

## İç Basınç Altında İnce Cidarlı Kabukların Yapay Sinir Ağları ile Çözümü

Ömer KELEŞOĞLU, Adem FIRAT

Fırat Üniversitesi, Teknik Eğitim Fakültesi, Yapı Eğitim Bölümü /ELAZIĞ  
okelesoglu@firat.edu.tr

**Özet:** Kabuklar, inşaat mühendisliğinde yüzeysel taşıyıcı sistemlerin öneminin artması sonucu geniş bir uygulama alanı bulmaktadır. Bu nedenle bu sistemlerin çözümü de büyük önem taşımaktadır. Bu çalışmada iç basınç altındaki ince cidarlı (küresel ve silindirik) kabukların çözümü verilmiş ve bu kabuklarla ilgili sayısal uygulamalar yapılmıştır. YSA olarak geri yayımlı sinir ağı tercih edilmiş ve girişler normalize edilerek ağa verilmiştir. Ağın eğitimi için gereken eğitim seti, MATLAB paket programı kullanılarak hazırlanmıştır. Ağdan elde edilen çıkışlar daha önce elde edilen sonuçlarla karşılaştırılmış ve sonuçların yeterli hassasiyette olduğu görülmüştür.

**Anahtar Kelimeler:** İnce Cidarlı Kabuk, Yapısal Analiz, Yapay Sinir Ağı, MATLAB

### The Solution of Thin Wall Shells under Internal Pressure with Artificial Neural Networks

**Abstract:** The shells have a wide application area in civil engineering due to increase of importance of the or surfacial portal systems. For this reason, the solutions of this system have great importance. In this study, the solutions of thin wall shells have been presented under internal pressure and the numerical applications have been solved related to these shells. A backpropagation neural network for artificial neural network has been presented and inputs have been given to the network. The training set, which is needed for training of network, has been prepared in the packet programme, MATLAB. The result obtained from the output of network has been compared with previous results with the suitability of the results.

**Key words:** Thin Wall Shell, Structural Analysis, Artificial Neural Network, MATLAB

#### Giriş

İhtiyaçların farklı alanlara kayması nedeniyle, yapı mühendisliğinde yüzeysel taşıyıcı sistemlerin çözümü büyük önem taşımaktadır. Günümüzde plak, kabuk veya bunların birleşmesinden oluşan konstrüksiyonlar geniş uygulama alanı bulmaktadır [1].

Mühendislik sistemlerinin çözümü genel olarak sayısal hesaplama tekniğine dayanmaktadır. Günümüze kadar sadece elle yapılan çeşitli çözüm teknikleri geliştiren teorisyenler bu çalışmaları sırasında daha çok matematiksel çözüm teknikleri kullanmışlardır [2].

Matematiksel olarak formülasyonu kurulamayan ve çözülmesi mümkün olmayan problemler bile sezgisel yöntemler yolu ile bilgisayarlar tarafından çözülebilmektedir. Bilgisayarları bu özellikler ile donatan ve bu yeteneklerinin gelişmesini sağlayan çalışmalar “yapay zekâ” çalışmaları olarak bilinmektedir. İlk defa 1950’li yıllarda ortaya atılan yapay zeka terimi zaman içinde oldukça yoğun ilgi görmüş ve 40–50 yıllık bir zaman diliminde hayatın vazgeçilmez parçası olan sistemlerin doğmasına neden olmuştur.

Bilgisayar tekniğindeki gelişmeler farklı çözüm tekniklerinin ortaya çıkmasını sağlamıştır. Bu tekniklerden biri olan yapay zekâ insan beyninin çalışma biçimini model edinen bir uygulamadır. 1990’lı yıllardan

beri bilgisayarların öğrenmesini sağlayan YSA teknolojisinde oldukça hızlı bir gelişme görüldü. Bu teknoloji, kısa zamanda araştırmacıların dikkatlerini üzerine çeken bir bilim dalı olmayı başardı ve elde edilen başarılar hem YSA’nın önemini hem de bu sistemlere olan ilgiyi artırmaktadır. Bilgisayar, endüstri, tıp, ekonomi ve askeri uygulamalarda başarıyla kullanılan bu teknik, yapı mühendisliğinde de kullanılmaya başlanmıştır [3].

YSA boyutlandırma problemlerine başarıyla uygulanmış elde edilen sonuçların klasik optimizasyon teknikleri kullanılarak elde edilen sonuçlardan daha elverişli olduğu görülmüştür [4]. Yapılan başka bir çalışmada silindirik kabukların burkulma yükü tahmini bu teknik kullanılarak yapılmıştır [5]. YSA tekniği betonarme elemanlardaki zamana bağlı etkilerin çözümüne başarıyla uygulanmış elde edilen sonuçlar çeşitli yazarlar tarafından verilen teorik ve deneysel sonuçlara çok yakın çıkmıştır [6]. Ayrıca çelik plakların kesme kapasitesinin tahmini yapılmıştır [7].

Bu çalışmada iç basınç altında ince cidarlı kabukların çözüm verilmiş ve yapay sinir ağları ile geliştirilen programla sayısal örnekler çözülmüştür.

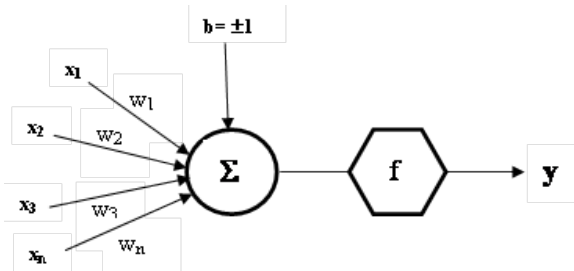
## Yapay Sinir Ağları

YSA insan beyninden esinlenerek geliştirilmiş, ağırlıklı bağlantılar aracılığıyla birbirine bağlanan ve her biri kendi belleğine sahip işlem elemanlarından oluşan paralel ve dağıtılmış bilgi işleme yapılarıdır. YSA, bir başka deyişle, biyolojik sinir ağlarını taklit eden bilgisayar programlarıdır.

YSA insan beynin bazı organizasyon ilkelerine benzeyen özellikleri kullanılmaktadır. YSA bilgi işleme sistemlerinin yeni neslini temsil ederler. Genel olarak YSA model seçimi ve sınıflandırılması, işlev tahmini, en uygun değeri bulma ve veri sınıflandırılması gibi işlerde başarılıdır. Geleneksel bilgisayarlar ise özellikle model seçme işinde verimsizdir ve sadece algoritmaya dayalı hesaplama işlemleri ile kesin aritmetik işlemlerde hızlıdır [8].

Genel anlamda YSA, beynin bir işlevi yerine getirme yöntemini modellemek için tasarlanan bir sistem olarak tanımlanabilir. YSA, yapay sinir hücrelerinin birbirleri ile çeşitli şekillerde bağlanmasından oluşur ve genellikle katmanlar şeklinde düzenlenir. Donanım olarak elektronik devrelerle ya da bilgisayarlarda yazılım olarak gerçekleştirilebilir. Beynin bilgi işleme yöntemine uygun olarak YSA, bir öğrenme sürecinden sonra bilgiyi toplama, hücreler arasındaki bağlantı ağırlıkları ile bu bilgiyi saklama ve genelleme yeteneğine sahip paralel dağıtılmış bir işlemcilerdir. Öğrenme süreci, arzu edilen amaca ulaşmak için YSA ağırlıklarının yenilenmesini sağlayan öğrenme algoritmalarını ihtiva eder.

Temel bir YSA hücresi biyolojik sinir hücresine göre çok daha basit bir yapıya sahiptir. En temel nöron modeli Şekil 1'de gösterilmiştir. YSA hücresinde temel olarak dış ortamdan alınan ya da diğer nöronlardan alınan veriler yani girişler, ağırlıklar, toplama fonksiyonu, aktivasyon fonksiyonu ve çıkışlar bulunmaktadır. Dış ortamdan alınan veri ağırlıklar aracılığıyla nörona bağlanır ve bu ağırlıklar ilgili girişin etkisini belirler. Toplama fonksiyonu ise net girişi hesaplar, net giriş, girişlerle ilgili ağırlıkların çarpımının bir sonucudur. Aktivasyon fonksiyonu işlem süresince net çıkışını hesaplar ve bu işlem aynı zamanda nöron çıkışını verir. Genelde aktivasyon fonksiyonu doğrusal olmayan bir fonksiyondur. Şekilde görülen b bir sabittir, bias veya aktivasyon fonksiyonunun eşik değeri olarak adlandırılır. Nöronun matematiksel modeli şöyledir [9].



Şekil 1. Temel YSA hücresi

Çıkış,

$$y = f(WX + b) \quad (1)$$

Şeklinde nöron çıkışı hesaplanır. Buradaki W ağırlıklar matrisi, X ise girişler matrisidir. n giriş sayısı olmak üzere;

$$W = w_1, w_2, w_3, \dots, w_n$$

$$X = x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$$

Şeklinde yazılabilir. Formülize edersek;

$$\text{net} = \sum_{i=1}^n w_i x_i + b \quad \text{ve} \quad y = f(\text{net}) \quad (2)$$

$$y = f\left(\sum_{i=1}^n w_i x_i + b\right) \quad \text{Şeklinde de yazılabilir.} \quad (3)$$

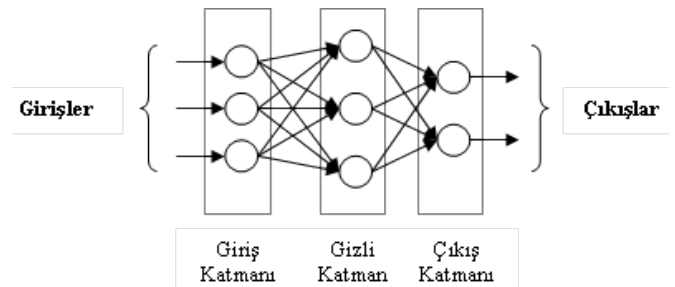
Yukarıdaki formüle görülen f aktivasyon fonksiyonudur.

### Geri yayımlı sinir ağları

Geriye yayılma algoritması, günümüzde pek çok disiplinde, özellikle mühendislikte en çok kullanılan öğrenme algoritmasıdır. Bunun en büyük nedeni öğrenme kapasitesinin yüksek ve algoritmasının basit olmasıdır [9].

Tipik bir geri yayılım ağının, bir girdi katmanı, bir çıktı katmanı ve en az bir gizli katmanı vardır. Gizli katmanların sayısı için teorik olarak bir sınırlama yoktur [8].

Sinir ağlarında kaç tane gizli katman kullanılacağı ve her bir gizli katmanda kaç nöron olacağı bugüne kadar belirlenememiştir, probleme göre değişen bu nitelikler deneme-yanılma yoluyla bulunur.



Şekil 2. Çok katmanlı YSA mimarisi

Geri yayılım ağlarında katman sayısı ve her katmandaki düğüm sayısının seçilmesinde kesin bir yöntem yoktur ancak deneme-yanılma ile ve uzman görüşü ile belirlenir ve sadece takip edilecek genel kurallar bulunmaktadır.

**Kural 1:** Girdi verisi ve istenilen çıktı arasındaki ilişkinin karmaşıklığı artınca, gizli katmanlardaki işleme elemanlarının sayısı da artmalıdır.

**Kural 2:** Eğer ele alınan süreç birçok aşamalara ayrılabilirse, fazla sayıda gizli katman kullanılmalıdır.

**Kural 3:** Ağda kullanılan eğitim verisinin miktarı, gizli katmanlardaki işleme elemanlarının sayısı için üst bir sınır oluşturmaktadır.

Bir ağ oluşturmak için yukarıdaki belirtilen kurallar uygulandıktan hemen sonra, öğretim süreci başlar. Bu süreçte eğitim verisi ağı giriş katmanına uygulanır ve istenen çıktılar çıkış katmanında karşılaştırılır. Öğrenme süreci esnasında, ağ boyunca bir ileri tarama yapılır ve bir düğümün çıktısı katman katman hesaplanır. En son katmanın çıktısı ve istenilen çıktı arasındaki fark, genellikle aktarım işlevinin türevi tarafından değiştirilen bir önceki katmana geri yayılır ve bağlantı bağıl değerleri Delta kuralını kullanarak ayarlanır. Bu kurala göre beklenen çıktı ile gerçekleşen çıktı arasındaki farklılığı azaltmak için YSA'nın elemanlarının bağlantılarının ağırlık değerlerinin sürekli değiştirilmesi ilkesine dayanarak geliştirilmiştir. Ağı ürettiği çıktı ile üretilmesi gereken çıktı arasındaki hatanın karelerinin ortalamasını enazlamak hedeflenmektedir [8].

## İç Basınç Altında İnce Cidarlı Kabuklar

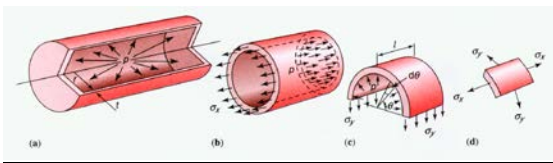
### Silindirik kabuk

İç basınca maruz ince cidarlı silindirik kabuğun iç yüzeyine Şekil 3'de görüldüğü gibi düzgün yayılı bir  $p$  ( $N/mm^2$ ) yükü etki etmektedir. Dairesel silindirik kabuğun eksenine ait çap  $d$ , kabuğun et kalınlığı  $t$  ve çubuk boyu  $\ell$  alınırsa, Şekil 3c'deki  $p$  iç basınçından dolayı silindirik kabuğun eksenini doğrultusundaki gerilme

$$\sigma_x = \frac{pd}{4t} \text{ 'dir.} \quad (4)$$

Şekil 3c'deki çember doğrultusundaki gerilme

$$\sigma_y = \frac{pd}{2t} \text{ 'dir.} \quad (5)$$



**Şekil 3a.**  $P$  iç basınca maruz ince cidarlı uzun silindirik kabuk

**Şekil 3b.**  $p$  basınçından dolayı oluşan kabuğun uçlarındaki aksenal gerilme

**Şekil 3c.** çapsal bir yüzey tarafından şekillendirilen yarım kabuk

**Şekil 3d.** kabuk duvarındaki herhangi bir noktadaki gerilmenin durumu

Burada  $\sigma_x$  kabuk eksenine paralel doğrultuda olup hacimsel değişime yol açar. Bu doğrultudaki uzama oranı

$$\varepsilon_x = \frac{pd}{2tE} \left( \frac{1}{2} - \nu \right) \quad (6)$$

olup benzer şekilde kabuğun çevresel uzama miktarı;

$$\varepsilon_y = \frac{pd}{2tE} \left( 1 - \frac{1}{2} \nu \right) \quad (7)$$

elde edilir. Kabuğun boyundaki artış  $\varepsilon_x \ell$  iken çevredeki artış  $\varepsilon_y \pi d$  'dir. Kabuğun hacmindeki artış;

$$\Delta V = \frac{\pi d^2 L}{4} \frac{pd}{tE} \left( \frac{5}{4} - \nu \right) \quad (8)$$

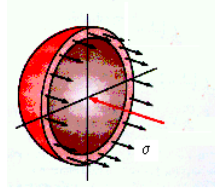
Buradan hacimsel gerilme

$$\frac{\Delta V}{\pi d^2 L} = \frac{pd}{tE} \left( \frac{5}{4} - \nu \right) \text{ olarak bulunur [10].} \quad (9)$$

### Küresel kabuk

Aynı şekilde ince kabuklu küresel sistemdeki gerilme

$$\sigma = \frac{pd}{4t} \text{ 'dir.} \quad (10)$$



**Şekil 4.**  $P$  Basınçından dolayı oluşan kabuğun uçlarındaki aksenal gerilme

Hacimsel değişim,

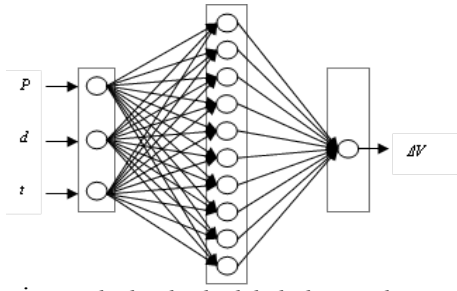
$$\frac{3pd}{4tE} (1 - \nu) \quad (11)$$

olarak bulunur [10].

## Sayısal Uygulamalar

### İç basınç altında ince cidarlı silindirik kabuğun çözümü

İnce cidarlı silindirik bir kabuk 2000 mm'lik bir iç çapa ve 20 mm'lik bir kalınlığa sahiptir. Kabuğun gerilmeye bağlı dayanımı  $400 N/mm^2$  ve emniyet sayısı 6 alınarak kabuktaki güvenilir basınç ve bu basınca maruz olan kabuğun hacmindeki yüzdelik artış belirlenmiştir. Elastisite modülü  $E=2 \times 10^5 N/mm^2$  ve poisson oranı  $\nu=0.3$  olarak alınmıştır [10].



Şekil 5. İnce cidarlı silindirik kabuk için oluşturulan ağ yapısı

Bu uygulama için kullanılan YSA'da Şekil 5'de görüldüğü gibi 3 girdi (Yük, boru kalınlığı, boru çapı), 1 çıktı ve 10 nörondan oluşan 1 gizli katman kullanılmıştır. Ağın girdi elemanlarına çeşitli değerler verilerek oluşturulan eğitim setinde 35 adet örnek bulunmaktadır. Ağın eğitim setinde kullanılan değerler Çizelge 1'de verilmiştir.

Çizelge 1. Silindirik kabuk için hazırlanan eğitim setinde kullanılan değerler

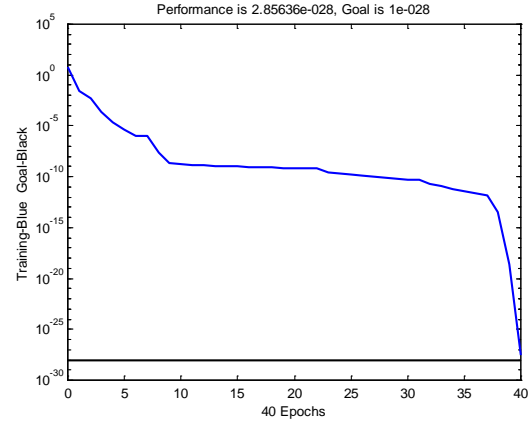
Giriş ve çıkış parametreleri		Eğitimde kullanılan değerler
$P$	Yük	1–3.5 N/mm <sup>2</sup>
$d$	Boru çapı	1000–4000 mm
$t$	Boru kalınlığı	13–30 mm
$\Delta V$	Kabuğun hacim artışı	% 0.028–0.299

Eğitim setindeki örnekler ağa sunulurken giriş ve çıkış değerlerinin tamamı en küçük çıktı değerine bölünerek normalize edilmiştir. Yapılan denemeler sonucunda bir ara katman uygun görülmüş ve öğrenme oranı 0.6 olarak seçildiğinde ağ daha uygun sonuçlar vermiştir. Bu parametrelerin kullanıldığı ağ MATLAB ortamında gerçekleştirilen programla eğitilmiştir. Ağın eğitimi tamamlandıktan sonra ağın performansını test etmek amacıyla eğitim setindeki örneklerden tamamen farklı değerler kullanılarak ağ test edilmiştir. Ağın test setinde kullanılan örnekler ve sonuçların karşılaştırılması Çizelge 2'de verilmiştir. Bu ağın iterasyona bağlı hata değişim oranı şekil 6'da verilmiştir.

Çizelge 2. Silindirik kabuk için hazırlanan test seti

Test No	Giriş			Çıkış ( $\Delta V$ )	
	$P$ (N/mm <sup>2</sup> )	$d$ (mm)	$t$ (mm)	Sayısal sonuç	YSA
1	2.6	1800	26	0.041	0.046
2	1.5	2000	19	0.064	0.060
3	1.8	3250	20	0.139	0.130
4	2.5	3500	28	0.191	0.190
5	2.6	1900	17	0.107	0.110
6	1.5	2700	23	0.075	0.080
7	1.7	2200	25	0.039	0.038
8	3	3800	29	0.266	0.240
9	1.6	2700	21	0.062	0.057
10	2.8	1700	24	0.054	0.059

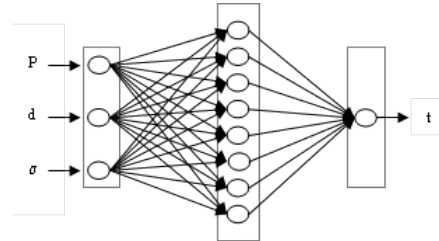
Bu problemin Megson tarafından çözümü neticesinde sonuç % 0.063 olarak bulunmuştur [10]. Bu sistemin YSA ile bilgisayar ortamında modellenmesi yapılarak gerçek sisteme ihtiyaç duymadan girdi vektörüne karşılık çıkış vektör değerleri yaklaşık olarak elde edilebilecektir. Verilen eğitim seti ve öğrenme oranının Şekil 5'deki YSA'ya uygulanması sonucunda % 0.065 olarak elde edilmiştir. Kabuğun hacmindeki artış Megson tarafından bulunan sonuç referans alınırca yeterli hassasiyette bulunmuş sayılır.



Şekil 6. YSA'nın iterasyona bağlı hata değişim grafiği

### İç basınç altında ince cidarlı küresel kabuğun çözümü

Çelik plaktan üretilen ince cidarlı küresel bir kabuğun karşı koyduğu iç basınç 0.75 N/mm<sup>2</sup>'dir. Kabuğun iç çapı 3 m ve ek yeri verimi %80 alınmış ve 80 N/mm<sup>2</sup>'lik bir gerilmeye maruz kabuğun gerekli kalınlığı YSA ile tespit edilmiştir (Not: Kabuğun effective kalınlığı =0.8× gerçek kalınlık ) [10].



Şekil 7. İnce cidarlı küresel kabuk için oluşturulan ağ yapısı

Bu uygulamada kullanılan YSA'da Şekil 7'de görüldüğü gibi 3 girdi (kabuğa gelen yük, kabuk çapı ve gerilme), 1 çıktı ve 8 adet nörondan oluşan 1 gizli katman kullanılmıştır. Nöron sayısının fazla olması eğitimin daha hızlı olması ve global hata değerinin elde edilmesi sağlamaktır. Ağın girdi elemanlarına çeşitli değerler verilerek oluşturulan eğitim setinde 25 adet örnek bulunmaktadır. Ağın eğitim setinde kullanılan değerler Çizelge 3'de verilmiştir.

**Çizelge 3.** İnce cidarlı küresel kabuk için oluşturulan eğitim seti

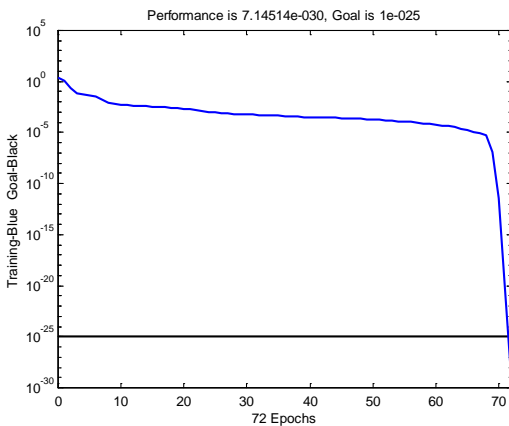
Giriş ve çıkış parametreleri		Eğitimde kullanılan değerler
$P$	Yük	0.4–2.2 N/mm <sup>2</sup>
$d$	Kabuk çapı	1500–5000 mm
$\sigma$	Gerilme	55–200 N/mm <sup>2</sup>
$t$	Kabuk kalınlığı	2.1–26.7 mm

Bu örnekler ağa sunulurken değerler normalize edilmiştir. Yapılan denemeler sonucunda bir ara katman uygun görülmüş ve öğrenme oranı 0.75 olarak seçildiğinde ağ daha uygun sonuçlar vermiştir. Bu parametrelerin kullanıldığı ağ MATLAB ortamında gerçekleştirilen programla eğitilmiştir. Ağın eğitimi tamamlandıktan sonra ağın performansını test etmek amacıyla eğitim setindeki örneklerden tamamen farklı değerler kullanılarak ağ test edilmiştir. Ağın test setinde kullanılan örnekler ve sonuçların karşılaştırılması Çizelge 4’de verilmiştir. Bu ağın iterasyona bağlı hata değişim oranı şekil 8’de verilmiştir.

**Çizelge 4.** İnce cidarlı küresel kabuk için oluşturulan test seti

Test No	Giriş			Çıkış ( $t$ )	
	$P$ (N/mm <sup>2</sup> )	$D$ (mm)	$\sigma$ (N/mm <sup>2</sup> )	Sayısal sonuç	YSA
1	1.7	4200	85	26.30	26.25
2	1.2	1900	105	6.80	6.89
3	2	3500	190	11.50	11.55
4	0.9	4400	145	8.50	8.36
5	1.4	3000	180	7.30	7.15
6	2.2	3850	175	15.10	15.07
7	0.8	4500	65	17.30	17.10
8	1.5	2100	140	7.00	7.16
9	1.1	3800	120	10.90	11.00
10	1.7	4600	135	18.10	18.11

Bu problemde 0.75 öğrenme oranı ve çizelge 3’de verilen eğitim setinin uygulanması sonucu kabuk kalınlığı olarak 8.62 mm bulunmuştur. Yine Megson [10] tarafından problemin çözümü neticesinde bulunan 8.80 mm dikkate alınırsa sonuca yeterli hassasiyette yaklaşıldığı görülmüştür.



**Şekil 8.** YSA'nın iterasyona bağlı hata değişim grafiği

## Sonuç ve Tartışma

Dünyanın en karmaşık makinesi olarak kabul edebileceğimiz insan beyni sayısal bir işlemi yapmak için dakikalarca uğraşmasına rağmen idrak etmeye yönelik olayları çok kısa bir sürede yapabilmektedir. İnsan beyninden esinlenerek geliştirilen YSA bir programcının geleneksel yeteneklerini gerektirmeyen aynı zamanda öğrenebilen düzeneklerdir. Bu ağlar öğrenmenin yanı sıra, ezberleme ve bilgiler arasında ilişkiler oluşturma yeteneğine de sahiptir.

Bu çalışmada, son zamanlarda sıkça kullanılmaya başlanan yüzeysel taşıyıcı sistemlerden olan (ince cidarlı) kabuklar YSA kullanılarak çözülmüştür. Bu problemlerin sayısal olarak çözümü mümkün olmakla birlikte hızı, işlem kolaylığı ve eksik veri ile çalışabilme gibi avantajları nedeniyle YSA tercih edilmiştir. Ağdan elde edilen sonuçlar sayısal sonuçlarla karşılaştırılmıştır. Hem test sonuçları hem de problemin sonuçları göz önüne alındığında sinir ağından hassas sonuçlar elde edildiği görülmüştür. Gerek bu çalışmadan elde edilen sonuçlar gerekse daha önce yapılmış olan çalışmalardan elde edilen sonuçlar ışığında yapay zekânın alt kollarından biri olan YSA'nın mühendislik problemlerinde başarılı sonuçlar verdiği gözlenmiştir.

## Kaynaklar

- [1]. Çakıroğlu, A., Özmen, G., Özden, E., 1974. Yapı Sistemlerinin Hesabı İçin Matris Metotları ve Elektronik Hesap Makinesi Programları, Teknisyenleri Basımevi, Cilt 1-2, İstanbul.
- [2]. Aksoğan, O., 1974. Nonlinear Yapı Analizi, Yapı Mekaniğinde Son Gelişmeler, 227-233, Trabzon.
- [3]. Vanluchene, R.D., Roufei, S., 1990. Neural Networks In Structural Engineering, Microcomputers In Civil Eng., 207-215.
- [4]. Kang, H.Y., Yoon, C.J., 1992. Neural Network Approaches To Aid Simple Truss Design Problems, Microcomputers In Civil Eng., 9, 211-218,
- [5]. Waszczyszyn, Z., Bartczak, M., 2002. Neural prediction of buckling loads of cylindrical shells with geometrical imperfections, International Journal of Non-Linear Mechanics, 37, 763-775.
- [6]. Civalek, Ö., 1997. The Analysis of Time Dependent Deformation In R.C Members by Artificial Neural Network, Journal of Pamukkale University Engineering Sci. 3, 331-335.
- [7]. Bimal, A., Mutsuyoshi, H., 2004. Artificial neural networks for the prediction of hear capacity of steel plate strengthened RC beams, Construction and Building Materials, 18, 409-417.
- [8]. Civalek, Ö., 1998. Plak ve Kabukların Nöro-Fuzzy Tekniği ile Lineer ve Non-Lineer Statik-Dinamik Analizi, Yüksek Lisans Tezi, Fırat Üniversitesi, Elazığ.
- [9]. Elmas, Ç., 2003. Yapay Sinir Ağları, Seçkin Yayınevi Ankara.
- [10]. Megson, T.H.G., 1987. Strength of Materials for Civil Engineers, London, Edward Arnold, pp. 92-95.