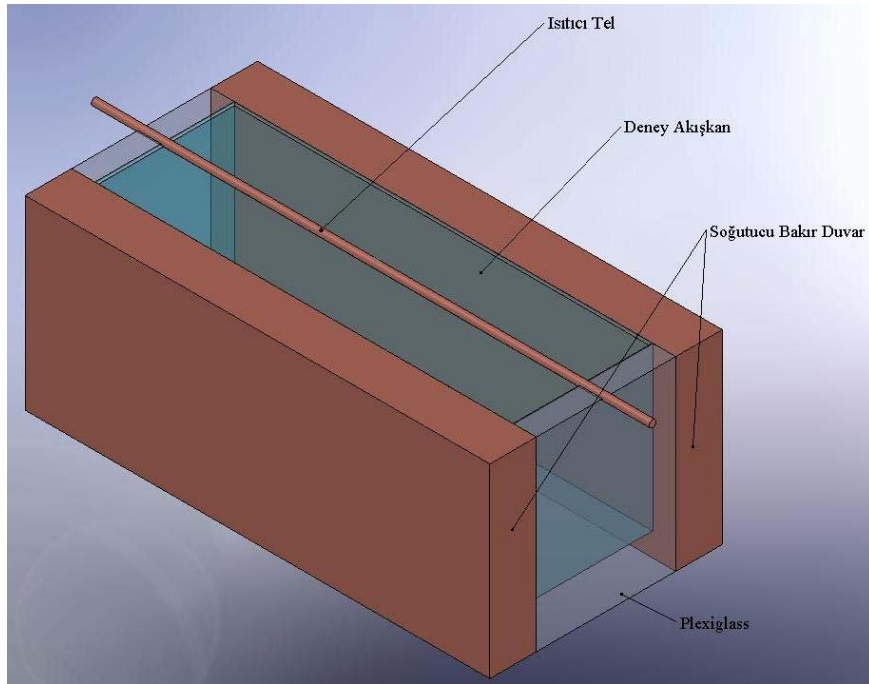
Günümüze kadar farklı konfigürasyonlar altında yüzey gerilim hareketleri ile ilgili değişik deneysel çalışmalar gerçekleştirilmiş ve farklı sonuçlar elde edilmiştir. Yüzey gerilim hareketi yapan akışkanın hareketi esnasında sadece yüzey gerilim hareketinin gerçekleşmediği, aynı zamanda yerçekimi vektörünün meydana getirdiği batmazlık (buoyancy) etkisinin de akışkan hareketine tesir ettiği ortaya konulmuştur. Ostrach [7] çalışmasında, düşük yerçekimine sahip olan ortamlardaki yüzey gerilimli akış hareketlerini ele alarak, yerçekimi vektörünün batmazlık hareketindeki etkisini ana başlıklar altında incelemiş ve uzay çalışmalarının önemini dile getirmiştir. Dolayısıyla, bu güne kadar farklı zamanlarda toplam olarak iki defa USML uzay laboratuvarında, yerçekimi vektörünün yüzey gerilim hareketine etkisini incelemek amacı ile deneyler gerçekleştirilmiştir. Bu çalışmalar literatürde yapılan tüm çalışmalar için önemli birer kaynak niteliğini taşımakla beraber uzay çalışmalarına da yol çizmiştir.

Preisser vd. [8] akışkanın farklı boyutsal oranları ile farklı akışkanlar kullanarak osilasyonlu yüzey gerilim hareketlerinin olduğu durumları incelemişlerdir. Bu incelemede, ortak bir parametrenin Marangoni sayısı (Ma) olduğunu ortaya koymuşlardır. Kritik sıcaklık farkından meydana gelen kritik Marangoni sayısı, yüzey gerilim hareketi yapan akışkanın kararlı yüzey gerilimli akıştan, periyodik osilasyonlu yüzey gerilimli akışa tam olarak geçtiği nokta olarak tanımlanmıştır.

Kamotani vd. [9,10] deneysel olarak yapmış oldukları çalışmada, yüzey gerilim hareketi yapan akışkanın, kararlı yüzey gerilimli akıştan periyodik osilasyonlu yüzey gerilimli akışa tam olarak geçtiği nokta olarak tanımlanan kritik Marangoni sayısının tek başına

yeterli olmadığını göstermişlerdir. Hareketi kontrol eden başka bir faktörün var olduğunu ve bu faktörün de, akışkanın serbest yüzeyinin akış halinde şekil değiştirmesi olabileceğini ortaya koymuşlardır. Yüzey gerilim hareketi yapan akışkanda, sıcaklık ve hız alanlarının, akışkanın serbest yüzeyinin şekil değiştirmesi hareketini etkileyerek osilasyonun başlamasına sebep olduğunu ortaya koymuşlardır. Yapmış oldukları bir diğer çalışmada ise [11] dikdörtgenler prizması konfigürasyonunu kullanarak, dikdörtgen kap içerisindeki akışkanın yüzey gerilim konveksiyon hareketleri ile birlikte doğal konveksiyon hareketlerini içeren nümerik olarak kararlı ve deneysel olarak hem kararlı hem de osilasyonlu konveksiyon hareketlerinden hız ve sıcaklık alanlarını ve bunların profilleri ile birlikte akışkanın akım hatlarını incelemişlerdir.

Daha önce yaptığımız bir çalışmada [12] doğal konveksiyonun zararlı etkilerini minimize etmek amacıyla ısıtıcı yüzeyin üst tarafta soğutucu yüzeyin alt tarafta bulunduğu yarım yüzen bölge konfigürasyonu kullanarak, farklı soğuk duvar sıcaklık değerlerinde, farklı boyutsal oran değerlerindeki kararlı yüzey gerilim konveksiyon hareketinden osilasyonlu yüzey gerilim konveksiyon hareketine geçiş noktası olan kritik Marangoni sayısının değerleri araştırılmıştır.

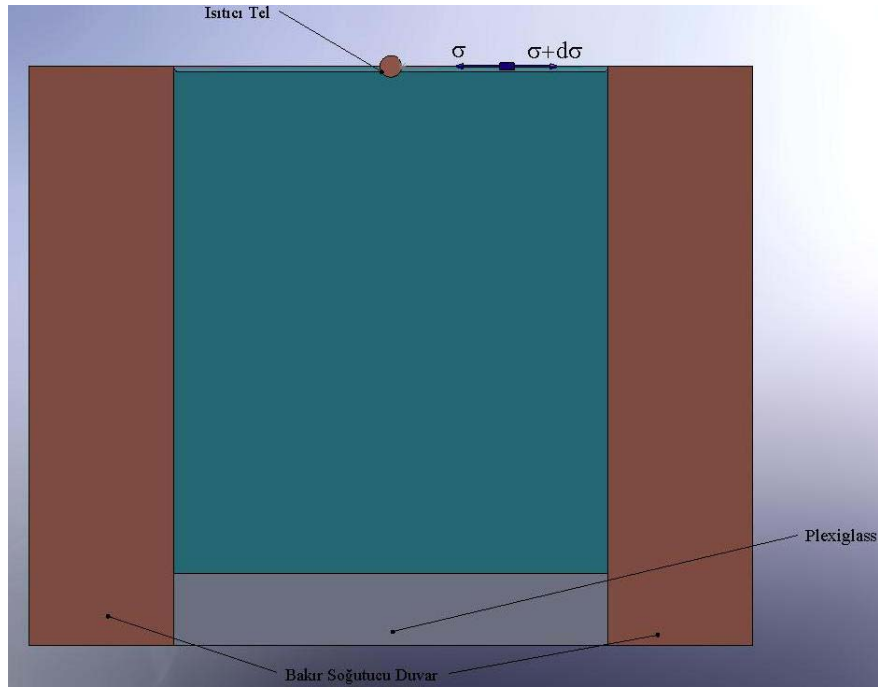


Şekil 1. Dikdörtgenler prizması konfigürasyonunun şematik gösterilişi.

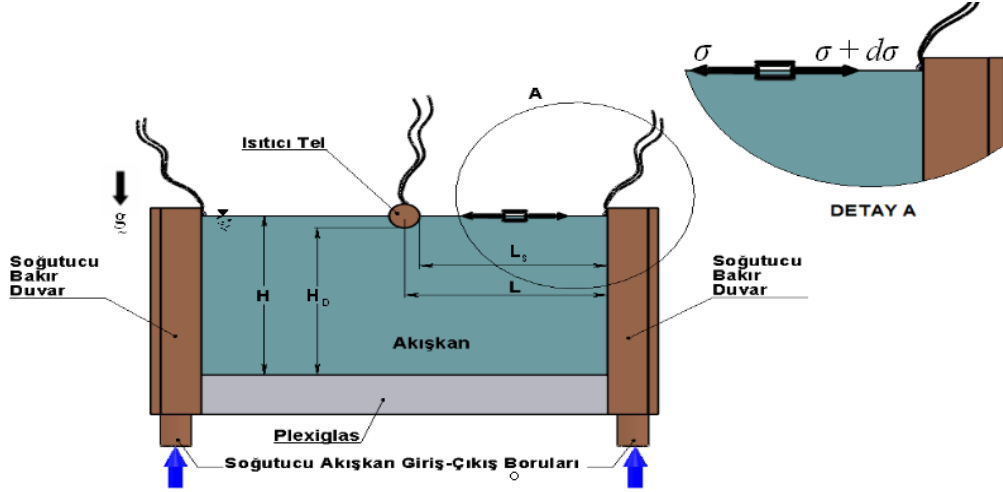
Bu çalışmamızda ise Şekil 1'de görüldüğü gibi, karşılıklı iki dikey duvarı soğutulmuş, diğer duvarları ve tabanı yalıtılmış olan dikdörtgenler prizması şeklindeki konfigürasyon içerisindeki yüksek Prandtl sayısına sahip (viskozitesi 5 cSt olan silikon yağı) akışkanın farklı yerçekimi vektörü değerlerinde (mikro (μg) ve normal (1g) yerçekimi vektörü) kararlı haldeki yüzey gerilim konveksiyon hareketleri esnasında akım hatları nümerik olarak Fluent Programı kullanılarak 2 boyutlu incelenmiş ve karşılaştırılmıştır.

2. Materyal ve Metot

Çalışmamızda model olarak kullandığımız dikdörtgenler prizması şeklindeki konfigürasyon Şekil 1’de görülmektedir. Şekil 1’de görülen, karşılıklı uzun duvarlar bakır malzemeden yapılmış olup soğutucu özellik taşımakta, karşılıklı kısa duvarlar ve taban ise plexiglas malzemeden yapılmış olup yalıtkan özellik taşımaktadır. Şekilde görülen dikdörtgenler prizması şeklindeki konfigürasyon, kinematik viskozitesi 5 cSt olan akışkan ile tamamen doldurulmuş olup bu akışkanın serbest yüzeyi boyunca ve serbest yüzeyin tam ortasından temas eden yuvarlak profilli ince bakır tel yardımıyla Şekil 2a ve Şekil 2b de görüldüğü gibi ısıtılmaktadır. Isıtılan bölgedeki akışkanın viskozitesi soğutulan bölgedeki akışkanın viskozitesine göre azalmakta ve soğuk bölgede yüksek viskoziteye sahip akışkan tarafından dikdörtgenler prizması şeklindeki konfigürasyon içerisinde akışkan partikülleri çekilerek yüzey gerilim konveksiyon hareketi gerçekleşmektedir.

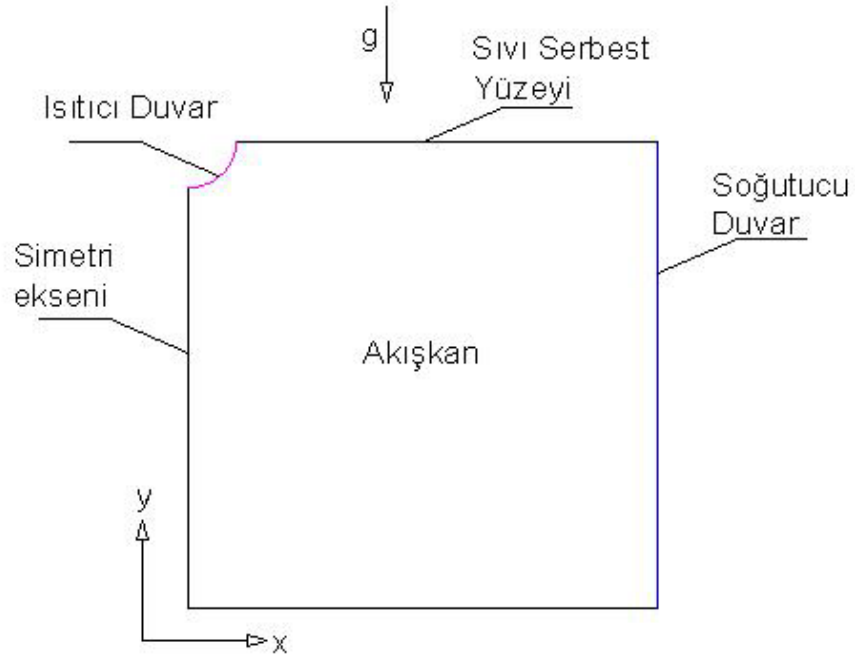


Şekil 2a. Dikdörtgenler prizması konfigürasyonunun kesit resminin şematik olarak gösterilişi.



Şekil 2b. Deney kabının içerisindeki akışkanın serbest yüzeyinde meydana gelen yüzey gerilim konveksiyon hareket yönünün şematik olarak gösterilişi.

3 boyutlu tasarlanan bu konfigürasyonda nümerik olarak 2-boyutlu çözüm gerçekleştirilmiştir. Verilen sınır şartlarına göre yapmış olduğumuz nümerik çalışmada, kısa zamanda daha yakınsak bir çözüm elde etmek için bir simetri ekseninin kullanılıp kullanılmayacağı araştırıldı. Araştırma sonucunda dikdörtgenler prizması şeklinde tasarlanan bu konfigürasyonda; ısıtıcı çubuğun merkezinden geçen ve yerçekimi vektörüne paralel olan bir düzlem simetri eksenini kabul edilmiş ve Fluent programına uyumlu olan çizim programı Gambit Software'inde geometrik model tasarlanıp kartezyen koordinatlarda çizilmiştir.



Şekil 3. Dikdörtgenler prizması konfigürasyonunun 2-boyutlu nümerik çalışmadaki resminin şematik olarak gösterilişi.

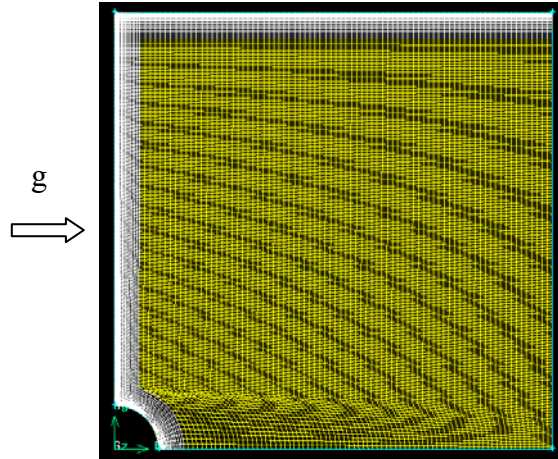
Şekil 3’ de 2 boyutlu geometrik modeli oluşturulan konfigürasyonun sınır şartlarında; taban izolasyonlu duvar, sol dikey yüzey simetri eksenini, sağ dikey yüzey soğutucu duvar (soğuk duvar) ve akışkan ile temaslı olan çeyrek daire kesitli ısıtıcı tel yüzeyi de ısıtıcı duvar (sıcak duvar) olarak belirlenmiştir.

Fluent Programının “Tutorial Guide” kısmında simetri eksenini bulunan konfigürasyonlarda; simetri ekseninin tabanda ve yatay konumda olduğu durumda daha yakınsak bir çözüm elde edildiğinden bahsedilmiştir. Bu durumdan dolayı Şekil 3’ de görülen geometrik model Fluent Programında saat yönüne ters olarak 90° döndürülmüştür.

Hazırlanan konfigürasyondaki akışkan hareketi; yüzey gerilim konveksiyon hareketidir. Bu yüzey gerilim konveksiyon hareketi, viskozitenin ısıtıcı duvardan soğutucu duvara kadar sıvı serbest yüzeyi boyunca değişim göstermesinden kaynaklanan bir harekettir. Dolayısıyla yüzey gerilim konveksiyon hareketini meydana getiren kuvvet (driving force) ısıtıcı duvardan soğutucu duvara kadar sıvı serbest yüzeyi boyunca gerçekleşeceğinden dolayı bu bölge nümerik çözüm için çok hassas bir bölgeyi teşkil etmektedir. Bu nedenle nümerik çözüm için gerekli olan grid sayısı bu bölgede mümkün olduğunca sık seçilerek, daha hassas ve yakınsak bir çözüm yaptırılmıştır. Yani Şekil 4’te görüldüğü gibi geometrik modeli oluşturulan konfigürasyonda üniform olmayan (non-üniform) grid sistemi kullanılmıştır. Geometrik modelin boyutları $H=0.01m$,

$L=0.01m$ alınarak boyutsal oran, $Ar = \frac{H}{L} = 1$ olarak tasarlanmıştır. Böylece, ileride

bahsedeceğimiz y-doğrultusundaki boyutsuz Navier-Stokes denklemindeki yüzey gerilim konveksiyon hareketleriyle doğal konveksiyon hareketlerini karşılaştırmadaki boyutsal oranın etkisi ortadan kalkmış olacaktır.



Şekil 4. Dikdörtgenler prizması konfigürasyonunun 2-boyutlu nümerik çalışmadaki grid tasarımının şematik gösterimi.

Nümerik çözüm yaptırmak için, Gambit Software' i yardımıyla geometrik modeli, sınır şartları ve grid yapısı tasarlanmış olan konfigürasyon, (Şekil 4'te gösterilen) Fluent Programına aktarılmıştır. Aktarılan bu geometrik modelde akışkanın akış tipi laminer seçilerek, akışkan hareketi esnasında süreklilik denklemi, momentum denklemleri ve enerji denklemi SIMPLER algoritması ile çözdürülmüştür. Çözümleme işleminde, geometrik modeli oluşturan konfigürasyon içerisindeki akışkanın serbest yüzeyinin tamamen düz ve yatay konumda olduğu, bu akışkanın serbest yüzeyi ile ortam arasında herhangi bir ısı alışverişinin olmadığı (adyabatik çözüm) ve iki boyutlu geometrik modelin çeperleri ile ortam arasında da radyasyon yolu ile ısı alışverişi olmadığı kabulleri yapılmıştır.

Tablo 1. 5 cSt viskoziteye sahip Silikon yağının fiziksel özellikleri [12].

Özellik	Birimler	Değer
Yoğunluk(ρ)	Kg/m ³	913
Termal Kondüksiyon Katsayısı (k)	W/m.K	0.1088568
Termal Difüzyon Katsayısı(α)	m ² /s	7.42x10 ⁻⁸
Dinamik Viskozite(μ)	N.s/ m ²	4.4554x10 ⁻³
Kinematik Viskozite(ν)	m ² /s	4.88 x10 ⁻⁶
Yüzey Gerilim(σ)	N/m	19.7x10 ⁻³
Yüzey Gerilim Sıcaklık Katsayısı $ \sigma_T , \partial\sigma/\partial T $	N/m.K	-0.0587x10 ⁻³
Özgül Isı (C _p)	J/Kg.K	1716.588
Isısal Genleşme Katsayısı (β)	1/K	0.00105
Prandtl Sayısı (Pr)		67

Akışkanın Kinematik Viskozitesinin Değişimi

$$\nu=8.185-0.2T+3.74x10^{-3}T^2-4.865x10^{-5}T^3+3.474x10^{-7}T^4-9.76x10^{-10}T^5$$

Çalışmamızda, Tablo 1'de fiziksel özellikleri verilen 5cSt viskozite değerine sahip silikon yağı kullanılarak, 9.81m/s² normal yerçekimi ve 1.0x10⁻⁶ m/s² mikro yerçekimi vektörü değerlerinde; akışkanın kararlı yüzey gerilim konveksiyon hareketi esnasında soğuk duvar sıcaklığı (T_c) 15 °C de ve sıcak duvar sıcaklığı (T_H) 40 °C' de sabit tutularak akışkan akım çizgileri Boussinesq yaklaşımı ile çözdürülmüştür.

3. Önemli Boyutsuz Parametreler

E. Katı [13] tarafından yapılan çalışmada; yüzey gerilim konveksiyon hareketi yapan akışkanlarda kartezyen koordinat sistemi kullanılarak x ve y koordinatlarındaki

momentum denklemleri ve enerji denklemi boyutsuzlaştırılarak elde edilen boyutsuz denklemler ve onların her teriminin önündeki boyutsuz sayılar aşağıda gösterilmektedir.

x-doğ. Momentum denklemi,

$$\mathbf{u} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{x}} + \mathbf{v} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{y}} = -\frac{1}{\rho} \mathbf{Pr}_R \frac{\mathbf{Ar}_R^2}{\mathbf{V}_R^2} \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial \mathbf{x}} + \frac{\mathbf{Ar}_R}{\mathbf{Re}_R} \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial \mathbf{x}^2} + \frac{1}{\mathbf{Re}_R} \frac{1}{\mathbf{Ar}_R} \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial \mathbf{y}^2}$$

y-doğ. Momentum denklemi,

$$\mathbf{u} \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial \mathbf{x}} + \mathbf{v} \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial \mathbf{y}} = -\frac{\mathbf{Pr}_R}{\rho \mathbf{V}_R^2} \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial \mathbf{y}} + \frac{\mathbf{Ar}_R}{\mathbf{Re}_R} \frac{\partial^2 \mathbf{v}}{\partial \mathbf{x}^2} + \frac{1}{\mathbf{Re}_R \mathbf{Ar}_R} \frac{\partial^2 \mathbf{v}}{\partial \mathbf{y}^2} + \frac{\mathbf{Gr}_R}{\mathbf{Re}_R^2 \mathbf{Ar}_R^2} \mathbf{T}$$

Enerji denklemi,

$$\mathbf{u} \frac{\partial \mathbf{T}}{\partial \mathbf{x}} + \mathbf{v} \frac{\partial \mathbf{T}}{\partial \mathbf{y}} = \frac{1}{\mathbf{Pr}_R} \frac{\mathbf{Ar}_R}{\mathbf{Re}_R} \frac{\partial^2 \mathbf{T}}{\partial \mathbf{x}^2} + \frac{1}{\mathbf{Re}_R} \frac{1}{\mathbf{Pr}_R} \frac{1}{\mathbf{Ar}_R} \frac{\partial^2 \mathbf{T}}{\partial \mathbf{y}^2}$$

Nümerik olarak gerçekleştirilen yüzey gerilim konveksiyon hareketlerinin ve doğal konveksiyon hareketlerinin karakterlerini yukarıdaki momentum ve enerji denklemlerindeki boyutsuz sayılar belirlemektedir.

Bu boyutsuz sayılar aşağıdaki gibi ifade edilmiştir:

Marangoni Konveksiyon	{	$\mathbf{Ar} = \frac{\mathbf{H}}{\mathbf{L}}$	→	Boyutsal Oran
		$\mathbf{Pr} = \frac{\nu}{\alpha}$	→	Prandtl Sayısı
		$\mathbf{Re}_\sigma = \frac{ \sigma_T (\Delta T)L}{\nu \mu}$	→	Reynolds Sayısı
		$\mathbf{Ma} = \mathbf{Pr} \mathbf{Re}_\sigma = \frac{ \sigma_T (\Delta T)L}{\alpha \mu}$	→	Marangoni Sayısı
		$\mathbf{V}_{\mathbf{Ma}} = \frac{\sigma_T \Delta T}{\mu}$	→	Marangoni Hız

Doğal Konveksiyon	}	$Ar = \frac{H}{L}$	→	Boyutsal Oran
		$Pr = \frac{\nu}{\alpha}$	→	Prandtl Sayısı
		$Gr = \frac{\beta_T g (\Delta T) L^3}{\nu^2}$	→	Grashof Sayısı
		$Ra = Gr Pr = \frac{\beta_T g (\Delta T) L^3}{\nu \alpha}$	→	Rayleigh Sayısı
		$V_g = \frac{\beta_T g (\Delta T) L^2}{\nu}$	→	Doğal Konveksiyon Hızı

Yukarıdaki ifadelerde; H akışkanın yüksekliği, L ısıtıcı telin merkezi ile soğutucu duvar arasındaki sıvı serbest yüzeyi boyunca olan yatay mesafe, ν akışkanın kinematik viskozitesi, α akışkanın ısısal yayılma katsayısı, μ akışkanın dinamik viskozitesi, σ_T akışkanın yüzey gerilim sıcaklık katsayısı, ΔT akışkana uygulanan sıcaklık farkı değeri ($\Delta T = T_H - T_C = 40 - 15 = 25$ °C), β akışkanın hacimsel genleşme katsayısı, g ise yerçekimi ivmesi değeridir. Prandtl sayısı, Yüzey gerilim Reynolds sayısı, Marangoni sayısı, Grashof sayısı ve Rayleigh sayısı, konveksiyonel akışın fiziksel özelliklerini içeren boyutsuz parametrelerdir. Bu boyutsuz parametreler yüzey gerilim konveksiyon hareketi yapan akışkan için akış karakterini etkileyen en önemli parametrelerdir. Marangoni sayısı, akışkanın kararlı yüzey gerilim hareketinden, periyodik osilasyonlu yüzey gerilim hareketine geçişinde önemli bir rol oynamaktadır. Literatürde, yüzey gerilim konveksiyon hareketi Marangoni konveksiyon olarak bilinmektedir.

Yukarıdaki y doğrultusundaki momentum denkleminin sağ tarafındaki en son terimi diğerleriyle karşılaştırabilmek için bu terimin önündeki boyutsuz sayıların pay ve paydalarının karekökleri alınır. Sağ taraftaki son üç terim arasındaki benzerlik nedeniyle bu son terim içerisindeki doğal konveksiyon boyutsuz Grashof Sayısı ile Reynolds Sayısı oranlanır. Bu oranlama sonucunda doğal konveksiyondaki karakteristik hız ile yüzey gerilim konveksiyon hareketindeki karakteristik hız oranlarını meydana getiren $(Gr^{1/2})/Re_\sigma$ değeri, kullandığımız akışkan cinsi değerine göre hesaplandığında 0.15 gibi bir oran ortaya çıkar. Bu oran bize doğal konveksiyondan meydana gelen kuvvetin çok zayıf olduğunu göstermektedir. Birleşik konumda hem yüzey gerilim konveksiyon hareketi hem de doğal konveksiyon hareketi yapan sistem içerisinde hangisinin asıl konveksiyon hareketi olduğunu ortaya koymak için yukarıdaki y doğrultusundaki momentum denkleminin sağ tarafındaki en son terimin toplam boyutsuz sayıları

birbirleriyle karşılaştırıldığında $(\frac{Gr}{Re^2 Ar^2} \Rightarrow \Rightarrow \Rightarrow \text{yani } Re^2 \gg Gr)$ elde edilen

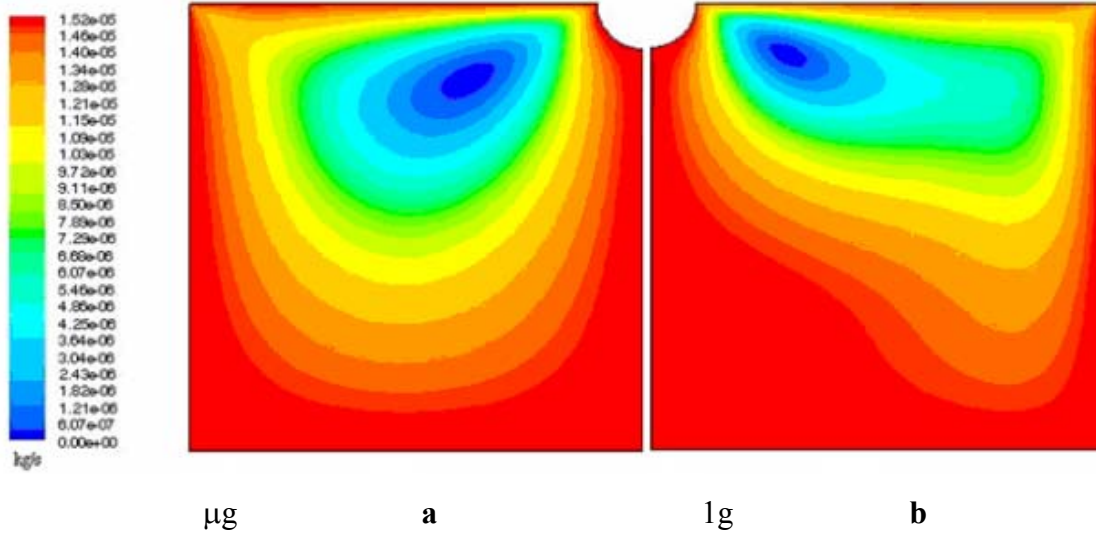
yüzey gerilim konveksiyon hareketinin doğal konveksiyon hareketinden yaklaşık olarak 41 kat daha büyük çıktığı görülür. Bu nedenle tasarlanmış olduğumuz sistem içerisindeki asıl konveksiyon akışının yüzey gerilim konveksiyon akışı olduğu söylenebilir.

4. Tartışma ve Sonuç

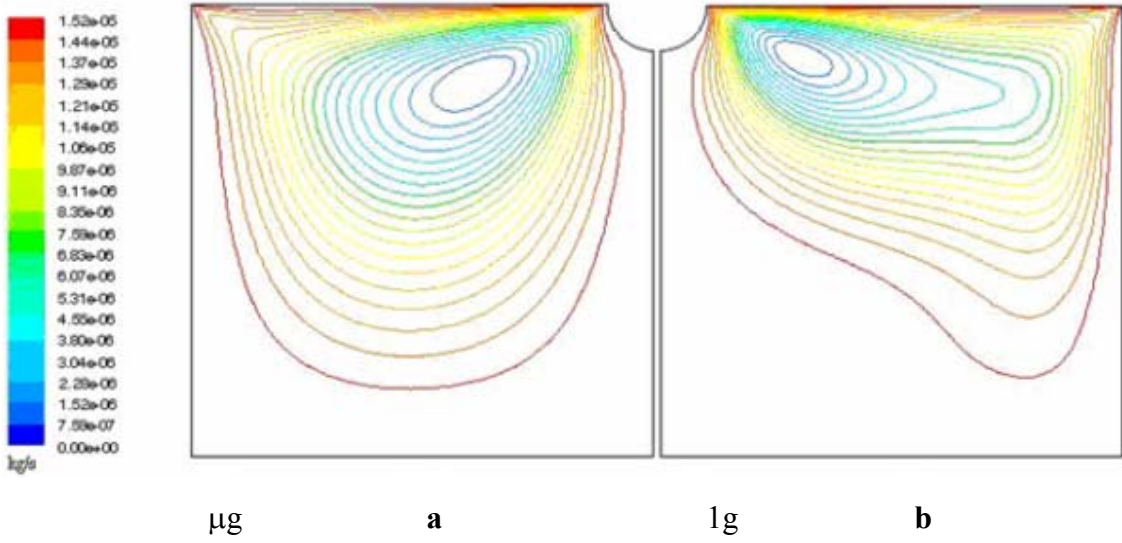
Çalışmamızda yüksek Prandtl sayısına ($Pr = 67$) sahip kararlı haldeki (steady state) akışkanın yüzey gerilim konveksiyon hareketi üzerindeki yerçekimi vektörünün etkisi nümerik olarak incelenmiştir.

Dikdörtgenler prizması şeklindeki kap içerisindeki akışkan yüzeyinin bölgesel olarak ısıtıldığı konfigürasyonda (open boat configuration), yerçekimi vektörü ile yüzey gerilim konveksiyon hareketi yapan akışkanın hız vektörünün birbirlerine dik olması durumunda oluşan batmazlık kuvveti (buoyancy force) açık bir şekilde görülmektedir [Şekil 5,6]. Bu konfigürasyonda; akışkan partikülü; sıvı serbest yüzeyinde ısıtıcı tel bölgesinden soğutucu bölgeye doğru yüzey gerilim hareketi yaparak ilerlemektedir. Sıvı serbest yüzeyinde ilerleyen akışkan, daha önce bahsettiğimiz boyutsuz parametrelerin etkisi altındadır.

Isısal Marangoni konveksiyon hareketi 2 farklı yöne ayrılmaktadır. Bunlar; sıcaklık değişimi serbest yüzeye paralel ve sıcaklık değişimi serbest yüzeye dik olarak meydana gelirler. Hemen hemen her akışkan için yüzey gerilimi sıcaklık ile azalmaktadır. Serbest yüzey boyunca sıcaklık değişimi, serbest yüzeye paralel olarak sıcak yüzeyden soğuk yüzeye doğru bir akışa sebep olacaktır. Bu akış karakterinde yüzey gerilim kuvvetlerinin şiddeti Marangoni sayısı ile batmazlık kuvvetlerinin şiddeti ise Grashof sayısı ile tanımlanır.



Şekil 5. Yüzey gerilim konveksiyon hareketi yapan akışkanın katmansal akım hatları görüntüsü. **a**-Düşük yerçekimi vektörü altında. **b**- Normal yerçekimi vektörü altında.



Şekil 6. Yüzey gerilim konveksiyon hareketi yapan akışkanın çizgisel akım hatları görüntüsü. a- Düşük yerçekimi vektörü altında. b- Normal yerçekimi vektörü altında.

Yeryüzünde yüzey gerilim kuvvetleri her yerde ve her zaman batmazlık kuvvetleri ile birlikte var olacaktır. Bu araştırmanın asıl amacı, tasarlanan konfigürasyon altında akışkan serbest yüzeyine sahip dikdörtgen yüzey (2-boyutlu) konfigürasyon içerisindeki batmazlık kuvvetlerinden meydana gelen doğal konveksiyon üzerindeki yüzey gerilim kuvvetlerinin etkisini veya yüzey gerilim kuvvetlerinin değişimi üzerindeki batmazlık kuvvetlerinin çok veya az bağımsızlığını göstermektir.

Şekil 5a ve Şekil 6a'da uygulanan ısıtıcı duvar sıcaklığı ile soğutucu duvar sıcaklığı arasındaki sıcaklık farkı ($\Delta T= 25 \text{ }^\circ\text{C}$) altında meydana gelen akışkanın akım hatları oldukça düşük yerçekimi vektörünün uygulandığı şartlarda görülmektedir. Şekil 5b ve 6b'de aynı konfigürasyonda ve aynı sıcaklık farkı altında meydana gelen akışkanın akım hatları normal yerçekimi vektörünün uygulandığı şartlarda görülmektedir.

Şekil 6a ve Şekil 6b'de ısıtıcı çubuk bölgesindeki akışkan partikülleri yukarıya doğru ilerlemekte ve bu akışkan partikülleri akışkanın serbest yüzeyine ulaştığında yüzey gerilim kuvvetleri tarafından ısıtıcı duvar bölgesinden soğutucu duvar bölgesine doğru hızlanmaktadır. Bu hızlanma nedeniyle ısıtıcı duvar bölgesine yakın bölgelerde akım hatları daralmaktadır. Akışkanın serbest yüzeyi boyunca akım hatları soğuk duvara yakın bölgelerde sınır tabakanın bu bölgeye doğru hareket eden akışkan partiküllerine olan etkisi görünene kadar genişlemektedir. Bu akım hatlarındaki genişleme akışkan partiküllerindeki hızların azalmasına sebep olmaktadır. Daha sonra akışkan partikülleri soğuk duvara ulaşana kadar yine hızlanmakta ve bu bölgede akım hatları yine daralmaktadır. Bu durum ise normal yerçekimi vektörünün uygulandığı Şekil 6b'deki akım hatlarında bariz bir şekilde görülmektedir. Soğuk duvara yakın bölgelerdeki akışkan partikülleri daha sonra aşağıya doğru yönelmektedirler. Aşağıya doğru yönelen akışkan partikülleri soğuk duvarı takip ederek akışkanın derinliklerine doğru batmakta

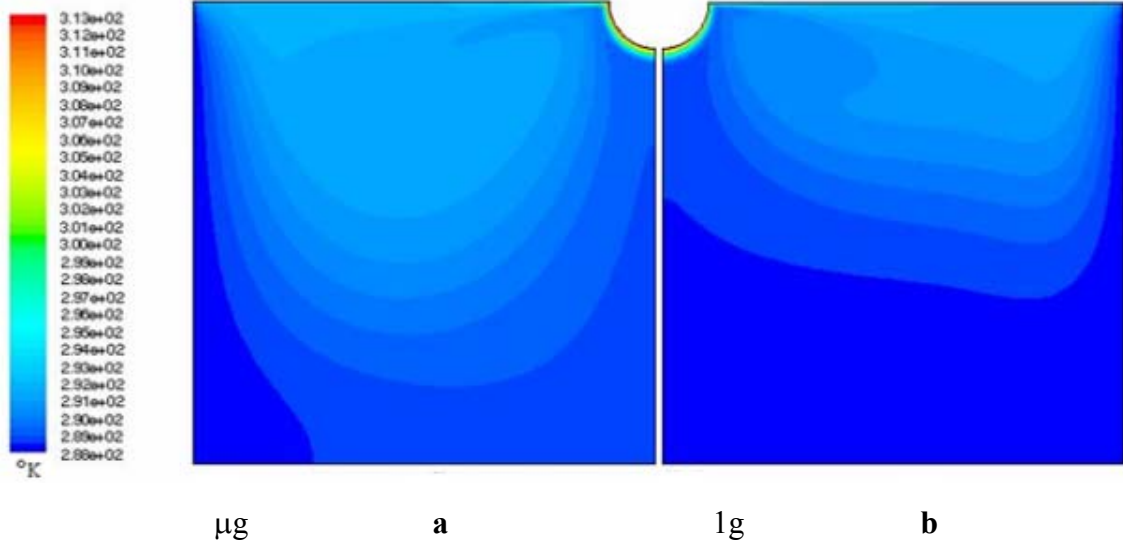
ve daha sonra alt tabanı takip ederek sıcak bölgeye doğru yönelerek yukarıda anlatmaya çalıştığımız başlangıç noktasına ulaşmaktadır.

Bu nümerik çalışmada, tasarlanan konfigürasyon içerisinde uygulanan şartlar altında akışkanın tüm hacmi tek vorteks hücre konumu ile ısı ve kütle taşınımına katılmaktadır. Isıtıcı çubuk ile soğutucu levha sıcaklığı arasındaki fark (ΔT) büyüdükçe tasarlanan konfigürasyon içerisinde hareket eden akışkan partiküllerinin oluşturduğu vorteks hücrenin dikey sirkülasyon boyu küçülmektedir. Yani, konfigürasyon içerisindeki batmazlık etkisi konfigürasyonun tabanından yukarıya doğru sıcaklık değişimi nedeni ile vorteks hücreye baskı yaparak bu hücrenin akışkanın serbest yüzeyine doğru sıkışmasına sebep olmaktadır. Bu durumu dikkate alarak sıcaklık farkı değeri $\Delta T=25$ °C de sabit tutulmuştur. Bu değer yapmış olduğumuz araştırma neticesinde optimum batmazlık etkisinin var olduğu değer olarak tespit edilmiştir. Şekil 5a-5b ve Şekil 6a-6b incelendiğinde tasarlanan konfigürasyon içerisinde hareket eden akışkan partiküllerinden oluşan akım hatlarının meydana getirdiği vorteks hücrelerinin bulunduğu bölgenin sıcaklığı bu vorteks hücrelerin altındaki durgun bölgenin sıcaklığından daha yüksektir. Dolayısıyla, durgun bölgedeki akışkanın yoğunluğu vorteks hücrenin bulunduğu bölgedeki akışkanın yoğunluğundan daha fazla olduğundan vorteks hücrelerin konfigürasyon içerisindeki akışkanın içine işleyişi (nüfuz edişi) önlenir.

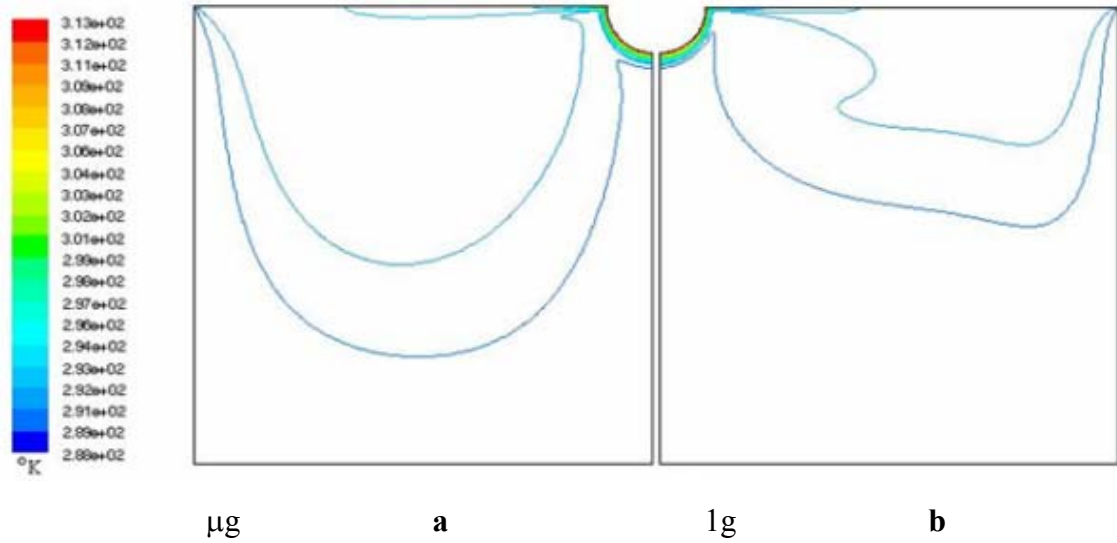
Normal ve düşük yerçekimi vektörü altındaki yüzey gerilim konveksiyon hareketi yapan akışkanın akım hatları Şekil 5 ve Şekil 6'da ayrı ayrı karşılaştırılmıştır. Karşılaştırmada görüldüğü gibi normal yerçekimi vektörü altında gerçekleşen yüzey gerilim konveksiyon hareketinin akım hatları hücrelerinin merkezi batmazlık kuvvetinin akışkanın tabanından akışkanın serbest yüzeyine doğru etkisinden dolayı ısıtıcı duvar bölgesine daha yakın olarak gerçekleşmiştir. Bu batmazlık kuvveti etkisinin ısıtıcı duvar bölgesinin altındaki bölgenin diğer bölgelere göre daha etkili olduğu Şekil 5 ve 6'da açıkça görülmektedir. Ayrıca, normal yerçekimi vektörü altında yüzey gerilim konveksiyon hareketi yapan akışkan partiküllerinin akışkanın serbest yüzeyinden akışkanın derinliklerine doğru işleyişinin (nüfuz edişinin) derinliği batmazlık kuvvetinin etkisinden dolayı düşük yerçekimi vektöründe elde edilene göre daha düşüktür.

Tasarlanan konfigürasyondaki batmazlık; akışkan partiküllerinin soğuk duvar boyunca aşağıya doğru hareketi, taban boyunca hareketi ve ısıtıcı duvara doğru hareketi esnasında gerçekleşmektedir. Bu konfigürasyon içerisindeki aktif akış alanını kuşatan ısısal katmanlar batmazlık için önemli bir parametreyi oluşturmaktadır. Isısal katmanlar Şekil 7a ve Şekil 7b de farklı yerçekimi vektörleri altında görülmektedir. Şekil 8a ve Şekil 8b de farklı yerçekimi vektörleri altında eş sıcaklık değerleri çizgisel olarak görülmektedir.

Şekil 7 ve Şekil 8'de normal ve düşük yerçekimi vektörü altındaki eş sıcaklık eğrileri karşılaştırılmıştır. Normal yerçekimi vektörü altında batmazlık etkisinden dolayı eş sıcaklık eğrileri akışkanın serbest yüzey bölgesine doğru yoğunlaşmıştır. Düşük yerçekimi vektörü altında batmazlık etkisi olmamasından dolayı eş sıcaklık eğrilerinin akışkanın serbest yüzeyinden akışkanın derinliklerine doğru nüfuz ettiği görülmüştür.



Şekil 7. Yüzey gerilim konveksiyon hareketi yapan akışkanın katmansal eş sıcaklık değerlerinin görüntüsü. a- Düşük yerçekimi vektörü altında. b- Normal yerçekimi vektörü altında.



Şekil 8. Yüzey gerilim konveksiyon hareketi yapan akışkanın çizgisel eş sıcaklık değerlerinin görüntüsü. a- Düşük yerçekimi vektörü altında. b- Normal yerçekimi vektörü altında.

Tasarlanan konfigürasyon içerisindeki akışkan hareketinin sadece veya çoğunluklu batmazlık etkisinden meydana geldiğini anlamak için bu konfigürasyona göre daha önce çıkartılmış olan boyutsuz Navier-Stokes (N-S) denklemlerini inceleyelim. Y-doğrultusundaki boyutsuz N-S denklemine bakıldığında eşitliğin sağ tarafındaki son terimin önündeki katsayının $(Gr^{1/2})/Re_{\sigma}$ değeri bize batmazlık etkisini gösterecektir. Tasarlanan konfigürasyon ve konfigürasyon içerisinde kullanılan akışkan için

$(Gr^{1/2})/Re_{\sigma}$ oranı 0.15 olup bu değer 1 den küçük bir değerdir. Bu değer bize bu konfigürasyon için batmazlık etkisinin zayıf bir etki olduğunu ifade etmektedir. Böylece akışkan hareketinin büyük bir kısmının yüzey gerilim hareketinden meydana geldiği görülmüştür. Ayrıca, tasarlanan konfigürasyon içerisinde hareket eden akışkanın vorteks hücrelerinin konfigürasyonun tabanına kadar ulaşamamalarının sebeplerini daha önce anlatmıştık. Dolayısıyla, vorteks hücrelerinin dikey derinliğini (H^*) ile gösterecek olursak; bu değeri analitik olarak hesaplayıp nümerik olarak karşılaştıralım. Vorteks hücrelerinin dikey derinliği (H^*) için konfigürasyonun dikey derinliği (H) (bkz. Şekil 2b) önemli değildir. Yani H^* değeri H 'ın fonksiyonu değildir. Bundan dolayıdır ki; aktif akış bölgesindeki vorteks hücrenin dikey derinliğinin (H^*) genişlemesi konfigürasyona uygulanan değişken parametrelere bağlıdır. Yapılan bu çalışmada akışkan hareketi sıcaklık değişimi ile gerçekleştirildiğinden dolayı, akış hareketindeki vorteks hücrenin dikey derinliği ısısal nüfuz (yayılm) uzunluğu (H^*) olarak isimlendirilir. Bu derinlik değerini boyut analizini kullanarak çıkartmaya çalışalım.

Tasarlanan konfigürasyonda batmazlık kuvveti ile yüzey gerilim kuvvetlerinin aynı yönlü olmadığı (dikey olduğu) durum için 2-boyutlu kararlı haldeki vorteks denklemini yazacak olursak; $\rho \left(u \frac{\partial \zeta}{\partial x} + v \frac{\partial \zeta}{\partial y} \right) = \mu \frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 \zeta}{\partial y^2} + \rho g \beta \frac{\partial T}{\partial x}$ elde edilir. Bu

denklemdaki eşitliğin sağ tarafında bulunan ikinci terim: viskoz terimi $\left(\mu \frac{\partial^2 \zeta}{\partial y^2} \right)$ ile

üçüncü terim: batmazlık terimi $\left(\rho g \beta \frac{\partial T}{\partial x} \right)$ dengelenerek yüzey gerilim hareketinin y-

doğrultusundaki hareketini oluşturmaktadır. Yani; $\left(\mu \frac{\partial^2 \zeta}{\partial y^2} \right) \approx \left(\rho g \beta \frac{\partial T}{\partial x} \right)$ olmalıdır.

Burada; $\zeta \equiv \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right)$ olup, bu değeri yüzey gerilim hareketinin y-doğrultusundaki

dengelenen denklem eşitliği içerisine yazalım. Böylece dengelenen denklem içerisindeki vorteks değerinin yerini hız değerine dönüştürülmüş hale getirecek olursak;

$\left(\mu \frac{\partial^3 u}{\partial y^3} \right) \approx \left(\rho g \beta \frac{\partial T}{\partial x} \right)$ gibi dengeleme eşitliği elde edilir. Bu dengeleme eşitliği

boyutsal değerlere dönüştürüldüğünde; $\left(\mu \frac{U_R}{(H^*)^3} \right) \approx \left(\rho g \beta \frac{\Delta T}{L} \right)$ elde edilir. Burada; U_R

akışkanın x-doğrultusundaki karakteristik hızıdır. Bu karakteristik hız ise; önemli boyutsuz parametreler bölümünde bahsetmiş olduğumuz yüzey gerilim konveksiyon hareketinin hızını (Marangoni hız) teşkil etmektedir. Böylece elde edilen eşitlikten

$\frac{H^*}{L} \approx \left(\frac{\sigma_T}{\rho g \beta_T L^2} \right)^{\frac{1}{3}} \equiv \left(\frac{Re_{\sigma}}{Gr} \right)^{\frac{1}{3}}$ ifadesi çıkartılır. Dolayısıyla tasarlanan konfigürasyonun

içerisinde yüzey gerilim hareketi yapan akışkanın aktif bölge içerisindeki vorteks hücrenin dikey uzunluğunu veren değer veya boyutsuz sayılardan meydana gelen ifade

bulunmuş olur. Yapmış olduğumuz çalışmada $\left(\frac{\text{Re}_\sigma}{\text{Gr}}\right)^{\frac{1}{3}} \cong 0.395$ bulunur. Bu değer,

tasarlanan konfigürasyonda verilen sıcaklık farkı değerinde elde edilen akışkanın yüzey gerilim konveksiyon hareketi ile batmazlık hareketinin etkisi altındaki konveksiyondaki vorteks hücrenin dikey uzunluğunun (H^*) ısıtıcı duvar ile soğutucu duvar arasındaki mesafeye (L) oranıdır. Analitik olarak hesaplanan bu değer için içerisine nümerik olarak hesapladığımız parametreleri koyduğumuzda elde etmiş olduğumuz H^* değeri oransal olarak gerçekleşmiştir. Bu değer ise ısıtıcı duvarın altındaki bölgede batmazlık etkisini tam olarak göstermiştir.

Sonuç olarak; dikdörtgenler prizması içerisindeki akışkanın yüzey gerilim konveksiyon hareketleri ile doğal konveksiyon hareketleri; akışkanın akım hatları ve eş sıcaklık eğrileri iki farklı yerçekimi vektörü altında nümerik olarak 2-boyutlu halde karşılaştırılmıştır. Karşılaştırmada, hem nümerik çalışmada görüldüğü gibi hem de analitik çalışmada ifade edildiği gibi yüzey gerilim konveksiyon hareketlerinin doğal konveksiyon hareketlerinden daha baskın olduğu ortaya konmuştur.

Kaynaklar

- [1] Solmaz Çopur S., 2004. Termokapileri konveksiyona bağlı olarak silindirik kap içerisindeki akışkanın rejim halinde ve osilasyonlu haldeki sıcaklık ve hız dağılımlarının deneysel ve teorik incelemesi, Yüksek Lisans Tezi, Fen Bilimleri Enstitüsü, SDÜ, Isparta, p. 84.
- [2] Ringer C., 1995. Eine fachbereits aus Physik, MSc Thesis, Graz University, p. 87.
- [3] Ostrach S., 1977. Motion induced by capillarity, *Physicochemica Hydrodynamics*, 2: 571-589.
- [4] Ostrach S., 1979. Convection due to surface-tension gradients, (COSPAR) *Space Research*, 19: 563-570.
- [5] Chun C.H., Wuest W., 1978. A Micro gravity simulation of Marangoni convection, *Acta Astronautica*, pp. 681-686.
- [6] Schwabe D., Scharmann A., Preisser F., Oeder R., 1978. Experiments on surface tension driven flow in floating zone melting, *Journal of Crystal Growth*, 43: 305-312.
- [7] Ostrach S., 1982. Low-gravity fluid flows, *Annual Review of Fluid Mechanics*, 14: 313-345.
- [8] Preisser F., Schwabe D., Scharmann A., 1983. Steady and oscillatory thermocapillary convection in liquid columns with free cylindrical surface, *Journal of Fluid Mechanics*, 126: 545-567.
- [9] Kamotani Y., Lee J.H., Ostrach S., Pline A., 1992. An experimental study of oscillatory thermocapillary convection in cylindrical containers, *Physics of Fluids*, 4: 955-962.
- [10] Kamotani Y., Ostrach S., Lin J., 1995. An experimental study of free surface deformation in oscillatory thermocapillary flow, *Acta Astronautica*, 35: 525-536.
- [11] Lee K.J., Kamotani Y., Yoda S., 2002. Combined thermocapillary and natural convection in rectangular containers with localized heating, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 45: 4621-4630.
- [12] Selver R., 2005. Experiments on the transition from the steady to the oscillatory marangoni convection of a floating-zone under various cold wall temperatures and various ambient air temperature effects, *Microgravity Science and Technology*, 17: 25-35.
- [13] Katı E., 2007. Yüzey gerilim hareketi yapan akışkanın sıcaklık profilinin matematiksel çıkartılması, Yüksek Lisans Semineri, Fen Bilimleri Enstitüsü, SDÜ, Isparta, p.23.